

改进灰狼算法与机器学习混合模型的时间序列预测

甘如美江¹, 傅杰^{2,3}, 汪正⁴, 江雨燕^{2,3}, 王付宇^{2,3}

1. 安徽工业大学 电气与信息工程学院, 安徽 马鞍山 243002
2. 安徽工业大学 管理科学与工程学院, 安徽 马鞍山 243002
3. 复杂系统多学科管理与控制安徽省普通高校重点实验室, 安徽 马鞍山 243002
4. 安徽工业大学 艺术与设计学院, 安徽 马鞍山 243002

摘要:目的 自人类文明诞生以来, 与病毒的斗争便从未停止, 因此传染病数据预测具有重要参考价值, 提出一种新算法以解决灰狼算法易陷入局部最优解和全局搜索能力不足的问题。方法 通过 Halton 序列搜索算法初始化狼群位置, 避免灰狼算法陷入局部最优解和重复运算; 引入 Levy 飞行和随机游动策略对灰狼算法的寻优过程进行优化, 以增加算法的全局搜索能力; 利用改进的灰狼算法优化 6 种机器学习模型的参数并进行预测; 使用带约束的优化算法序贯最小二乘规划算法(SLSQP, Sequential Least Squares Programming)和灰狼优化算法(GWO, Grey Wolf Optimization Algorithm)得出各模型的最佳集成权重, 采用 3 种评估函数对各模型以及混合模型的预测效果进行得分评估。结果 改进的灰狼算法性能良好, 在迭代测试中优于其他对比算法; 利用改进灰狼算法优化的机器学习预测模型中, 以优化梯度提升树模型预测效果最佳, 相较于未进行优化模型的绝对平均值误差、均方根误差和拟合优度, 预测精度提升了 52%、52% 和 1%。结论 基于灰狼优化算法加权后的机器学习模型加权混合得分出色, 预测精度进一步得到提升, 绝对平均值误差、均方根误差和拟合优度分别为 0.07、0.24 和 0.99, 对传染病感染人数的预测具有重要参考价值。

关键词:改进的灰狼算法; 加权集成模型; Halton 序列; Levy 飞行

中图分类号:TP18; O211.61; R181 **文献标识码:**A **doi:**10.16055/j.issn.1672-058X.2026.0003.015

Time Series Prediction of a Hybrid Model Combining an Improved Grey Wolf Algorithm and Machine Learning

GAN Rumeijiang¹, FU Jie^{2,3}, WANG Zheng⁴, JIANG Yuyan^{2,3}, WANG Fuyu^{2,3}

1. School of Electrical and Information Engineering, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243002, Anhui, China
2. School of Management Science and Engineering, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243002, Anhui, China
3. Key Laboratory of Multidisciplinary Management and Control of Complex Systems in Anhui Universities, Ma'anshan 243002, Anhui, China
4. School of Art and Design, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243002, Anhui, China

Abstract: Objective Since the dawn of human civilization, the battle against viruses has never ceased, making the prediction of infectious disease data of significant reference value. This paper proposes a novel algorithm to address the limitations of the standard grey wolf algorithm, which is prone to local optima and exhibits insufficient global search

收稿日期:2024-05-22 **修回日期:**2024-08-24 **文章编号:**1672-058X(2026)03-0125-10

基金项目:国家自然科学基金项目资助(72274001, 71872002); 复杂系统多学科管理与控制安徽省教育厅重点实验室开放课题资助(CS2022-ZD02); 安徽省高校人文社科研究重大项目资助(SK2020ZD16)。

作者简介:甘如美江(1991—), 女, 硕士, 讲师, 从事管理科学与思想政治教育研究。

通信作者:傅杰(1998—), 男, 硕士研究生, 从事机器学习及预测研究。Email:2689174029@qq.com。

引用格式:甘如美江, 傅杰, 汪正, 等. 改进灰狼算法与机器学习混合模型的时间序列预测[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2026, 43(3): 125-134.

Gan Rumeijiang, Fu Jie, Wang Zheng, et al. Time series prediction of a hybrid model combining an improved grey wolf algorithm and machine learning[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2026, 43(3): 125-134.

capability. **Methods** The wolf pack positions were initialized via the Halton sequence search algorithm to prevent the grey wolf algorithm from becoming trapped in local optima and redundant computations. The Lévy flight and random walk strategies were introduced to optimize the search process of the grey wolf algorithm, thereby enhancing the algorithm's global exploration capability. The improved grey wolf algorithm was then utilized to optimize the parameters of six machine learning models for prediction. Constrained optimization techniques—specifically, the sequential least squares programming (SLSQP) algorithm and grey wolf optimization (GWO) algorithm—were employed to determine the optimal ensemble weights for each model. Finally, three evaluation functions were applied to score the predictive performance of both individual models and the hybrid model. **Results** The improved GWO algorithm demonstrated superior performance, outperforming other benchmark algorithms in iterative tests. Among the machine learning models optimized by the improved GWO, the optimized gradient boosting tree model achieved the best prediction performance. Compared with its unoptimized counterpart, its accuracy improved by 52%, 52%, and 1% in terms of mean absolute error (MAE), root mean square error (RMSE), and coefficient of determination (R^2), respectively. **Conclusion** The weighted ensemble model, based on GWO-optimized machine learning models, achieves outstanding scores, yielding a further enhancement in predictive accuracy. The model's MAE, RMSE, and R^2 were 0.07, 0.24, and 0.99, respectively. This approach provides a valuable reference for forecasting the number of infectious disease cases.

Keywords: improved grey wolf algorithm; weighted integrated model; Halton sequence; Lévy flight

2019年12月,首次报告的不明传染病病毒给人类社会造成了巨大灾难^[1]。与普通流感不同,该病毒具有3.25~3.4的高 R_0 值(代表病毒感染性的基本繁殖数)。其引起的大流行与严重急性呼吸综合征和同类型疾病主要区别在于该病毒能够通过人类接触迅速传播,并使近20%的感染对象成为没有任何症状的病毒携带者^[2]。2022年12月,中国将该型病毒降为乙类传染病,这意味着该病毒依然存在,仍在继续传播。这种特性需要研究者开发出有效的预测模型,这对其他传染病的预测也有着重要参考价值。

针对传染病时间序列数据的预测,国内外专家学者开展了大量研究,并对该问题开发了一些应用工具。总结目前的研究成果,传染病时间序列数据预测模型可分为确定型模型、统计学模型、机器学习模型、计量预测模型等^[3]。确定型预测模型通常需要建立数学方程描述生成、传输与分布,但是该类方法在复杂环境中难以建立准确模型,且对输入数据要求很高。统计学模型是基于历史观测数据和统计分析的方法进行预测,包括时间序列分析、回归分析和时间序列回归等统计方法。该方法较为简单,能够根据历史数据进行长期或短期预测。但统计学预测模型不会对预测对象生成机制深入理解,无法捕捉复杂的非线性关系,仅可用于简单预测情景。计量预测模型是一种通过数学和统计方法来预测未来事件或趋势的模型,在经济学、金融学、市场营销、工程等领域中被广泛应用,包括非线性模型、线性ARMA模型和异方差模型等^[4]。时间序列分析模型的预测应用可以追溯到20世纪,传统的时间序列分析模型,如ARMA和ARIMA等,被广泛用于对传染病时间序列数据的预测,并且取得了良好的效果^[5]。但是计量经济模型更注重经济含义的解释,预

测精度可能较低。

机器学习作为一种新型的预测方法已被广泛应用于各个领域,并在预测性能上表现出良好成绩。相对于确定型模型、统计学模型、计量预测模型,机器学习模型具有良好的泛化能力,可以根据数据间的非线性关系获得较高的预测精度^[6]。使用单一的机器学习模型如自适应模糊神经推理系统ANFIS^[7]、最小二乘支持向量机LSSVM、长短期记忆网络LSTM^[8-9]和随机森林^[10]、支持向量机^[11-12]等已被大量运用于预测研究。此外,利用智能优化算法优化机器学习预测模型的参数可以得到更优的预测效果。宋玉生等^[13]利用改进的灰狼算法提升支持向量机(SVM)的性能,优化支持向量机的参数;董志强等^[14]提出一种改进的狼群算法IGWO用于脉冲神经网络(SNN)模型训练,结果表明该方法使得预测性能明显提升;He等^[15]利用Levy飞行策略改进灰狼算法用于优化支持向量回归(SVR)模型的超参数,结果表明LGWO-SVR模型在准确率、稳定性和预测率方面均表现良好。

上述文献虽然可以较为准确地进行预测,但是一些数据具有波动性和不稳定性,因此,很难用单一方法对数据进行准确全面的建模^[16]。李诗勇等^[17]为准确估算变压器屋顶油的温度,建立了粒子群优化改进的加权支持向量回归模型;廖含月等^[18]使用4种机器学习模型,根据各模型预测值所在区间的密度,分配各预测值的权重,通过加权平均得到最终的预测结果;魏军胜等^[19]提出一种自适应权重的多分类通用集成方法(UMEAW),与其他集成方法相比,该方法得到更好的效果。

在上述文献所用的预测模型中,机器学习模型无疑是预测模型的热门,且在预测结果上取得了不错的

成绩。而在机器学习算法中,集成学习算法近年来受到广泛关注,因为它可以获得比单一分类器更好的预测精度,并且还可以减少复杂模型中的过拟合概率。基于以上分析,本文利用改进的灰狼算法优化机器学习模型的参数,利用由灰狼算法得出的最佳加权权重进行加权预测,将其预测结果进行对比,以获得更优的预测模型。

1 改进的灰狼优化算法(LHGWO)

1.1 灰狼优化算法

Mirjalili 等在 2014 年提出灰狼优化算法 (Gray Wolf Optimization Algorithm, GWO),它是一种元启发式算法,模仿了灰狼的种群领先和狩猎原则。该算法在每一次迭代中,分别有 3 只狼 α 、 β 和 δ 来引导捕猎行为, ω 为底层灰狼。其中, α 狼为领头狼,被称为最优解, β 和 δ 为次优解。 ω 灰狼在围猎时会协助 α 、 β 和 δ 来包围猎物,以找到可能存在的更优解。灰狼算法基于此原理,提出以下数学模型:

1) 灰狼社会的等级。在灰狼算法中, α 、 β 、 δ 和 ω ,按照个体灰狼的适应度,前 3 种灰狼用来指挥灰狼群。在灰狼算法的迭代中,狼群的位置在不断更新,同时头狼也会被个体灰狼适应度最优的灰狼所替代。

2) 包围猎物。当灰狼捕猎时,它们需要包围猎物。使用式(1)确定单个灰狼与猎物之间的距离,然后使用式(2)接近并包围猎物。

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)| \quad (1)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (2)$$

其中, t 表示迭代次数, \vec{D} 表示个体灰狼与猎物间的距离, \vec{X}_p 代表猎物的位置, \vec{X} 表示个体灰狼的位置, \vec{A} 和 \vec{C} 表示系数向量。表达公式如下:

$$\vec{A} = a(2r_1 - 1) \quad (3)$$

$$\vec{C} = 2r_2 \quad (4)$$

式(3)中,衰减因子 a 随着迭代次数的增加而减小, r_1 和 r_2 为 $[0,1]$ 的随机向量。

3) 围猎。当狼群逼近猎物时, α 、 β 和 δ 狼会引导狼群缩小围场以包围猎物。数学模型如下:

$$\begin{cases} \vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_1 - \vec{X}| \\ \vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_2 - \vec{X}| \\ \vec{D}_\delta = |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_3 - \vec{X}| \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot \vec{D}_\alpha \\ \vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot \vec{D}_\beta \\ \vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot \vec{D}_\delta \end{cases} \quad (6)$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (7)$$

式(5)一式(7)使得灰狼个体能够占据更好的位置, α 、 β 和 δ 狼能提高更优位置的多样性。在最优位置出现时,将 \vec{X} 替换为更好的位置。其中, \vec{X}_α 、 \vec{X}_β 、 \vec{X}_δ 分别表示 α 、 β 和 δ 的位置, \vec{X} 表示灰狼的位置, \vec{X}_1 、 \vec{X}_2 、 \vec{X}_3 表示 ω 灰狼奔向 α 、 β 和 δ 狼的方向和奔袭步长。

1.2 Halton 序列搜索算法

在传统灰狼优化算法 (GWO) 中,灰狼的初始位置是随机分布的,导致算法求解能力不稳定,而霍尔顿序列 (Halton Sequence) 搜索算法是在空间中生成均匀点,因此,本文采用 Halton Sequence 搜索算法初始化灰狼的初始位置^[20-21],使其均匀分布在解空间中,避免陷入局部最优解和重复计算。算法的原理:设置一个指标 p 为基数,利用基数对区间进行切片,形成一个不重复且均匀的初始种群分布位置。

对于任何整数 $n \in (1, m)$,都可以表示为质数 $p \geq 2$ 为基的形式,如式(8)表示:

$$n = \sum_{i=0}^m b_i p^i = b_m p^m + \dots + b_1 p^1 + b_0 \quad (8)$$

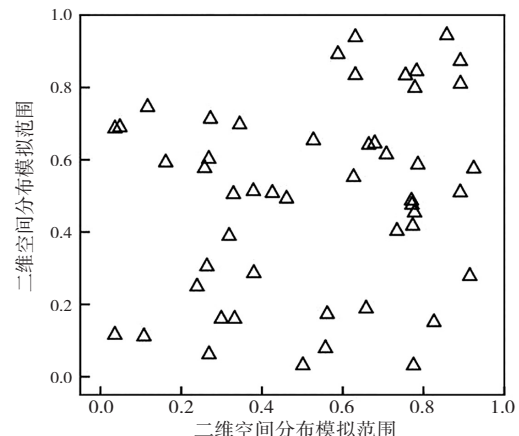
根据 b_m 和选择的基数 p ,得到基本反序函数 $\theta_p(n)$,如式(9)所示:

$$\theta_p(n) = b_0 p^{-1} + b_1 p^{-2} + \dots + b_m p^{-m-1} \quad (9)$$

对于任何整数 n 和维度 $d \in [1, D]$,选择质数表中的质数 $[p_1, p_2, \dots, p_D]$,可对应得到 Halton Sequence 的初始化狼群,如式(10)表示:

$$H(i) = [\theta_{p_1}(i), \theta_{p_2}(i), \dots, \theta_{p_D}(i)] \quad (10)$$

将狼的数量设置为 50 只进行比较模拟,维度为二维^[21],得到如图 1 所示的分布图,图中三角形和正方形分别代表随机分布的灰狼个体分布图和按照 Halton Sequence 初始化的灰狼个体分布图。可以发现随机分布的灰狼个体出现位置重叠现象,部分位置出现空缺,基于 Halton Sequence 的初始灰狼没有出现位置重叠现象,灰狼个体在空间中均匀分布。



(a) 随机种群分布图

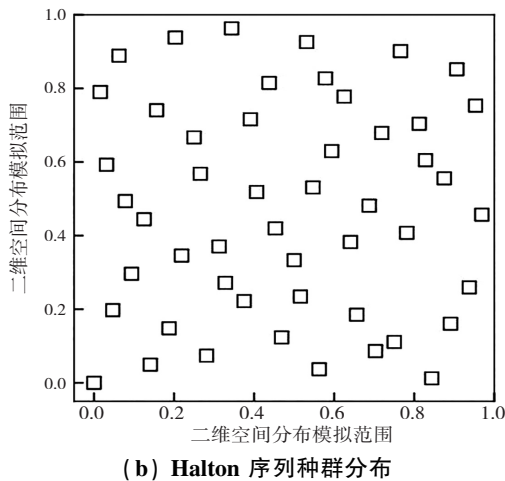


图 1 随机种群分布与 Halton 序列初始化种群分布对比图

Fig. 1 Comparison of random population distribution and initial population distribution initialized by Halton sequence

1.3 Levy 飞行

为了提高优化精度,采用 Levy 飞行和随机行走策略对灰狼算法的优化过程进行优化^[22-24]。Levy 飞行是一种服从 Levy 分布的随机搜索方法,它是一种短距离搜索和偶尔长距离移动交替进行的行走模式,这使得 Levy 飞行具有良好的全局搜索能力,采用随机行走策略提高灰狼在相对集中区域的局部寻优能力。

针对随机游走策略与 Levy 飞行策略分布进行仿真实验^[25],仿真步长设置为 1 000,图 2 为基于 Levy 飞行和随机游走策略的仿真实验示意图。由图 2 可以看出,Levy 飞行由于特殊的行走方式,具有更大的搜索范围,有利于优化算法的全局搜索。随机游走的搜索范围相对集中,更适合进行局部优化问题的研究。

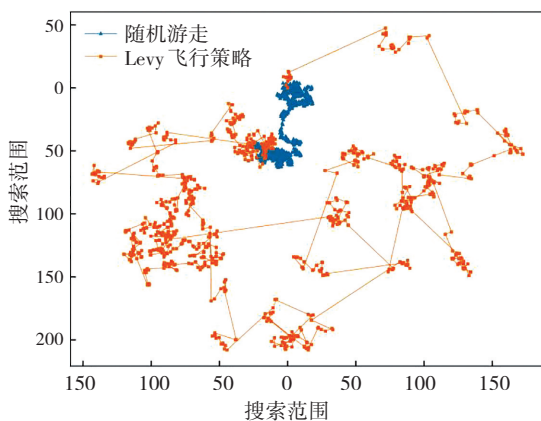


图 2 Levy 飞行和随机游走策略仿真测试图

Fig. 2 Simulation test chart of Levy flight and random walk strategies

基于此仿真实验,本文利用 Levy 飞行和随机游走对灰狼算法的种群位置更新策略做出改进。式(11)为改进后 α 狼位置更新策略;式(12)中, $b_i (i=1,2,3)$ 为 α 、 β 和 δ 狼基于适应度的比例权重;式(13)为 β 狼的位置更新策略;式(14)为 δ 狼改进的位置更新策略;式

(15)为最终的更新位置。在改进灰狼算法的迭代中,会不断比较 3 种位置更新策略中不同位置灰狼的适应度,采用适应度最优的个体作为最终位置。

$$\vec{X}'_1 = \text{Levy}(X_\alpha + \vec{A}_1 \cdot \vec{D}_\alpha) - \vec{A}_1 \cdot \vec{D}_\alpha \quad (11)$$

$$b_i = \frac{f(X_i)}{f(X_\alpha) + f(X_\beta) + f(X_\delta)} \quad (12)$$

$$\vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot \vec{D}_\beta \quad (13)$$

$$\vec{X}'_3 = \sum_{i=1,2,3} b_i \vec{X}_i \quad (14)$$

$$\vec{X}'(t+1) = \frac{\vec{X}'_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}'_3}{3} \quad (15)$$

$\vec{X}'(t+1)$ 为本文改进的灰狼算法种群位置更新策略

略,灰狼与猎物间的距离用 \vec{D} 表示, \vec{X} 表示个体灰狼的位置, \vec{A} 和 \vec{C} 表示系数向量, Levy 表示服从 Levy 分布的路径。Levy 飞行和随机游走改进策略,扩大了狼群的搜索范围,以避免局部最优解。

1.4 LHGWO 用于优化机器学习算法

本文利用上述改进的灰狼算法(LHGWO)对机器学习算法超参数进行调优,由此对时间序列数据进行更加准确的预测,具体步骤如下:

(1) 对数据进行预处理,包括剔除异常值,按照 7:3 的比例划分训练集和测试集。

(2) 利用 Halton 序列初始化种群位置,初始化狼群规模、维度、参数范围和迭代次数。

(3) 引入 Levy 飞行策略更改头狼的位置更新策略,并根据 3 种狼的适应度权重更新 δ 狼的位置,根据 3 种位置策略下灰狼的适应度更新最终位置。

(4) 根据适应度值将灰狼种群划分为 α 、 β 、 δ 和 ω 共 4 个等级。根据适应度进行分类,计算适应度值为

$$F = 1 - \frac{y_i}{y_i + y_f} \quad (16)$$

式(16)中, y_i 是准确分类的数目, y_f 为错误分类的数目。

(5) 根据式(11)一式(15)对种群中每个灰狼位置进行更新。

(6) 根据灰狼个体适应度值不断更新灰狼位置。

(7) 迭代结束时,输出最优灰狼位置,即机器学习模型的最优参数值,利用最优参数构建预测模型。

2 初级模型预测

2.1 数据选取与预处理

选取约翰霍普金斯大学提供的全球该乙类传染病数据集,数据集记录了从 2020 年 1 月 22 日至 9 月 25 日的感染数据。本文将全球数据集中上海市该乙类传染病感染数据抽取出来用作小样本传染病预测研究。上海市该乙类传染病数据共 978 条,记录了自 2022 年 1 月 22 日至 9 月 25 日的传染病数据集,包含累计感染

人数、每日新增感染人数、感染死亡人数、感染康复人数。本文将致力于预测上海市该乙类传染病每日新增感染人数。将数据抽样 70% 用作训练集,用于训练模型,30% 用作测试集,以测试模型预测性能。

2.2 预测性能评估

为了对比各模型的预测性能,选择平均绝对误差 MAE、均方根误差 RMSE、决定系数 R^2 来评估各模型的预测性能。其值分别如下:

$$f_{\text{EMA}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |y_i - \hat{y}_i| \quad (17)$$

$$f_{\text{ERMS}} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (18)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2} \quad (19)$$

2.3 改进算法测试函数

为了测试改进灰狼算法的性能,选取 10 个标准测试函数进行仿真实验,并与灰狼算法进行比较^[26]。表 1 给出了标准测试函数的具体信息,其中测试函数 1-6 为单峰基准函数,用于测试算法的局部开发能力;函数 7-10 是测试算法平衡探索和开发能力的多模态基准函数^[24]。测试函数的维度均设置为 30,测试函数的理论最优值为 0^[13],实验设置灰狼种群为 20,最大迭代次数为 20。

表 1 标准测试函数
Table 1 Benchmark functions

函数名	函数表达式	维数	搜索区域	最优值
Sphere	$F_1(x) = \sum_{i=1}^D x_i^2$	30	$[-100, 100]^D$	0
Schwefel's 2.22	$F_2(x) = \sum_{i=1}^D x_i + \prod_{i=1}^D x_i $	30	$[-10, 10]^D$	0
Schwefel's 1.20	$F_3(x) = \sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^D x_{ij} \right)^2$	30	$[-100, 100]^D$	0
Schwefel's 2.21	$F_4(x) = \max_i \{ x_i , 1 \leq i \leq D \}$	30	$[-100, 100]^D$	0
Step	$F_5(x) = \sum_{i=1}^D (x_i + 0.5)^2$	30	$[-100, 100]^D$	0
Quartic Noise	$F_6(x) = \sum_{i=1}^D ix_i^4 + \text{random}[0, 1)$	30	$[-1.28, 1.28]^D$	0
Rastrigin	$F_7(x) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i + 10)]$	30	$[-5.12, 5.12]^D$	0
Ackley	$F_8(x) = -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \right) - \exp \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + e$	30	$[-32, 32]^D$	1
Griewank	$F_9(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos \left(\frac{x_i}{\sqrt{i}} \right) + 1$	30	$[-600, 600]^D$	1
Pendulized	$F_{10}(x) = \sum_{i=1}^D u(x_i, 10, 100, 4) + \frac{\pi}{D} \{ 10 \sin^2(3\pi y_i) + \sum_{i=1}^{D-1} (y_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi y_{i+1})] + (y_D - 1)^2 \}$ $y_i = 1 + \frac{1}{4}(x_i + 1)$ $u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - 1)^m, & x_i > a \\ 0, & -a \leq x_i \leq a \\ k(-x_i - 1)^m, & x_i < -a \end{cases}$	30	$[-50, 50]^D$	0

为避免实验结果的偶然性,分别对每个测试函数独立运行 100 次,并得出结果的平均值、标准差、最优值和最劣值。其中,最优值和最劣质表现解的质量,平均值反映解的精度,标准差反映算法的稳定性^[27]。本

文选用 5 种算法:灰狼优化算法(GWO)、改进灰狼优化算法(LHGWO)、粒子群优化算法(PSO)、遗传算法(GA)、鲸鱼优化算法(WOA)作对比分析,结果统计如表 2 所示。改进的灰狼算法得出的结果精度要优于未

改进的灰狼算法和其他对比算法,解的质量和算法稳定性都较为优秀,将文中改进灰狼算法运用于实际,将会得到良好的效果。

表 2 算法寻优结果

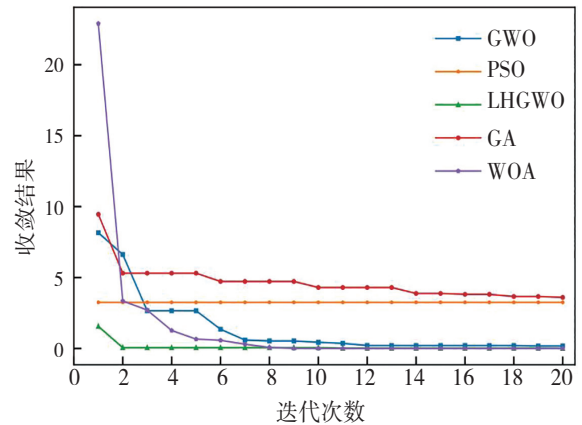
Table 2 Optimization results of different algorithms

		GWO	LHGWO	PSO	GA	WOA
Sphere	最优值	4.13×10^{-4}	1.80×10^{-4}	6.68	4.88	1.48×10^{-3}
	最劣值	64.09	0.01	78.71	86.84	-30.98
	平均值	0.02	1.65×10^{-3}	49.68	13.68	0.58
	标准差	0.07	2.77×10^{-3}	12.89	24.39	2.67
Schwefel's 2.22	最优值	1.11×10^{-3}	1.40×10^{-5}	0.04	3.3×10^{-3}	6.32×10^{-3}
	最劣值	9.69	4.70×10^{-3}	10.51	13.52	6.95
	平均值	0.29	1.10×10^{-3}	0.64	1.00	0.22
	标准差	0.49	1.80×10^{-3}	1.49	1.46	1.06
Schwefel's 1.20	最优值	1.00×10^{-6}	0	1.74×10^{-3}	0.44	1.04×10^{-6}
	最劣值	7.11	4.55×10^{-4}	2.31	3.29	9.42
	平均值	3.18	1.68×10^{-4}	0.09	1.66	0.4
	标准差	13.50	2.45×10^{-4}	0.45	0.82	1.73
Schwefel's 2.21	最优值	0.02	1.77×10^{-3}	3.40	6.10	0.05
	最劣值	2.26	0.53	6.71	12.18	9.61
	平均值	0.47	0.05	5.63	6.93	0.21
	标准差	0.61	0.12	0.78	0.84	1.35
Step	最优值	3.00×10^{-4}	1.01×10^{-4}	0.22	25.18	0.50
	最劣值	49.94	0.01	132.68	40.43	63.73
	平均值	5.05	2.45×10^{-3}	28.24	32.61	2.53
	标准差	14.96	3.26×10^{-3}	44.53	4.60	8.39
Quartic Noise	最优值	3.00×10^{-3}	5.54×10^{-4}	0.02	0.04	0.02
	最劣值	0.47	0.03	0.62	0.93	0.66
	平均值	0.09	9.88×10^{-3}	0.14	0.10	0.59
Rastrigin	标准差	0.08	9.15×10^{-3}	0.15	0.11	0.29
	最优值	1.02	1.17×10^{-3}	1.21	4.98	1.22
	最劣值	5.06	2.00	18.53	12.77	7.65
	平均值	2.19	0.35	2.25	5.40	2.47
Ackley	标准差	1.08	0.56	1.93	1.33	1.38
	最优值	5.00×10^{-3}	4.20×10^{-3}	3.35	4.89	7.88×10^{-3}
	最劣值	3.30	1.58	9.77	5.81	11.01
Griewank	平均值	1.01	0.14	4.63	5.16	1.27
	标准差	0.52	0.10	1.53	0.35	1.75
	最优值	1.00	1.00	1.02	1.19	1.65
Pendlized	最劣值	1.33	1.00	3.71	2.15	9.68
	平均值	1.02	1.00	1.49	1.21	1.75
	标准差	0.07	0.19	0.65	0.10	0.80
	最优值	-1.35	-0.13	-10.31	6.30	-10.82
Pendlized	最劣值	-12.45	-13.62	-14.26	32.94	-14.25
	平均值	-9.46	-12.52	-14.17	17.98	-14.15
	标准差	1.71	3.09	2.49	7.75	1.34

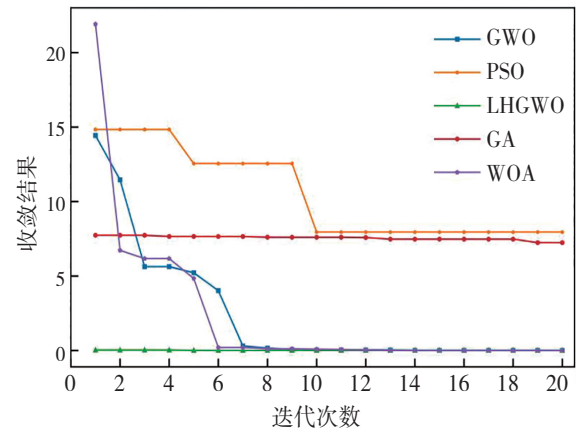
由表 2 可知,对于数 1—6 的单峰基准函数,LHGWO 的寻优结果均优于其他对比算法,结果接近于理论最优值 0。鲸鱼优化算法(WOA)在 Sphere 函数中的最劣质和 Schwefel's 2.22、Schwefel's 1.20、Schwefel's 2.21、Step 中的平均值均优于传统灰狼优化算法,最优值表现均不如灰狼优化算法。

对于多模态基准函数,LHGWO 均优于 GWO。和其他算法对比,GWO 在多模态基准函数中表现优秀,优于其他算法的寻优结果,接近测试函数理论最优值,Rastrigin、Ackley、Griewank 均接近理论最优值 0。

为展示改进算法的性能,图 3 给出了算法对 Schwefel's 1.20 和 Ackley 测试函数的收敛曲线。从图中收敛曲线可以看出,LHGWO 具有较快的收敛速度和收敛精度,且针对算法初始化进行改进,使得算法在迭代开始便得到较优结果。



(a) Schwefel's 1.20 函数算法收敛结果比较



(b) Ackley 函数算法收敛结果比较

图 3 算法寻优曲线

Fig. 3 Optimization curves of different algorithms

3 仿真实验与分析

3.1 单预测模型仿真

为验证本文所选算法的预测性能,共选取 6 种基础模型进行预测分析。通过 LHGWO 和 GWO 算法对机器学习预测模型超参数进行优化,表 3 为优化预测模型的主要超参数。利用优化后的预测模型对上海市该乙类传染病感染数据进行预测,得出结果运用 MAE、RMSE 和 R^2 进行对比,表 4 为两种算法优化机器学习预测模型的预测得分展示。

表 3 LHGWO 与 GWO 优化机器学习预测模型的主要参数
Table 3 Main parameters of the machine learning prediction models optimized by LHGWO and GWO

机器学习预测模型	优化预测模型的主要超参数	
套索回归 (Lasso)	alpha	max_iter
弹性网络回归算法 (ENet)	alpha	l1_ratio
XGBoost	learning_rate	max_depth
随机森林算法 (RF)	n_estimators	max_depth
梯度提升决策树 (GBDT)	learning_rate	max_depth
K-邻近算法 (KNN)	n_neighbors	leaf_size

表 4 LHGWO 与 GWO 参数优化结果展示

Table 4 Display of parameter optimization results of LHGWO and GWO

机器学习预测模型	MAE		RMSE		R^2	
	LHGWO	GWO	LHGWO	GWO	LHGWO	GWO
套索回归 Lasso	0.30	0.31	0.36	0.36	0.99	0.99
弹性网络回归算法 ENet	0.66	1.41	0.78	1.69	0.99	0.97
XGBoost	0.32	0.38	0.70	1.14	0.99	0.98
随机森林算法 RF	0.32	0.35	1.65	1.76	0.97	0.97
梯度提升决策树 GBDT	0.14	0.29	0.58	1.21	0.99	0.98
K-邻近算法 KNN	2.94	3.31	4.53	5.21	0.83	0.78

由表 4 可以得出结论:改进的灰狼算法 (LHGWO) 要比灰狼优化算法 (GWO) 优化后的超参数预测结果更好,模型的平均绝对值误差 (MAE) 和均方根误差 (RMSE) 得分相较于 GWO 更低,这就意味着预测值与真实值之间的误差更小;而 R^2 表示预测精度,通过 LHGWO 优化后的模型预测精度也普遍高于 GWO 优化后的模型参数。经过改进灰狼算法优化的梯度提升树模型 (GBDT) 获得了最优得分,分别为 0.14、0.58 和 0.99,相较于未改进的灰狼算法最优得分 0.29、1.21 和 0.98,预测误差分别降低了 52%、52% 和 1%。

3.2 加权混合预测模型仿真

从上述分析可以看出,单一模型的预测性能有限,只能从特定角度挖掘数据变化的规律,部分数据具有波动性和稳定性。因此,单一预测方法往往难以全面准确地对数据进行建模^[18]。针对单一模型的不足,近年来许多学者采用集成策略进行预测。假设存在 M 个基础预测模型 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_M(x)$, 对于同一数据集,采用预测模型混合的预测方法,式 (20) 为集成预测模型的最终预测结果:

$$\hat{F}(t) = \sum_{i=1}^n \omega_i f_i(x(t)) \quad (20)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

其中,预测的时刻用 t 表示;集合模型的权重系数用 ω 表示,其综合为 1,如式 (21) 所示。

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \quad (21)$$

$0 \leq \omega_i \leq 1, i = 1, 2, \dots, N$

本文选用两种优化算法得到各单预测模型的最佳加权混合权重,分别利用了灰狼优化算法和序贯最小二乘规划算法 (SLSQP)。灰狼优化算法可以处理边界约束、等式约束和不等式约束条件。SLSQP 算法性能良好,是带有约束条件优化问题的默认算法^[28]。

$$\min_{x \in \mathbf{R}^n} f(x) \quad (22)$$

$$g_j(X) = 0, j \in E \quad (23)$$

$$g_u(X) \geq 0, u \in I \quad (24)$$

$$x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}, i = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

其中,式 (22) 是需要最小化的目标函数, x 是输入变量;式 (23)、式 (24) 是指等式和不等式约束, E 和 I 是每种约束类型的函数集;式 (25) 表示每个输入变量 x_i 的上限和下界。SLSQP 以迭代方式解决局部最小值的优化问题,从元组 x^0 开始作为初始预测,第 $\ell+1$ 个元组 $X^{\ell+1}$ 由式 (26) 获得。其中, d^ℓ 是搜索方向, α^ℓ 是第 ℓ 次迭代中的迭代长度。

$$X^{\ell+1} = X^\ell + \alpha^\ell d^\ell \quad (26)$$

为体现集成学习的优势,本文集合 M 个预测模型,通过模型的预测性能分配权重系数,最后将各模型按照分配的权重系数集合起来以获得最佳的集合模型预测效果。

设 P_n 为各单机器学习模型的预测结果,式 (27) 为本文构建的集合预测模型预测结果。

$$P = \omega_1 \times P_1 + \omega_2 \times P_2 + \dots + \omega_6 \times P_6 \quad (27)$$

其中, $\omega_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 为第 N 个模型的权重系数,各模型权重系数取值范围 $\omega_i \in [0, 1]$ 。

加权混合预测的关键是得出每种模型的最佳组合

权重^[29],平均集成(各模型相等权重组合)的基本思路是计算各个预测模型的预测平均值,是一种常见的模型集成方式^[30]。但是在运用该策略进行预测时,各机器学习模型预测效果差别较大。如果集合模型的权重能够按照各单个模型的预测效果进行合理分配,则最终的预测结果将比平均集成有很大提升,将优秀的模型分配较大权重,将较差的模型分配较小权重。为得到最佳的组合权重,使用两种优化算法分配各模型合理的权重,而两种算法的目标函数为各单个模型的预测误差最小,步骤如下:

- (1) 利用 LHGWO 算法优化参数的 6 种模型对某病毒数据集进行训练、预测。
- (2) 以最小化平均绝对误差为目标函数,寻找最佳权重系数。该问题便是以最小化 MAE 为目标的启发式搜索问题的求解过程,误差如式(17)所示。
- (3) 两种优化算法通过约束条件得出最佳模型组合权重。
- (4) 将步骤(3)中得到的权重与每个机器学习模型的预测结果相乘、叠加,得到最终的预测结果。

本文以 MAE 得分最小为目标函数,以达到预测性能最佳为目标,得出各模型的最佳权重。式(28)为目标函数及其约束条件。各模型起始权重 w_0 均设置为 0.5, $f_i(x) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n (x_j - \hat{x}_j) / m$ 为 6 种基础模型的预测值与真实值差值的平均值, $w_1 \sim w_6$ 为 6 种基础模型的最佳加权权重。表 5 为两种算法得出的各模型加权最佳权重结果。

$$\begin{aligned} \min f(x) &= \left| \frac{1}{m} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^n (x_j - \hat{x}_j) w_i \right| \\ \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_j\} &\in \mathbf{Z}^+ \\ 0 \leq \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_6\} &\leq 1 \\ w_0 &= 0.5 \end{aligned} \quad (28)$$

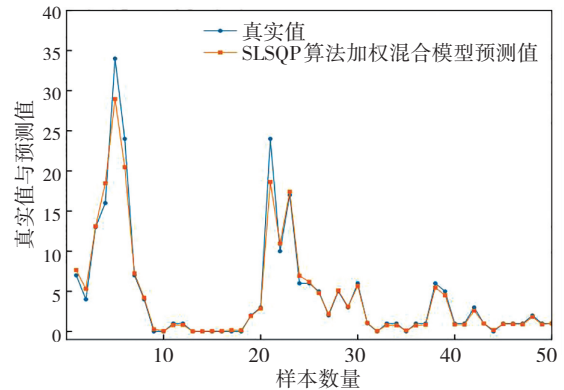
表 5 不同优化算法的加权得分结果

Table 5 Weighted score results of different optimization algorithms

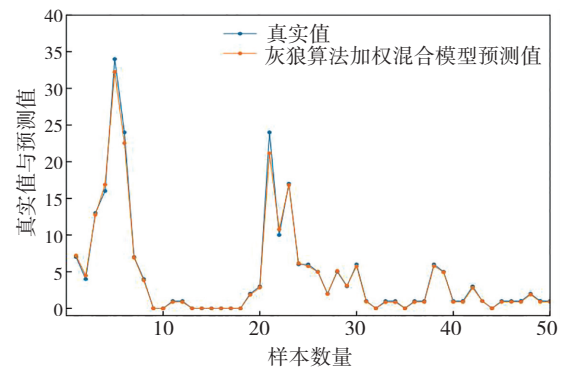
模 型	GWO 算法得出 最佳加权权重	SLSQP 算法得出 的最佳加权权重
XGBoost	0.015 0	0.142 7
弹性网络回归算法(ENet)	0.003 6	0.020 6
梯度提升决策树(GBDT)	0.151 0	0.198 2
套索回归(Lasso)	0.080 0	0.220 5
随机森林算法(RF)	0.329 7	0.171 0
K-邻近算法(KNN)	0.079 6	0.010 7
加权 MAE 得分	0.07	0.42
加权 RMSE 得分	0.24	0.69
加权 R^2 得分	0.99	0.99

通过以上分析可以发现,各单个模型的预测效果有所差别。在集成模型预测中,优化后的预测模型表现良好,通过求得最优权重的集合预测模型要优于所

有单个模型,获得了较好的得分,表明基于灰狼算法得出最佳权重的加权混合预测模型,预测性能良好。图 4 为 LHGWO 算法优化后的各模型加权混合预测结果展示。由图 4 可以看出,经过 LHGWO 算法优化后的各预测模型在灰狼优化算法得出的最佳加权权重组合后,预测效果显著提升,MAE 得分为 0.07, RMSE 为 0.24, R^2 为 0.99。表示真实值与预测值的平均绝对值误差较小,表现出较好的预测性能。



(a) SLSQP 算法加权混合模型预测结果



(b) 灰狼算法加权混合模型预测结果

图 4 加权集成模型仿真可视化结果

Fig. 4 Visualization of the simulation results of the weighted ensemble model

4 结 论

对重大传染病传播的及时有效预测有助于各国政府提前准备和制定应对措施。本文针对某乙类传染病数据集进行预测研究。选取 6 种初级模型用于集成模型研究,通过 Halton 序列搜索算法初始化狼群位置,避免灰狼算法陷入局部最优解和重复运算;引入 Levy 飞行和随机游动策略对灰狼算法的寻优过程进行优化,以增加算法的全局搜索能力;标准测试函数迭代测试显示改进算法的收敛精度和收敛速度均得到了提升,在部分测试函数迭代结果中趋近理论最优值 0,体现了本文改进算法的良好性能;利用改进灰狼算法优化机器学习模型的参数,结果显示 LHGWO 优化后的预测模型要优于原初级模型,预测误差明显降低;最后通过

GWO 算法得出最佳预测模型混合权重。结果显示, LHGWO 优化后的预测模型经过加权混合预测, 相比参数优化后的单模型最优 MAE 得分优 50%, 进一步提升了预测精度。

参考文献(References):

- [1] CHAKRABORTY T, GHOSH I. Real-time forecasts and risk assessment of novel coronavirus (COVID-19) cases: a data-driven analysis[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2020, 135: 109850.
- [2] 曲宗希, 沙勇忠, 李雨桐. 基于灰狼优化与多机器学习的重大传染病集合预测研究: 以 COVID-19 疫情为例[J]. *数据分析与知识发现*, 2022, 6(8): 122-133.
QU Zong-xi, SHA Yong-zhong, LI Yu-tong. Predicting major infectious diseases based on grey wolf optimization and multi-machine learning: case study of COVID-19[J]. *Data Analysis and Knowledge Discovery*, 2022, 6(8): 122-133.
- [3] 赵侃, 师芸, 牛敏杰, 等. 基于改进麻雀搜索算法优化 BP 神经网络的 PM_{2.5} 浓度预测[J]. *测绘通报*, 2022(10): 44-48, 104.
ZHAO Kan, SHI Yun, NIU Min-jie, et al. Prediction of PM_{2.5} concentration based on optimized BP neural network with improved sparrow search algorithm[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2022(10): 44-48, 104.
- [4] 蔡毅, 唐振鹏, 吴俊传, 等. 基于灰狼优化的混频支持向量机在股指预测与投资决策中的应用研究[J]. *中国管理科学*, 2024, 32(5): 73-80.
CAI Yi, TANG Zhen-peng, WU Jun-chuan, et al. Research on the application of GWO-SVR algorithm in the prediction of reverse mixed data in stock market and investment strategy[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2024, 32(5): 73-80.
- [5] 张宏波. 机器学习在 PM_{2.5} 浓度预测中的应用研究[D]. 重庆: 西南大学, 2023.
ZHANG Hong-bo. Application of machine learning in PM_{2.5} concentration prediction[D]. Chongqing: Southwest University, 2023.
- [6] 朱志畅, 葛焱, 臧晶荣, 等. 基于无人机图像和 SHAP 特征筛选的小麦田间产量预测方法研究[J/OL]. *麦类作物学报*. <https://link.cnki.net/urlid/61.1359.S.20240509.1045.026>.
ZHU Zhi-chang, GE Yan, ZANG Jing-rong, et al. Research on wheat yield prediction based on UAV imagery and SHAP feature selection[J/OL]. *Journal of Triticeae Crops*. <https://link.cnki.net/urlid/61.1359.S.20240509.1045.026>.
- [7] 蔡成林, 吴明杰, 吕开慧. 基于 SSA-ANFIS 模型的 BDS-3 卫星钟差短期预报[J]. *大地测量与地球动力学*, 2024, 44(9): 926-931.
CAI Cheng-lin, WU Ming-jie, LYU Kai-hui. Short-term prediction of BDS-3 satellite clock bias based on SSA-ANFIS model[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2024, 44(9): 926-931.
- [8] 江雨燕, 邵金, 陈梦凯, 等. 融合分解集成和深度学习的金融时间序列预测模型[J]. *统计与决策*, 2023, 39(24): 152-156.
JIANG Yu-yan, SHAO Jin, CHEN Meng-kai, et al. Financial time series forecasting model based on decomposition integration and deep learning[J]. *Statistics & Decision*, 2023, 39(24): 152-156.
- [9] 李梦, 黄章杰, 徐健晖. 基于深度学习和小波分析的 LSTM-Wavelet 模型股价预测[J]. *重庆工商大学学报(自然科学版)*, 2023, 40(2): 99-105.
LI Meng, HUANG Zhang-jie, XU Jian-hui. Stock price prediction with LSTM-wavelet model based on deep learning and wavelet analysis[J]. *Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition)*, 2023, 40(2): 99-105.
- [10] 蒋洪迅, 田嘉, 孙彩虹. 面向 PM_{2.5} 预测的递归随机森林与多层神经网络集成模型[J]. *系统工程*, 2020, 38(5): 14-24.
JIANG Hong-xun, TIAN Jia, SUN Cai-hong. Recursive stochastic ensemble model of multi-layer neural network and random forest for PM_{2.5} prediction[J]. *Systems Engineering*, 2020, 38(5): 14-24.
- [11] 余晨曦, 尹彦力. 基于 DYCORS 算法的 OVA-SVM 参数优化与应用研究[J]. *重庆工商大学学报(自然科学版)*, 2024, 41(1): 38-44.
YU Chen-xi, YIN Yan-li. Optimization and application of OVA-SVM parameters based on DYCORS algorithm[J]. *Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition)*, 2024, 41(1): 38-44.
- [12] 徐杰, 陈义安. 基于非期望 SBM-SVM 改进模型的投资有效性预测: 以重庆市工业行业为例[J]. *重庆工商大学学报(自然科学版)*, 2023, 40(1): 97-104.
XU Jie, CHEN Yi-an. Investment effectiveness prediction based on undesirable SBM-SVM improvement model: a case study of industrial sector in Chongqing[J]. *Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition)*, 2023, 40(1): 97-104.
- [13] 宋玉生, 刘光宇, 朱凌, 等. 改进的灰狼优化算法在 SVM 参数优化中的应用[J]. *传感器与微系统*, 2022, 41(9): 151-155.
SONG Yu-sheng, LIU Guang-yu, ZHU Ling, et al. Application of improved GWO algorithm in SVM parameter optimization[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2022, 41(9): 151-155.
- [14] 董志强, 郑凌蔚, 苏然, 等. 一种基于 IGWO-SNN 的光伏出力短期预测方法[J]. *电力系统保护与控制*, 2023, 51(1): 131-138.
DONG Zhi-qiang, ZHENG Ling-wei, SU Ran, et al. An IGWO-SNN-based method for short-term forecast of photovoltaic output[J]. *Power System Protection and Control*, 2023, 51(1): 131-138.

- [15] HE P, WU W. Levy flight-improved grey wolf optimizer algorithm-based support vector regression model for dam deformation prediction[J]. *Frontiers in Earth Science*, 2023, 11: 1122937.
- [16] 林泳恩, 孟越, 杜懿, 等. 堆叠集成模型径流预报效果的影响因素研究[J]. *水文*, 2023, 43(1): 57-61.
LIN Yong-en, MENG Yue, DU Yi, et al. Study on influence factors about runoff forecasting performance of stacking integrated model [J]. *Journal of China Hydrology*, 2023, 43(1): 57-61.
- [17] 李诗勇, 薛静, 吴冕之, 等. 基于粒子群优化的改进加权支持向量回归的变压器顶层油温预测[J]. *高压电器*, 2021, 57(12): 103-109.
LI Shi-yong, XUE Jing, WU Mian-zhi, et al. Prediction of transformer top-oil temperature with the improved weighted support vector regression based on particle swarm optimization [J]. *High Voltage Apparatus*, 2021, 57(12): 103-109.
- [18] 廖含月, 曾剑平, 吴承荣. 一种多模型集成的网络论坛流量预测模型[J]. *计算机工程*, 2020, 46(12): 60-66, 72.
LIAO Han-yue, ZENG Jian-ping, WU Cheng-rong. A model for online forum traffic prediction integrated with multiple models[J]. *Computer Engineering*, 2020, 46(12): 60-66, 72.
- [19] 魏军胜, 刘琰, 陈静, 等. 一种自适应权重的多分类通用集成方法[J]. *计算机科学*, 2022, 49(11): 212-220.
WEI Jun-sheng, LIU Yan, CHEN Jing, et al. Universal multi-class ensemble method with self adaptive weights [J]. *Computer Science*, 2022, 49(11): 212-220.
- [20] 江虹, 王新远, 王奉宇, 等. 基于 PSO-GWO-SVM 的周界安防信号识别研究[J]. *激光与红外*, 2018, 48(3): 396-400.
JIANG Hong, WANG Xin-yuan, WANG Feng-yu, et al. Study of perimeter security signal recognition based on PSO-GWO-SVM[J]. *Laser & Infrared*, 2018, 48(3): 396-400.
- [21] 李若晨, 肖人彬. 基于改进狼群算法优化 LSTM 网络的舆情演化预测[J]. *复杂系统与复杂性科学*, 2024, 21(1): 1-11.
LI Ruo-chen, XIAO Ren-bin. Public opinion evolution prediction based on LSTM network optimized by an improved wolf pack algorithm[J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2024, 21(1): 1-11.
- [22] 丁瑞成, 周玉成. 引入莱维飞行与动态权重的改进灰狼算法[J]. *计算机工程与应用*, 2022, 58(23): 74-82.
DING Rui-cheng, ZHOU Yu-cheng. Improved grey wolf optimization algorithm based on levy flight and dynamic weight strategy[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2022, 58(23): 74-82.
- [23] 马卫, 朱娴. 基于莱维飞行扰动策略的麻雀搜索算法[J]. *应用科学学报*, 2022, 40(1): 116-130.
MA Wei, ZHU Xian. Sparrow search algorithm based on levy flight disturbance strategy [J]. *Journal of Applied Sciences*, 2022, 40(1): 116-130.
- [24] 李阳, 李维刚, 赵云涛, 等. 基于莱维飞行和随机游动策略的灰狼算法[J]. *计算机科学*, 2020, 47(8): 291-296.
LI Yang, LI Wei-gang, ZHAO Yun-tao, et al. Grey wolf algorithm based on levy flight and random walk strategy [J]. *Computer Science*, 2020, 47(8): 291-296.
- [25] 江雨燕, 傅杰, 甘如美江, 等. 改进灰狼算法优化 GBDT 在 PM_{2.5} 预测中的应用 [J]. *安全与环境学报*, 2024, 24(4): 1569-1580.
JIANG Yu-yan, FU Jie, GAN Rumeijiang, et al. Application of improved gray wolf algorithm to optimize GBDT in PM_{2.5} prediction[J]. *Journal of Safety and Environment*, 2024, 24(4): 1569-1580.
- [26] 赵峰, 徐丹华. 基于改进 HHO 算法的碳交易价格组合预测研究[J]. *西安理工大学学报*, 2023, 39(3): 330-338.
ZHAO Feng, XU Dan-hua. Research on the prediction of carbon trading price combination by the improved HHO algorithm [J]. *Journal of Xi'an University of Technology*, 2023, 39(3): 330-338.
- [27] 赵峰, 徐丹华. 基于混沌扰动与柯西变异的 HHO 算法[J]. *安徽大学学报(自然科学版)*, 2023, 47(4): 25-34.
ZHAO Feng, XU Dan-hua. HHO algorithm based on chaotic perturbation and Cauchy mutation [J]. *Journal of Anhui University (Natural Sciences)*, 2023, 47(4): 25-34.
- [28] 郭京承, 严爱军, 汤健. 城市固体废物焚烧过程炉温的鲁棒加权异构特征集成预测模型[J]. *自动化学报*, 2024, 50(1): 121-131.
GUO Jing-cheng, YAN Ai-jun, TANG Jian. Robust weighted heterogeneous feature ensemble prediction model of temperature in municipal solid waste incineration process [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(1): 121-131.
- [29] 冯倩倩, 孙晓蕾, 郝俊. 基于状态转移回归的动态集成时序预测方法[J]. *中国管理科学*, 2024, 32(2): 307-314.
FENG Qian-qian, SUN Xiao-lei, HAO Jun. Dynamic ensemble time series forecasting model based on regime-switching regression [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2024, 32(2): 307-314.
- [30] 杨子寒, 托雅, 杨杰, 等. 基于多种动力-统计方法的中国夏季降水集成预测研究[J]. *地球物理学报*, 2024, 67(3): 982-996.
YANG Zi-han, TUO Ya, YANG Jie, et al. Integrated prediction of summer precipitation in China based on multi dynamic-statistic methods[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2024, 67(3): 982-996.

责任编辑:李翠薇