

基于正交试验法的桁架式桥梁模型性能研究

葛智溶

上海理工大学 机械工程学院, 上海 200093

摘要:目的 针对桁架式桥梁在实际载重情况下的抗震性能问题,提出了基于正交试验法的桁架式桥梁模型优化框架,得出了桥梁快速经济合理的设计方法。方法 基于传统桥梁模型,首先,该方法建立了简化的桁架式桥梁有限元模型,并选取桥面宽度、桥面厚度和建造材料作为试验因素,设计了三因素三水平的正交数值模拟试验。其次,对有限元仿真结果的各项数据进行方差分析和回归分析,研究了各桥梁构造参数对抗震性能指标的敏感性。最后通过静力学和动力学分析,验证了优化后桥梁模型的准确性。结果 在对正交试验数据进行方差分析和回归分析后表明:桥面宽度对最大应力的影响程度最为显著,其次为桥面厚度,而材料密度的影响较为次要。通过有限元计算分析了在受力状态下的结构变形和桥梁结构的振动特性,验证了桥梁结构在受力和振动方面的结构可行性。结论 正交试验法与仿真软件的结合应用能够快速而有效地了解各因素对桥梁性能的影响,同时为桁架结构抗震性能提升提供了理论依据,有望促进桥梁高效设计和优化方法提升。

关键词:桁架式桥梁;正交数值模拟试验;方差分析;抗震性能指标

中图分类号:U442.5 **文献标识码:**A **doi:**10.16055/j.issn.1672-058X.2025.0005.010

Research on Performance of Truss Bridge Model Based on Orthogonal Test Method

GE Zhirong

School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract: **Objective** Aiming at the seismic performance of truss bridges under the actual load, the optimization framework of the truss bridge model based on the orthogonal test method is put forward, and the fast, economical, and reasonable design method for bridges is obtained. **Methods** Starting from the conventional bridge model, this method first establishes a simplified finite element model of a truss bridge. Bridge deck width, bridge deck thickness, and construction materials are selected as experimental factors, and a three-factor three-level orthogonal numerical simulation experiment is designed. Secondly, the variance analysis and regression analysis of the data of the finite element simulation results are carried out to study the sensitivity of the bridge structural parameters to the seismic performance index. Finally, the accuracy of the optimized bridge model is verified by static and dynamic analysis. **Results** After the variance analysis and regression analysis of the orthogonal test data, the results show that the width of the bridge deck has the most significant effect on the maximum stress, followed by the thickness of the bridge deck, while the density of the material has a minor effect. Through the finite element calculation, structural deformations under stress and the vibration characteristics of bridge structures are analyzed, and the structural feasibility of the bridge structure under stress and vibration is verified. **Conclusion** The combined application of the orthogonal test method and simulation software enables a rapid and effective understanding of the impact of various factors on bridge performance. This approach also provides a theoretical basis for enhancing the seismic performance of truss structures, potentially promoting efficient bridge design and optimization methods.

Keywords: truss bridge; orthogonal numerical simulation test; variance analysis; seismic performance index

收稿日期:2023-05-06 修回日期:2023-08-13 文章编号:1672-058X(2025)05-0078-06

作者简介:葛智溶(2000—),男,江苏苏州人,硕士研究生,从事结构智能优化设计研究。

引用格式:葛智溶.基于正交试验法的桁架式桥梁模型性能研究[J].重庆工商大学学报(自然科学版),2025,42(5):78-83.

GE Zhirong. Research on performance of truss bridge model based on orthogonal test method[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2025, 42(5): 78-83.

投稿地址 <http://journal.ctbu.edu.cn/zr/ch/index.aspx>

1 引言

桁架结构是由直杆三角形单元构成的梁式结构,由于内部杆件主要承受轴向力且分布均匀,具有刚度大和适应跨度范围广等优点,为此近几年我国修建了数以万计的桥梁^[1]。深入系统地研究桁架式桥梁在实际使用下的应力变化情况,识别桥梁的受损情况和载重性能并采用科学的方法对桥梁的设计思路进行评估,能够为桁架式桥梁的设计以及后续的修复加固提供理论参考和依据,具有非常重要的实际应用价值和战略意义^[2-3]。

目前,针对桁架式桥梁在设计参数与应用研究方面已有大量报道。Tusnin 等^[4]对受损桁架桥梁的稳固性进行了研究,提供了实际计算受损钢桁架抗局部破坏能力的方法。Buckley 等^[5]将桥梁结构、材料和环境等作为监测的特征因素,建立了基于桥梁健康监测的结构优化方法。黎子童^[6]基于正交试验设计法,开展了新型钢与混组合板梁桥构造参数优化研究。从上述研究可知,基于特征因素的桥梁实验在求解桥梁结构优化决策问题上具有一定的优势,但由于桥梁结构设计实验平台搭建较为困难,实验过程仍面临精度较低及受限于环境条件等问题。因此,借助仿真软件对桥梁结构的关键参数进行研究工作显得尤为重要,编制一套科学、高效和适用的优化流程,能够更全面地理解这些关键参数在桥梁受载情况下的作用。

为解决这一问题,以某小型桁架桥为背景,通过缩放尺寸法建立了桁架式桥梁有限元模型。结合有限元软件和力学知识,设计了正交试验优化方法并重点分析了桥梁构造参数对抗震性能的变化规律,为后期桥梁抗震研究提供了重要参考。

2 模型构建与优化设计

2.1 实验加载装置的确定

桥梁结构载荷实验是对所设计的桥梁进行模拟工况并施加外部载荷的实验,通过实测数据了解其在实际工作中的状态,以评估其桥梁性能和安全性。该实验有助于发现桥梁结构缺陷,评估检验桥梁设计与制造工艺,为规划桥梁的加固和改进计划提供了理论基础^[7]。

根据《公路桥梁承载能力检测评定规程》(JTG/T J21-2011)^[8],载荷实验需模拟实际工作状况,因此实验重点考虑了桥梁对于载重车辆及施工设备通行的需要。加载对象选定为混凝土搅拌车并按桥梁缩放系数换算为载重,其等效重量公式如下:

$$Q=(m+V\rho)\mu \tag{1}$$

式(1)中, m 为车辆自重,混凝土搅拌车重量为 10 t; V 为附加材料体积,混凝土体积为 5 m³; ρ 为附加材料密

度,混凝土密度为 2.4 t/m³; μ 为桥梁缩放系数,取值为 0.004 6。

如图 1 所示,实验的简化桥梁模型由桥面、上弦材、下弦材和腹杆等组成。桥梁整体选择采用具有代表性的不同材料,如结构钢、不锈钢和混凝土制作,其中间结构形式采用桁架结构。加载装置由支座、上压板和下压板组成,桥梁测试模型通过上压板和下压板固定于支座上并采用式(1)换算后的等效重量 1 000 N 载荷施加于桥面的正中心位置,用以模拟桥梁在实际使用时的受载情况。

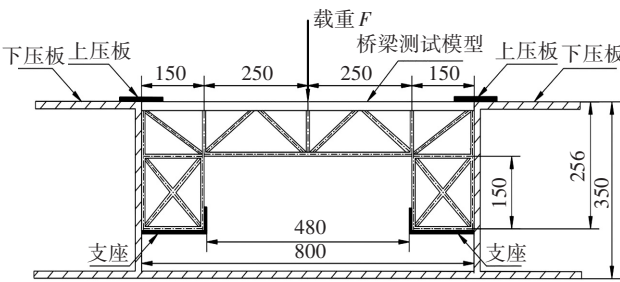


图 1 试验加载装置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of test loading device

2.2 简化桁架模型的建立

根据实验加载的要求,采用了空腹式桥梁结合桁架结构的设计方案。该选择具备多重优势,其中包括制作简单、计算方便以及能够满足桥梁的实际需求等优点。通过调整桁高参数,桥梁的竖向抗弯刚度能够向桥长方向改变^[9]。同时由于该结构相对简单,受力分析和计算的复杂性相对较低,能够确保设计的可靠性和合理性^[10]。最终设计模型如图 2 所示,其初始桥面宽度和桥面厚度分别为 180 mm 和 18 mm,材料密度为 7.75 g/cm³。

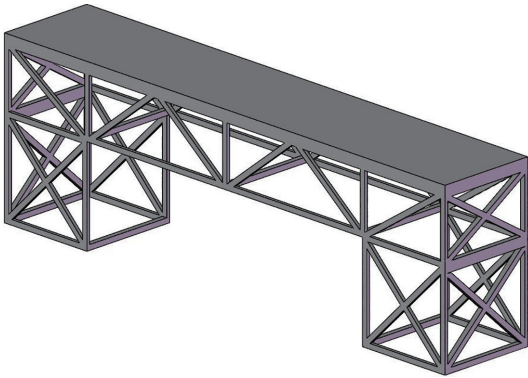


图 2 桥梁模型简图

Fig. 2 Simplified diagram of the bridge model

为在有限的空间内实现较高的结构强度和整体稳定性,简化桁架式桥梁主体采用以焊接为主的施工方案。在结构设计方面,上弦材和下弦材被选择为矩形形状,腹杆和其他杆件则采用工字形截面。桥梁模型的杆件主要尺寸如表 1 所示。

表 1 桁架杆件尺寸表

Table 1 Dimensions of truss members

杆 件	截面形状	截面宽度 b/mm	截面高度 h/mm
上弦材	矩形	8	12
下弦材	矩形	10	14
腹杆	工字形	8	8
横梁	工字形	10	10
纵梁	工字形	10	12

2.3 正交试验设计

本次仿真试验,其目的是测量受载情况下桁架式桥梁的最大应力变化情况。通过参考桥梁设计图纸,选取不同尺寸下的 3 个主要结构影响因素,分别为桥面宽度 L_w 、桥面厚度 L_t 和材料密度 ρ 。

如表 2、表 3 所示,每个因子有三个水平,需选用 $L_9(3^3)$ 正交表并完成 9 次仿真分析试验。

表 2 正交试验因素水平

Table 2 Orthogonal test factor levels

水平	桥面宽度	桥面厚度	材料密度
序号	L_w/mm	L_t/mm	$\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^3)$
水平 1	150	18	2.61
水平 2	180	24	7.75
水平 3	210	30	7.85

表 3 三因素三水平正交试验

Table 3 Three factors and three levels orthogonal test

试验	桥面宽度	桥面厚度	材料密度
序号	L_w/mm	L_t/mm	$\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^3)$
1	150	18	2.61
2	150	24	7.75
3	150	30	7.85
4	180	18	7.75
5	180	24	2.61
6	180	30	7.85
7	210	18	7.85
8	210	24	2.61
9	210	30	7.75

2.4 试验结果和极差分析

在正交表中, K_{ij} 代表为第 j 列因素取 i 水平时所对应的试验数据之和, k_{ij} 则代表为第 j 列因素取 i 水平时所对应的试验数据的算数平均值^[11]。

$$k_{ij} = K_{ij}/s \tag{2}$$

式(2)中, s 表示在正交表第 j 列因素 i 水平出现的次数。

极差分析是正交试验理论分析中最常见的方法,可以确定各试验因素对指标的主次影响。极差 R 的数值大小表示各试验因素对指标的影响强度,该数值越大,则表明模拟指标对相应的因素水平变化越敏感。

$$R = \max\{K_1^j, K_2^j, K_3^j\} - \min\{K_1^j, K_2^j, K_3^j\} \tag{3}$$

通过对表 4 的分析,可明显得出各因素对桥梁最大应力的影响程度,从大到小的顺序分别为桥面宽度>桥面厚度>材料密度。这意味着调整桥面宽度在控制桥梁最大应力的变化方面具有主导作用,而相比之下,调整桥面厚度和材料密度对桥梁最大应力的变化影响较小。

表 4 正交试验结果

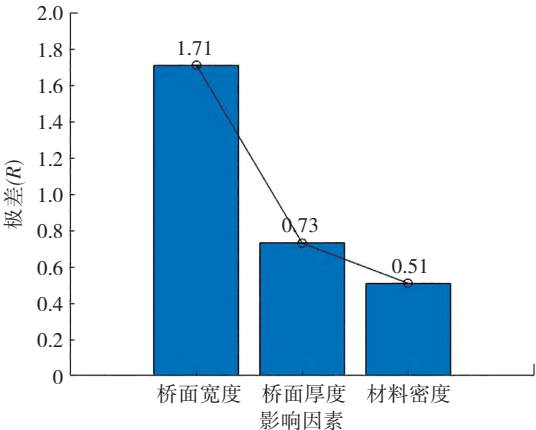
Table 4 Orthogonal experiment results

试验	因 素			最大应力
序号	A	B	C	/MPa
1	150	18	2.61	9.65
2	150	24	7.75	9.90
3	150	30	7.85	10.2
4	180	18	7.75	8.74
5	180	24	2.61	8.56
6	180	30	7.85	7.56
7	210	18	7.85	8.89
8	210	24	2.61	8.41
9	210	30	7.75	7.33
K_A	29.75	27.28	25.54	
K_B	24.86	26.87	27.05	
K_C	24.63	25.09	26.65	
$\overline{K_A}$	9.92	9.09	8.51	
$\overline{K_B}$	8.29	8.96	9.02	
$\overline{K_C}$	8.21	8.36	8.88	
R	1.71	0.73	0.51	

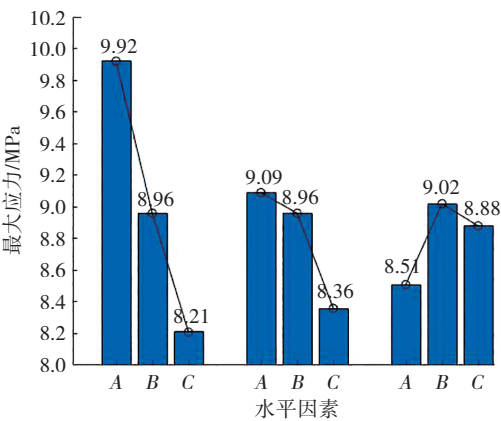
主次关系 桥面宽度 L_w > 桥面厚度 L_t > 材料密度 ρ

在对极差 R 的情况进行分析后,为了取得桥梁所受应力最小的效果,可以确定各因素水平的最优组合为 $A_3B_3C_2$ 。具体而言,即桥面宽度 L_w 为 210 mm,桥面厚度 L_t 为 30 mm,而材料密度 ρ 为 7.75 g/cm³。

由图 3 可知,选取桥面宽度、桥面厚度和材料密度 3 个指标为目标函数并使用极差法分析,能够准确反映各影响因素变化对桥梁性能的敏感性。



(a) 影响因素敏感度对比



(b) 最大应力与水平因素关系
图 3 正交试验数据分析

Fig. 3 Orthogonal experimental data analysis

根据试验数据,桥面宽度、桥面厚度和材料密度三者的极差分析结果分别为 1.71、0.73 和 0.51。表明当桥面宽度加大时,桥梁的最大应力将会有显著降低。同时随着材料的性能提高,桥梁的最大应力也呈线性减小的变化规律。

2.5 方差分析

方差分析(ANOVA)是一种统计学方法,通常应用于多组试验设计,旨在验证各组均值是否存在显著性差异,进而推断影响因素对观测变量的影响程度^[12]。

通过将正交试验的数据带入 MATLAB 统计工具箱中的方差分析函数。如表 5 可知,由于 3 个 *P* 值分别为 0.12、0.37 和 0.59,三者的值均大于 0.05,故接受原假设,表示各因素之间无显著差异。同时分析 *P* 值可知,相比之下,因素 A 对桥梁受力的影响要比因素 B 和因素 C 更加显著。

表 5 正交试验方差分析
Table 5 Orthogonal experiment variance analysis

方差来源	平方和	自由度	均方	统计量	<i>P</i>	显著性
因素 A	5.58	2	2.79	7.05	0.12	非常显著
因素 B	1.35	2	0.67	1.7	0.37	显著
因素 C	0.54	2	0.27	0.69	0.59	不显著
误差	0.79	2	0.40			
总效应	7.81	8				

2.6 回归分析

基于相似桥梁力学性能变化规律及敏感性分析可知,桥梁的力学性质同时受到桥面宽度、桥面厚度和建造材料的控制。为提高试验效率,需找到 3 种控制因素与各参数间的量化关系,因此对正交试验结果开展多元线性回归分析显得尤为重要^[13]。

假设将桥面宽度、桥面厚度和建造材料的弹性模量分别设为自变量 x_1 、 x_2 和 x_3 ,试验最大应力设为 σ 。采用 MATLAB 软件对表 5 中各变量数据进行多元线性回归分析,回归方程为

$$\sigma = -0.028x_1 - 0.063x_2 + 0.018x_3 + 15.34 \quad (4)$$

为验证多元线性回归拟合得到的公式准确性,需将各试验结果与回归结果进行对比。由图 4 可知,在本次试验范围内拟合曲线和实测曲线趋势一致且重合度较高。数据分析表明,随着桥面宽度和桥面厚度的增加,桥梁在连接处的刚度也随之提升。因此,桥梁的最大应力会随着桥面面积的扩大而增加。由此可得出结论,当桥面宽度和桥面厚度相对较大时,桥梁的抗震能力将有所提升。

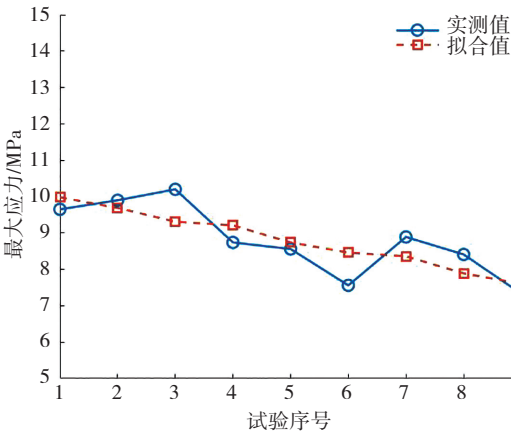


图 4 拟合结果对比图
Fig. 4 Comparison of fitting results

3 仿真实验与结果分析

3.1 静力学仿真

静力学分析的作用是分析物体在恒定载荷下所产生的响应数据,研究结构在固定载荷下的响应情况,例如结构的位移、应力和应变等^[14]。本论文通过 ANSYS Workbench 软件进行有限元分析,分析了桥梁在施加约束情况下的约束模态状况,从而验证桥梁优化尺寸与结构的合理性。

根据论文要求,确定桥梁的材料为不锈钢,其材料属性如表 6 所示,材料弹性模量 200 GPa,密度为 7.75 g/cm³,泊松比为 0.3。

表 6 材料参数
Table 6 Material parameters

材料名称	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(g·cm ⁻³)
不锈钢	200	0.3	7.75

由图 5 可知,通过使用 SolidWorks 将设计好的模型导入仿真软件后,桥梁变形主要发生在桁架的上端,最大值为 4.22×10⁻⁶ m,而桁架的下端最大位移为 3.26×10⁻⁶ m,仅为上端变形的 77.25%,两侧的变形值为 6.84×10⁻⁷ m。发生变形的原因为桥梁荷载为来自上部结构的载重,上桁架在荷载作用下承受的弯矩较大,因此变形也相对集中。同时变形会随着到桁架中心的距离减少而增大,但该区域的变形相对于桥梁整体尺寸来说非常微小,属于正常范围。

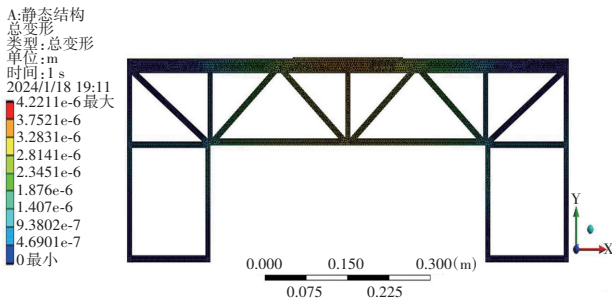


图 5 位移云图

Fig. 5 Displacement cloud diagram

在高度 Y 方向受载情况下,根据有限元计算结果图 6 可知,桥梁在加载等效重量的情况下,应力分布均匀对称,验证了仿真模型的有效性。桥梁最大等效应力值为 7.33 MPa,两侧等效应力为 0.83 MPa,最大应力区域分布在桁架的上端,其原因为当该方向模拟加载重物时,上桁架因承受了 Y 方向的压力载荷而发生变形。在均匀荷载作用下,桥梁中部通常受到较大的弯矩,特别是在跨度中心的位置,这是由于弯矩引起的弯曲应力最大,可能使桥面和桥身的开裂情况发生。在实际工程中,为了提升桥梁整体的抗载荷能力,应针对上桁架的杆架进行加厚处理,减少载重作用下桥梁的位移变形。

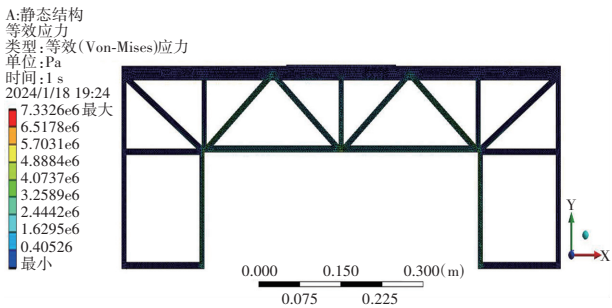


图 6 应力云图

Fig. 6 Stress cloud diagram

查得桥梁所用材料的屈服强度约为 205 MPa,抗拉强度大约为 450~520 MPa 左右,该仿真数据在材料的容许应力范围内且满足规范要求。因此,在施加载荷为等效重量的情况下,论文中所设计的桥梁结构是安全的,强度和刚度能够满足设计要求。

3.2 动力学仿真

动力学分析是用来分析物体在随时间变化的载荷作用下自身的运动规律和响应行为^[15]。仿真原理为通过将结构划分成许多小的有限元素,然后对每个元素进行建模,可以更精确地模拟结构的振动响应。结构在动力作用下的运动微分方程组为

$$M\ddot{x}\{t\} + C\dot{x}\{t\} + Kx\{t\} = f\{t\} \quad (5)$$

式(5)中, M 、 C 和 K 分别代表为系统的质量矩阵、阻尼矩阵以及刚度矩阵; $\ddot{x}\{t\}$ 、 $\dot{x}\{t\}$ 和 $x\{t\}$ 则分别代表为系统在 t 时刻的加速度向量、速度向量以及位移向量;

$f\{t\}$ 为外部的载荷向量。

在模态分析中为获得系统固有振动的特性,通常将阻尼矩阵 C 项忽略且 $f\{t\} = 0$, 此时结构的运动微分方程组为:

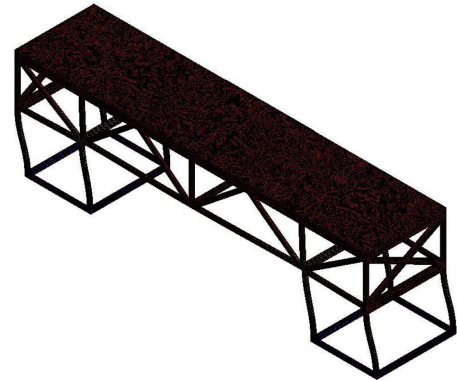
$$M\ddot{x}\{t\} + Kx\{t\} = 0 \quad (6)$$

该运动微分方程组有非零解的充要条件为

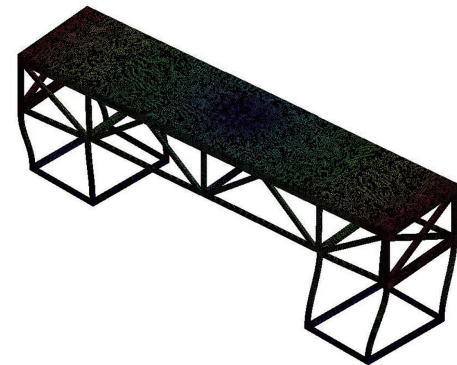
$$|K - \omega_i^2 M| \{\phi_i\} = 0 \quad (7)$$

式(7)中, ω_i 为系统第 i 阶的固有频率, ϕ_i 为系统第 i 阶的振型。

在模态仿真分析中,结构的前几个自振频率和振型对其整体的动态行为起着主导和控制作用。针对该桁架式桥梁结构,只需求结构的前二阶自振频率和振型^[16],仿真结果如图 7 所示。



(a) 一阶振型



(b) 二阶振型

图 7 桁架式桥梁振型图

Fig. 7 Mode diagram of truss bridge

通过分析一阶和二阶的模态振型,桥梁的变形表现大致相同,但桥梁两侧出现了不同程度的挤压变形且顶端的扭动和中间腹部处的扭动方向有所差异,扭动幅度也有一定的提升。

挤压变形是指桥梁结构在振动中发生的压缩或膨胀变形,这可能是由于桥梁的纵向和横向振动引起的。扭动则表示桥梁在振动中绕其纵轴发生的转动。在一阶和二阶振型中,桥梁两侧挤压变形表示整个结构的基本振动特性,而顶端和中间腹部处扭动方向和幅度的变化则反映了不同振动模态的影响。

考虑了底面的固定端约束后,桁架式桥梁的前两阶模态频率分别为 26.17 Hz 和 39.63 Hz,验证了结构设计的合理性和稳定性(表 7)。同时底面的固定端约束效果得到了有效的考虑,为桥梁在工作频率范围内避免共振提供了重要保障。

表 7 固有频率和振型特征

Table 7 Natural frequency and mode shape characteristics

模态阶数	固有频率/Hz	振 型
1	26.17	弯曲振动模态
2	39.63	扭转振动模态

4 结 论

针对现有桁架式桥梁在不同结构载荷下的变形问题,提出了一种基于正交试验法的桁架式桥梁模型优化方法。通过分析正交试验法的 9 组数据后,表明桥面宽度在结构载荷试验中占据主导地位,而桥面厚度和材料属性则为次要因素。在最大桥面宽度条件下,桁架模型的最大应力相比原尺寸能够有效降低 16.13%。相比于传统桥梁优化方法,采用方差分析和回归分析结合的优化策略能够快速了解桥梁力学性能变化规律及各影响因素的敏感度,进一步提升桥梁性能预测的准确性。

通过 ANSYS Workbench 软件成功建立了桥梁仿真模型并对其完成了静力学和动力学分析,验证了优化结果的准确性,以确保桥梁设计满足结构稳定性和安全性需求。本优化方法能够快速了解桁架模型在结构载荷试验下的变形情况,但选择桥面宽度、桥面厚度和建造材料作为试验因素可能忽略了其他影响抗震性能的重要因素,如连接方式、支撑结构等。未来的研究可以考虑更全面的试验设计因素,为实现更安全、可持续的桥梁设计提供重要参考。

参考文献(References):

[1] SKLAVOUNOS A J, CASTANEDA D I. The Linville creek bridge: A case study of design thinking in structural engineering[C]//IEEE Systems and Information Engineering Design Symposium. 2022: 19–24.

[2] OBRIEN E J, BROWNJOHN J M W, HESTER D, et al. Identifying damage on a bridge using rotation-based Bridge Weigh-In-Motion[J]. Journal of Civil Structural Health Monitoring, 2021, 11(1): 175–188.

[3] 蒋煜,汪为新. 城市桥梁与地域性景观空间之间的耦合性研究[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2017, 34(2): 116–120.

JIANG Yu, WANG Wei-xin. Research on the coupling between urban bridges and regional landscape space[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University

(Natural Science Edition), 2017, 34(2): 116–120.

[4] TUSNIN A, BERGER M. Bearing capacity of steel trusses with local damage considering the exclusion time[J]. Buildings, 2023, 13(4): 938–953.

[5] BUCKLEY T, GHOSH B, PAKRASHI V. A feature extraction selection benchmark for structural health monitoring[J]. Structural Health Monitoring, 2022, 22(3): 2082–2127.

[6] 黎子童. 基于正交试验的新型钢-混组合板梁桥结构参数优化[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2023.

LI Zi-tong. Optimization of structural parameters of new steel-concrete composite plate girder bridge based on orthogonal experiments[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2023.

[7] BARKER G M. Steel girder bridge field test procedures [J]. Construction and Building Materials, 1999, 13(4): 229–239.

[8] JTG/TJ21-2011, 公路桥梁承载能力检测评定规程[S]. 北京: 人民交通出版社, 2011.

[9] 陈科. 连体桁架结构优化比选分析[J]. 福建建设科技, 2023(1): 43–47.

CHEN Ke. Optimization comparison analysis of conjoined truss structures[J]. Fujian Construction Science and Technology, 2023(1): 43–47.

[10] GUO YANLIN, CHEN HANG, PI YONGLIN. In-plane failure mechanisms and strength design of circular steel planar tubular Vierendeel truss arches[J]. Engineering Structures 2017, 151(1): 488–502.

[11] 王世超,李毅,张岗,等. 基于正交试验的钢桁-混凝土组合梁优化设计[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2023, 43(6): 49–59.

WANG Shi-chao, LI Yi, ZHANG Gang, et al. Optimal design of steel truss-concrete composite beams based on orthogonal tests[J]. Journal of Chang’ an University (Natural Science Edition), 2023, 43(6): 49–59.

[12] 张瀚钊,唐焱,王龙. 基于正交试验设计的钢-混组合桥面系参数敏感性分析[J]. 工程建设, 2019, 51(1): 10–18.

ZHANG Han-zhao, TANG Yan, WANG Long. Sensitivity analysis of steel-concrete composite bridge deck system parameters based on orthogonal experimental design[J]. Engineering Construction, 2019, 51(1): 10–18.

[13] ZHAO H W, DING Y L, MENG L B, et al. Bayesian multiple linear regression and new modeling paradigm for structural deflection robust to data time lag and abnormal signal [C]//Proceedings of the IEEE Sensors Journal. 2023: 19635–19647.

[14] BUITRAGO M, BERTOLESI E, CALDERÓN P A, et al. Robustness of steel truss bridges: Laboratory testing of a full-scale 21-metre bridge span. [J]. Structures, 2021, 29: 691–700.

[15] GORGI R. Damage identification technique based on mode shape analysis of beam structures[J]. Structures, 2020, 27: 2300–2308.

[16] KHODADADI N, SNASEL V, MIRJALILI S. Dynamic arithmetic optimization algorithm for truss optimization under natural frequency constraints [C]//Proceeding of the IEEE Access. 2022: 16188–16208.

责任编辑:陈 芳