

基于事件触发的多智能体系统固定时间一致性

夏梅妍, 唐朝君

重庆理工大学 理学院, 重庆 400054

摘要:目的 在有向拓扑下, 针对非线性多智能体系统, 研究其基于分布式动态事件触发的固定时间一致性问题。方法 通过在静态事件触发策略基础上引入一个动态变量, 提出每个智能体基于状态信息和动态变量的触发条件, 只有当测量误差符合该触发条件时, 系统才会进行控制器的更新。这个动态变量是可调节的阈值参数, 能有效减少大量事件触发, 从而在静态事件触发策略的基础上进一步降低系统的资源损耗。结果 利用代数图论、李雅普诺夫稳定性理论和固定时间稳定性理论得到了系统实现固定时间一致性时, 控制策略和触发函数中各参数需要满足的条件和系统的收敛时间上界。结论 相较于有限时间一致性系统的收敛时间依赖于系统的初始条件, 利用设计的固定时间一致性协议, 系统的收敛时间与系统的初始条件无关, 而且可以通过调整控制参数来确定收敛时间的上界。通过对测量误差的分析证明了在所提出事件触发策略下, 系统可以避免出现芝诺行为, 数值仿真例子验证了理论结果的可行性。

关键词:多智能体系统; 动态事件触发策略; 固定时间; 一致性; 有向拓扑

中图分类号:TP273 **文献标识码:**A **doi:**10.16055/j.issn.1672-058X.2024.0006.009

Fixed-time Consensus for Multi-agent Systems Based on Event-triggered Control

XIA Meiyen, TANG Zhaojun

College of Science, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China

Abstract: Objective For nonlinear multi-agent systems under directed topology, the fixed-time consensus problem based on distributed dynamic event triggering was studied. **Methods** By introducing a dynamic variable based on the static event-triggered strategy, a triggering condition based on state information and dynamic variables was proposed for each agent, and the controller of the system was updated only when the measurement error met this triggering condition. The dynamic variable, serving as an adjustable threshold parameter, effectively reduced the number of event triggers, thereby further reducing the resource consumption of the system compared with the static event-triggered strategy. **Results** Using algebraic graph theory, Lyapunov stability theory, and fixed-time stability theory, the conditions that needed to be satisfied for each parameter in the control strategy and trigger function when the system achieved fixed-time consensus, and the upper bound on the convergence time of the system was also obtained. **Conclusion** While the convergence time of a finite-time consensus system depends on the initial conditions of the system, the proposed fixed-time consensus protocol ensures that the convergence time is independent of the initial conditions and the upper bound of the convergence time can be determined by adjusting the control parameters. The analysis of the measurement error proves that Zeno behavior can be effectively avoided under the proposed event-triggered strategy. Finally, numerical simulation examples demonstrate the feasibility of the theoretical results.

Keywords: multi-agent system; dynamic event-triggered strategy; fixed-time; consensus; directed topology

收稿日期:2023-05-18 修回日期:2023-06-25 文章编号:1672-058X(2024)06-0072-08

基金项目:重庆市教委科学技术研究项目(KJQN201901122); 重庆市自然科学基金面上项目(CSTC2019JCYJ-MSXMX0020).

作者简介:夏梅妍(1998—),女,重庆垫江人,硕士研究生,从事多智能体系统一致性研究。

引用格式:夏梅妍,唐朝君. 基于事件触发的多智能体系统固定时间一致性[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2024,41(6):72-79.

XIA Meiyen, TANG Zhaojun. Fixed-time consensus for multi-agent systems based on event-triggered control [J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2024, 41(6): 72-79.

1 引言

近年来,多智能体系统一致性问题在无线传感器网络^[1-2]、交通运输^[3]、智能机器人^[4]等众多领域的应用引起了学者们的广泛关注。有限时间一致性协议以收敛速度快,对扰动和参数的不确定性,具有好的鲁棒性等优势赢得了学者们的青睐。目前,已经涌现出大量关于有限时间一致性的研究成果^[5-9]。

文献[5-8]开发了一种有限时间一致性控制协议,证明了系统在所开发协议下可以在有限时间内收敛;文献[9]研究了多智能体系统的广义有限时间一致性问题,通过设计两种不同的有限时间控制协议得到了系统实现广义有限时间收敛时,控制协议中参数需要满足的条件。尽管文献[5-9]很好地解决了有限时间一致性问题,但是系统最终的收敛时间被初始状态所制约。为了克服这一问题,固定时间一致性应运而生。采用固定时间一致性协议,系统的收敛时间不受智能体初始状态限制,也就是说,不论初始条件如何,收敛时间都能够保证在一个有界的时间范围内。例如,文献[10]研究了高阶系统的固定时间一致性问题,为了让系统在期望的固定时间内实现一致性,提出了一种新的基于固定时间的控制器;文献[11]提出一种分布式固定时间一致性协议来解决二阶系统的固定时间领导-跟随一致性问题,证明了系统能够在有界有限时间内达到一致,而且这个时间是完全独立于初始条件的;文献[12]针对一阶系统,利用智能体的局部信息提出了一种固定时间控制协议,利用类似于文献[11]的证明方法,证明了系统可以在期望的时间内达到一致。文献[10-12]都表明:采用固定时间一致性协议不仅能够使系统在独立于初始状态的情况下达到一致,而且可以通过调整适当的控制增益来确定收敛时间的上界。因此,研究固定时间一致性问题在理论和实践上都具有重要的价值和意义。

虽然文献[10-12]很好地解决了系统的收敛时间不受初始状态影响的问题,但是在文献[10-12]中,控制器的更新和信息交互是持续进行的,这会造成系统通信资源的不必要浪费。因此,事件触发策略成为学者们的宠。在事件触发策略下,只有符合给出的触发条件,智能体才能进行信息传递,从而可以减少各智能体之间的通信时间和通信工作量,并且解决通信通道阻塞的问题。文献[13]在有向拓扑下,设计了一种基于事件触发策略的一致性协议来减少系统的通信工作量;文献[14-16]基于事件触发策略,探讨了一种分布式固定时间一致性协议以减少系统的能量消耗和降低控制器的更新频率,文献最后还证明了在所提出的事件触发策略下系统不存在芝诺行为;文献[17]在文

献[16]的基础上,提出了两种基于事件触发策略的分布式一致性协议,有效避免了不确定干扰对系统固定时间收敛的影响,与现有的有限时间一致性协议不同,该协议可以保证系统以固定时间收敛且收敛时间不依赖于初始条件,并且控制器不需要连续更新;文献[18]在文献[17]的基础上,针对具有非线性动态的系统提出了一种基于事件触发策略的固定时间一致性协议,证明了系统能够以期望的固定时间收敛,并且这个时间远远小于设置的收敛时间上界。

文献[13-18]很好地说明了采用事件触发策略在减少系统通信工作量和降低能量损耗方面的优越性。但是值得注意的是,上述文献采用的触发策略都是传统的静态事件触发,它的不足之处在于触发函数中的阈值参数一般只与系统的状态或者通信有关,随着各个智能体的状态趋于一致,阈值会越来越小,当触发条件被多次违反时,系统很有可能会出现芝诺行为。为了解决这个问题,有学者讨论了动态事件触发策略,在基于事件触发策略的框架下引入了一个动态变量,提出了每个智能体基于状态信息和动态变量的触发条件。只有当测量误差符合该触发条件时,系统才会进行控制器的更新。这个动态变量是可调节的阈值参数,能有效减少大量事件触发,进而在静态事件触发策略的基础上进一步降低系统的资源损耗。例如,文献[19-22]在动态事件触发下探讨了多智能体系统的一致性问题;文献[23]对具有时滞的非线性多智能体系统进行了研究,探讨了在动态事件触发策略下的固定时间一致性问题。研究表明:采用动态事件触发策略能够在静态事件触发的基础上进一步降低系统的资源损耗。因此,研究动态事件触发策略下的固定时间一致性问题具有更重要的理论和应用价值。本文受文献[23]的启发,采用类似于文献[23]的动态事件触发函数,在有向拓扑下针对非线性多智能体系统,研究了其基于分布式动态事件触发的固定时间一致性问题。由于在触发函数中引入了一个动态变量,如何设计适当的事件触发函数以实现系统的固定时间一致性具有一定的挑战性。

基于以上讨论,考虑固定时间稳定与控制器连续更新的问题,针对非线性多智能体系统的固定时间一致性问题,开发了一种新的分布式动态事件触发固定时间控制策略。本文的主要贡献如下:

考虑具有非线性动态的多智能体系统,开发了动态事件触发策略,相比于文献[18],引入的动态变量可以有效降低事件触发的频率,从而进一步降低系统的资源损耗。与文献[5-9]相比,系统的收敛时间不再受限于系统的初始状态。相比于文献[23],考虑在强连

通拓扑下的固定时间一致性问题,众所周知,研究有向网络下的一致性比无向的更具有挑战性。

2 预备知识

2.1 代数图论

$G=(V, \mathcal{E}, A)$ 表示 N 个智能体之间的有向通信拓扑,它由节点集 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 和边集 $\mathcal{E} \subseteq V \times V$ 组成。有向边 $(j, i) \in \mathcal{E}$ 表示节点 i 能够接收节点 j 的信息,信息传输方向不可逆。 $A=[a_{ij}]_{N \times N}$ 是 G 的邻接矩阵,其中 $a_{ij} > 0$ 当且仅当 $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。度矩阵被定义为 $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N)$, 其中 $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$ 。图 G 的拉普拉斯矩阵被定义为 $L = [L_{ij}]_{N \times N} = D - A$ 。如果对于任意两个不同的节点 i 和 j , 总存在从节点 i 到节点 j 的有向路径, 则称有向图 G 为强连通的。

本文涉及的其他数学符号如下: \mathbf{R} 表示实数集, $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数, 上标“ T ”表示转置, \mathbf{I}_N 表示 N 阶单位矩阵, $\mathbf{1}_N$ 表示元素全为 1 的 $N \times 1$ 维列向量, $\lambda_{\min}(\Xi)$ 表示对称矩阵 Ξ 的最小特征值。

2.2 相关引理

考虑如下动态系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x(t) \in \mathbf{R}$ 表示系统状态, $f(x(t), t): \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 是非线性函数, 原点是式 (1) 的平衡点。如果 $f(x(t), t)$ 不连续, 则式 (1) 的解是在 Filippov 意义下的解^[24]。

引理 1^[25] 如果存在一个连续正定的函数 $V(t)$ 满足

$$\dot{V}(x(t)) \leq -\kappa_1 V(x(t)) - \kappa_2 V^\mu(x(t)) - \kappa_3 V^\nu(x(t))$$

则式 (1) 实现固定时间稳定, 并且收敛时间 T_0 满足

$$T_0 \leq T_m := \frac{1}{\kappa_1(1-\mu)} \ln \left(\frac{\kappa_1 + \kappa_2}{\kappa_2} \right) + \frac{1}{\kappa_3(\nu-1)}$$

其中, $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3 > 0, \mu \in (0, 1), \nu > 1$ 。

引理 2^[26] 对任意的非负常数 $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n$, 有下列不等式成立:

$$\sum_{i=1}^n \zeta_i^\alpha \geq \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i \right)^\alpha, 0 < \alpha \leq 1$$

$$\left(\sum_{i=1}^n \zeta_i \right)^\beta \geq \sum_{i=1}^n \zeta_i^\beta \geq n^{1-\beta} \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i \right)^\beta, 1 < \beta < \infty$$

引理 3^[27] 如果 G 是强连通的, L 是 G 的拉普拉斯矩阵, 则 $L\mathbf{1}_N = 0$, 并且存在一个正向量 $\xi =$

$[\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N]^T$ 满足 $\sum_{i=1}^N \xi_i = 1$ 使得 $\xi^T L = 0$ 。此外, 令

$$R = \frac{(\Xi L + L^T \Xi)}{2}, \text{ 则矩阵 } R \text{ 是对称的, 并且 } \sum_{i=1}^N R_{ij} =$$

$$\sum_{j=1}^N R_{ji} = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, N, \text{ 其中 } \Xi = \text{diag} \{ \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N \}。$$

由引理 3 可以得到如下的定义和引理。

定义 1^[27] 如果 G 是强连通的, L 是 G 的拉普拉斯矩阵, 则它的代数连通度被定义为

$$\lambda_\xi(L) = \min_{x^T \xi = 0, x \neq 0} \frac{x^T R x}{x^T \Xi x}$$

引理 4^[27] $\lambda_\xi(L)$ 可以这样计算:

$$\begin{cases} \lambda_\xi(L) = \max \delta \\ Q^T (R - \delta \Xi) Q \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{其中, } Q = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{N-1} \\ \xi^T \\ -\xi_N \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{N \times (N-1)}, \hat{\xi} = [\xi_1, \dots, \xi_{N-1}]^T。$$

2.3 问题描述

考虑如下的非线性多智能体系统:

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t), t) + u_i(t), i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中, $x_i(t) \in \mathbf{R}$ 表示智能体 i 在 t 时刻的状态, $u_i(t) \in \mathbf{R}$ 表示智能体 i 在 t 时刻的控制输入, $f: \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 是非线性函数。

假设 1 系统的通信拓扑 G 是强连通的。

假设 2 存在已知正常数 ρ 满足下列不等式:

$$|f(x_i(t), t) - f(x_j(t), t)| \leq \rho |x_i(t) - x_j(t)|$$

定义 2 非线性多智能体系统式 (2) 能够实现固定时间一致性, 若存在一个控制协议 $u_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 对任意的初始状态都满足

$$\lim_{t \rightarrow T_0} |x_i(t) - x_j(t)| = 0, x_i(t) = x_j(t), \forall t \geq T_0$$

其中, $T_0 > 0$ 是收敛时间, 它的上界 T_m 与初始状态 $x_i(0)$ 和 $x_j(0)$ 都无关。

定义 3 t_k^i 表示智能体 i 第 k 次事件触发时刻, 如果 $\inf_k \{t_{k+1}^i - t_k^i\} > 0$ 成立, 则称系统式 (2) 不存在芝诺行为。

3 主要结果

考虑多智能体系统式 (2) 在事件触发策略下的固定时间一致性问题, 智能体 i 基于事件触发的一致性协议被设计为

$$u_i(t) = -c \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_k^i)) \quad (3)$$

其中, $c > 0, t_k^i$ 表示智能体 i 第 k 次事件触发时刻, 触发时间序列为 $\{t_0^i, t_1^i, \dots, t_k^i, \dots\}$ 。

定义智能体 i 的测量误差为 $e_i(t) = x_i(t_k^i) - x_i(t)$, 智能体 i 的加权平均误差为 $y_i(t) = x_i(t) - \bar{x}(t)$, 其中,

$$\bar{x}(t) = \sum_{j=1}^N \xi_j x_j。$$

对智能体 i , 其事件触发函数被设计为

$$g_i(t) = \|e_i(t)\| - k_1 \|y_i(t)\| + k_2 \|y_i(t)\|^r + \frac{k_3 - \eta_i(t)}{\|y_i(t)\|} \quad (4)$$

其中, $k_1, k_2, k_3 > 0, r > 1, \eta_i(t)$ 是动态变量, 其自适应律为

$$\dot{\eta}_i(t) = -k_4 \eta_i(t) - k_5 \eta_i^{\frac{1}{2}}(t) - k_6 \eta_i^{\frac{1+r}{2}}(t) \quad (5)$$

其中, $k_4, k_5, k_6 > 0$, 并且规定 $\eta_i(0) > 0$ 。

对式(5)求积分可以得到

$$\eta_i(t) = \eta_i(0) e^{\int_0^t z_i(s) ds} > 0$$

其中, $z_i(t) = -k_4 - k_5 \eta_i^{-\frac{1}{2}}(t) - k_6 \eta_i^{\frac{r-1}{2}}(t)$ 。

结合测量误差的定义和式(2)、式(3)可以得到

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t), t) - c \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t_k^i) - x_j(t_k^j)) =$$

$$f(x_i(t), t) - c \sum_{j=1}^N l_{ij} (x_j(t) + e_j(t))$$

再由 $y_i(t) = x_i(t) - \bar{x}(t)$, 进一步可以得到

$$\begin{aligned} \dot{y}_i(t) &= \dot{x}_i(t) - \dot{\bar{x}}(t) = \\ & f(x_i(t), t) - c \sum_{j=1}^N l_{ij} (y_j(t) + e_j(t)) - \\ & \sum_{i=1}^N \xi_i f(x_i(t), t) + c \sum_{i=1}^N \xi_i \sum_{j=1}^N l_{ij} (y_j(t) + e_j(t)) \quad (6) \end{aligned}$$

由 $\xi^T L = 0$ 可以得到

$$\sum_{i=1}^N \xi_i \sum_{j=1}^N l_{ij} (y_j(t) + e_j(t)) = \xi^T L (y(t) + e(t)) = 0$$

因此, 式(6)进一步可写为

$$\begin{aligned} \dot{y}_i(t) &= \dot{x}_i(t) - \dot{\bar{x}}(t) = \\ & f(x_i(t), t) - c \sum_{j=1}^N l_{ij} (y_j(t) + e_j(t)) - \\ & \sum_{i=1}^N \xi_i f(x_i(t), t) \quad (7) \end{aligned}$$

由式(7)得到系统的闭环动力学方程为

$$\dot{y}(t) = (I_N - I_N \xi^T) F(x(t), t) - cLy(t) - cLe(t)$$

其中,

$$y(t) = [y_1(t), \dots, y_N(t)]^T$$

$$e(t) = [e_1(t), \dots, e_N(t)]^T$$

$$x(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$$

$$F(x(t), t) = [f(x_1(t), t), \dots, f(x_N(t), t)]^T$$

定理 1 若假设 1 和 2 成立, 当参数满足 $\lambda_\xi(L) >$

$\frac{\rho}{c} + \frac{k_1 \| \Xi L \|}{\lambda_{\min}(\Xi)}, k_4 > c \| \Xi L \|^2$ 时, 系统式(2)在控制协议式(3)和事件触发函数式(4)的作用下可以实现固定时间一致性, 并且收敛时间满足

$$T_0 \leq T_m = \frac{1}{b_1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)} \ln \left(\frac{b_1 + b_2}{b_2} \right) + \frac{1}{b_3 N^{\frac{1+r}{2}} \left(\frac{1+r}{2} - 1\right)} \quad (8)$$

其中,

$$b_1 = \min \left\{ 2c\lambda_\xi(L) - 2\rho - \frac{2k_1 c \| \Xi L \|}{\lambda_{\min}(\Xi)}, k_4 - c \| \Xi L \|^2 \right\}$$

$$b_2 = \min \left\{ \frac{k_3 c \| \Xi L \|}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\Xi)} 2^{\frac{1}{2}}, k_5 \right\}$$

$$b_3 = \min \left\{ \frac{k_2 c \| \Xi L \| N^{\frac{1+r}{2}}}{\lambda_{\min}^{\frac{1+r}{2}}(\Xi)} 2^{\frac{1+r}{2}}, k_6 N^{\frac{1+r}{2}} \right\}$$

证明 构造李雅普诺夫函数如下:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t)$$

其中, $V_1(t) = \frac{1}{2} y^T(t) \Xi y(t)$, $V_2(t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(t)$ 。

对 $V(t)$ 求导, 同时结合假设 2 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= y^T(t) \Xi [(I_N - I_N \xi^T) F(x(t), t) - \\ & cLy(t) - cLe(t)] + \sum_{i=1}^N \dot{\eta}_i(t) = \\ & \sum_{i=1}^N y_i(t) \xi_i [f(x_i(t), t) - f(\bar{x}(t), t)] - \\ & cy^T(t) \Xi Ly(t) - cy^T(t) \Xi Le(t) - k_4 \sum_{i=1}^N \eta_i(t) - \\ & k_5 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1}{2}}(t) - k_6 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1+r}{2}}(t) \leq \\ & \sum_{i=1}^N y_i(t) \xi_i \rho \| x_i(t) - \bar{x}(t) \| - c\lambda_\xi(L) \sum_{i=1}^N \xi_i \| y_i \|^2 + \\ & c \| \Xi L \|^2 \sum_{i=1}^N \| y_i(t) \|^2 - k_4 \sum_{i=1}^N \eta_i(t) - \\ & k_5 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1}{2}}(t) - k_6 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1+r}{2}}(t) \leq \\ & \rho \sum_{i=1}^N \xi_i \| y_i(t) \|^2 - c\lambda_\xi(L) \sum_{i=1}^N \xi_i \| y_i \|^2 + \\ & c \| \Xi L \|^2 \sum_{i=1}^N \| y_i(t) \|^2 - \\ & k_4 \sum_{i=1}^N \eta_i(t) - k_5 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1}{2}}(t) - k_6 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1+r}{2}}(t) \leq \\ & \rho \sum_{i=1}^N \xi_i \| y_i(t) \|^2 - c\lambda_\xi(L) \sum_{i=1}^N \xi_i \| y_i(t) \|^2 + \\ & k_1 c \| \Xi L \|^2 \sum_{i=1}^N \| y_i(t) \|^2 - k_2 c \| \Xi L \|^2 \sum_{i=1}^N \| y_i(t) \|^2 + \\ & k_3 c \| \Xi L \|^2 \sum_{i=1}^N \| y_i(t) \|^2 + c \| \Xi L \|^2 \sum_{i=1}^N \eta_i(t) - \\ & k_4 \sum_{i=1}^N \eta_i(t) - k_5 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1}{2}}(t) - k_6 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1+r}{2}}(t) \end{aligned}$$

由引理 2 易知下列几个不等式成立:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^N \|y_i(t)\| \geq \left(\sum_{i=1}^N \|y_i(t)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\
& \sum_{i=1}^N \|y_i(t)\|^{1+r} \geq N^{\frac{1+r}{2}} \left(\sum_{i=1}^N \|y_i(t)\|^2 \right)^{\frac{1+r}{2}} \\
& \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1}{2}}(t) \geq \left(\sum_{i=1}^N \eta_i(t) \right)^{\frac{1}{2}} \\
& \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1+r}{2}}(t) \geq N^{\frac{1+r}{2}} \left(\sum_{i=1}^N \eta_i(t) \right)^{\frac{1+r}{2}}
\end{aligned}$$

因此进一步可以得到

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) & \leq \left(\rho - c\lambda_{\xi}(L) + \frac{k_1 c \|\Xi L\|}{\lambda_{\min}(\Xi)} \right) \sum_{i=1}^N \xi_i \|y_i(t)\|^2 - \\
& \frac{k_2 c \|\Xi L\| N^{\frac{1-r}{2}}}{\lambda_{\min}^{\frac{1+r}{2}}(\Xi)} \left(\sum_{i=1}^N \xi_i \|y_i(t)\|^2 \right)^{\frac{1+r}{2}} - \\
& \frac{k_3 c \|\Xi L\|}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\Xi)} \left(\sum_{i=1}^N \xi_i \|y_i(t)\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} - k_5 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1}{2}}(t) + \\
& (c \|\Xi L\| - k_4) \sum_{i=1}^N \eta_i(t) - k_6 \sum_{i=1}^N \eta_i^{\frac{1+r}{2}}(t) \leq \\
& \left(\rho - c\lambda_{\xi}(L) + \frac{k_1 c \|\Xi L\|}{\lambda_{\min}(\Xi)} \right) y^T(t) \Xi y(t) - \\
& \frac{k_2 c \|\Xi L\| N^{\frac{1-r}{2}}}{\lambda_{\min}(\Xi)^{\frac{1+r}{2}}} (y^T(t) \Xi y(t))^{\frac{1+r}{2}} - \\
& \frac{k_3 c \|\Xi L\|}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\Xi)} (y^T(t) \Xi y(t))^{\frac{1}{2}} + \\
& (c \|\Xi L\| - k_4) \sum_{i=1}^N \eta_i(t) - \\
& k_5 \left(\sum_{i=1}^N \eta_i(t) \right)^{\frac{1}{2}} - k_6 N^{\frac{1+r}{2}} \left(\sum_{i=1}^N \eta_i(t) \right)^{\frac{1+r}{2}} \leq \\
& - 2 \left(c\lambda_{\xi}(L) - \rho - \frac{k_1 c \|\Xi L\|}{\lambda_{\min}(\Xi)} \right) V_1(t) - \\
& \frac{k_2 c \|\Xi L\| N^{\frac{1-r}{2}}}{\lambda_{\min}(\Xi)^{\frac{1+r}{2}}} 2^{\frac{1+r}{2}} V_1^{\frac{1+r}{2}}(t) - \\
& \frac{k_3 c \|\Xi L\|}{\lambda_{\min}(\Xi)^{\frac{1}{2}}} 2^{\frac{1}{2}} V_1^{\frac{1}{2}}(t) - (k_4 - c \|\Xi L\|) V_2(t) - \\
& k_5 V_2^{\frac{1}{2}}(t) - k_6 N^{\frac{1+r}{2}} V_2^{\frac{1+r}{2}}(t) \leq \\
& - b_1 (V_1(t) + V_2(t)) - b_2 (V_1^{\frac{1}{2}}(t) + V_2^{\frac{1}{2}}(t)) - \\
& b_3 (V_1^{\frac{1+r}{2}}(t) + V_2^{\frac{1+r}{2}}(t)) \leq - b_1 V(t) - b_2 V^{\frac{1}{2}}(t) - \\
& b_3 N^{\frac{1+r}{2}} V^{\frac{1+r}{2}}(t)
\end{aligned}$$

由定理 1 可以得到系统式(2)在固定时间一致性协议式(3)和动态事件触发函数式(4)的作用下可以实现固定时间一致性,并且系统的收敛时间满足式(8)给

出的形式。证毕。

定理 2 在假设 1 和假设 2 成立的基础上,当 $k_1 \|y_i(t)\| + \frac{\eta_i(t)}{\|y_i(t)\|} \neq k_2 \|y_i(t)\|^r + k_3$ 成立时,多智能体系统式(2)在控制协议式(3)和事件触发函数式(4)的作用下不存在芝诺行为。

证明 类似于文献[17]的证法,对于 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$,由测量误差的定义可得

$$\begin{aligned}
\|\dot{e}_i(t)\| & \leq \|u_i(t)\| + \|f(x_i(t), t)\| + \|\Delta(t_k^i, t_{k-1}^i)\| \leq \\
& \|u_i(t)\| + \rho \|x_i(t)\| + \|\Delta(t_k^i, t_{k-1}^i)\| \leq \\
& U + \rho (\|e_i(t)\| + \|x_i(t_k^i)\|) + \|\Delta(t_k^i, t_{k-1}^i)\|
\end{aligned}$$

其中,

$$\|\Delta(t_k^i, t_{k-1}^i)\| = \frac{x(t_k^i) - x(t_{k-1}^i)}{t_k^i - t_{k-1}^i}, U = \max_{t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)}$$

$\{\|u_i(t)\|\}$ 。令 $h = \rho \|x_i(t_k^i)\| + U + \|\Delta(t_k^i, t_{k-1}^i)\|$,可以得到

$$\|\dot{e}_i(t)\| \leq \rho \|e_i(t)\| + h \quad (9)$$

因为 $e_i(t_k^i) = 0$,求解式(9)可得

$$\|e_i(t)\| \leq \frac{h}{\rho} (e^{\rho(t-t_k^i)} - 1) \quad (10)$$

当 $t = t_{k+1}^i$ 时,由式(10)可得

$$\|e_i(t_{k+1}^i)\| \leq \frac{h}{\rho} (e^{\rho(t_{k+1}^i - t_k^i)} - 1) \quad (11)$$

根据触发函数式(4)可以知道智能体 i 在满足等

式 $\|e_i(t)\| = k_1 \|y_i(t)\| - k_2 \|y_i(t)\|^r - k_3 + \frac{\eta_i(t)}{\|y_i(t)\|}$ 之前不会触发,结合式(11)可得

$$\begin{aligned}
\|e_i(t_{k+1}^i)\| & = \\
k_1 \|y_i(t_{k+1}^i)\| - k_2 \|y_i(t_{k+1}^i)\|^r - k_3 + \frac{\eta_i(t_{k+1}^i)}{\|y_i(t_{k+1}^i)\|} & \leq \\
\frac{h}{\rho} (e^{\rho(t_{k+1}^i - t_k^i)} - 1) & \quad (12)
\end{aligned}$$

根据式(12)知道,当 $t_{k+1}^i - t_k^i = 0$ 满足时,有

$$k_1 \|y_i(t_{k+1}^i)\| - k_2 \|y_i(t_{k+1}^i)\|^r - k_3 + \frac{\eta_i(t_{k+1}^i)}{\|y_i(t_{k+1}^i)\|} = 0$$

成立,从而可以得到 $k_1 = k_2 = k_3 = \eta_i(t_{k+1}^i) = 0$ 或者

$$k_1 \|y_i(t)\| + \frac{\eta_i(t)}{\|y_i(t)\|} = k_2 \|y_i(t)\|^r + k_3, \text{ 但是由定理 2}$$

知道 $k_1 \|y_i(t)\| + \frac{\eta_i(t)}{\|y_i(t)\|} \neq k_2 \|y_i(t)\|^r + k_3$,故有

$k_1 = k_2 = k_3 = \eta_i(t_{k+1}^i) = 0$,但是这却与定义的 $k_1, k_2, k_3, \eta_i(t) > 0$ 矛盾,所以 $t_{k+1}^i - t_k^i > 0$ 。证毕。

4 数值仿真与验证分析

本节给出一个具体的例子来验证定理 1 和定理 2

的正确性和有效性,系统的网络通信拓扑如图 1 所示。

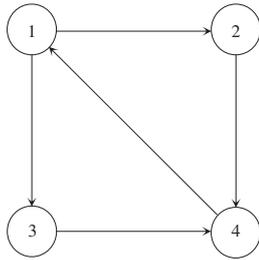


图 1 系统的通信拓扑

Fig. 1 The communication topology of the system

由图 1 容易得到系统的拉普拉斯矩阵为

$$L = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

对多智能体系统式 (2), 选择非线性函数为 $f(x_i(t), t) = 0.2 \cos(x_i(t))$, 4 个智能体的初始状态为 $x(0) = [-3.5 \ -2 \ 1 \ 5]^T$ 。由引理 3, 选择正向量 $\xi = [0.1 \ 0.2 \ 0.2 \ 0.3]^T$, 然后经过计算可以得到 $\|\Xi L\| = 0.4963, \lambda_{\min}(\Xi) = 0.1$ 。类似于文献[16]选取参数 $r = \frac{7}{5}$ 。同时, 本文需要用到其他正常数被设计为 $\rho = 0.2, c = 1, k_1 = 0.1, k_2 = k_3 = 1, k_5 = 0.8, k_6 = 1.5$ 。代入上面的参数值, 由定理 1 可以计算得到 $\lambda_{\xi}(L) > 0.6963, k_4 > 0.4963$ 。在满足定理 1 的取值范围内随机地选取 $\lambda_{\xi}(L) = 1, k_4 = 2$ 。最后, 通过定理 1 计算可得收敛时间的上界为 $T_m \approx 11.6$ 。

采用控制协议式(3)和动态事件触发函数式(4)可以得到各智能体如图 2 展示的状态轨迹, 从图 2 可以看出: 所设计的协议能够解决固定时间一致性问题, 并且系统的收敛时间小于它的上界。图 3 表示各智能体测量误差范数的演化过程, 从图 3 可以看出当系统达到平衡时, 各智能体的测量误差最终会趋于零。

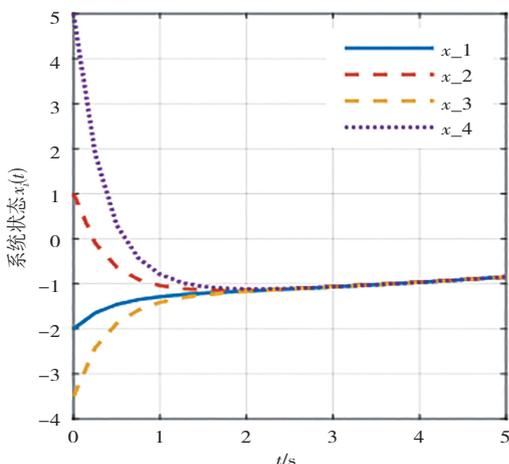


图 2 各智能体的状态轨迹

Fig. 2 State trajectory of each agent

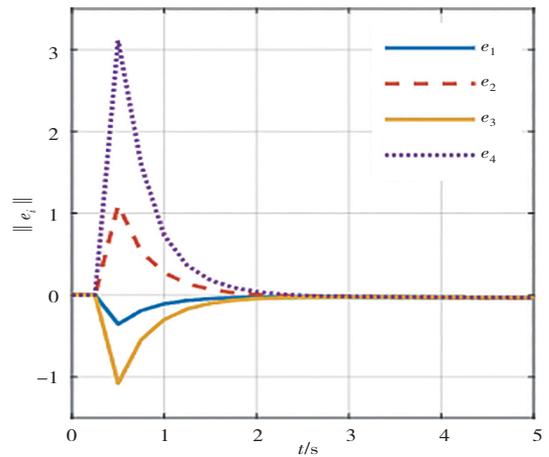


图 3 各智能体测量误差的演化过程

Fig. 3 The evolution of measurement error of each agent

图 4 和图 5 分别表示各智能体在动态和静态事件触发下的触发时间间隔, 观察两个图可以发现动态事件触发下系统的触发次数少, 这说明采用动态事件触发策略能有效减少大量事件触发, 从而进一步降低系统的资源损耗。

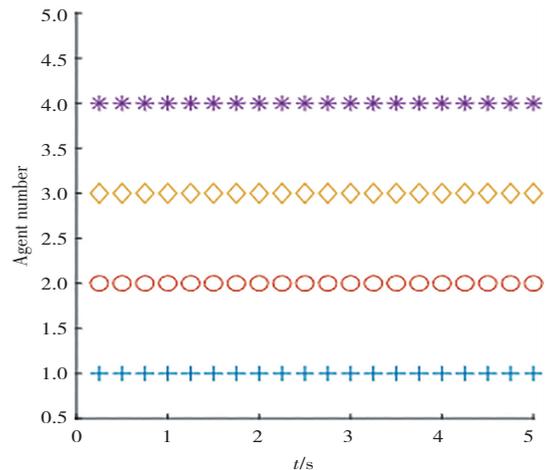


图 4 各智能体动态事件触发时间间隔

Fig. 4 Dynamic trigger event interval for each agent

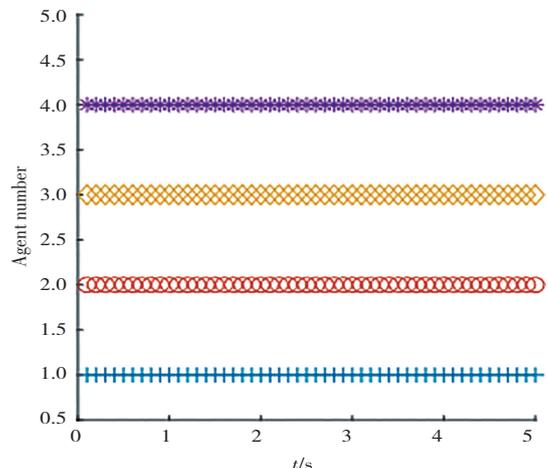


图 5 各智能体静态事件触发时间间隔

Fig. 5 Static trigger event interval for each agent

最后,为了表明定理 1 的有效性,在满足定理 1 要求的取值范围内,随机地选择参数 $\lambda_\xi(L) = 2, k_4 = 5$, 同样采用控制协议式(2)和触发函数式(4)。图 6 表示系统式(2)在随机选取的初始状态 $\mathbf{x}(0) = [80 \ 150 \ 200 \ 280]^T$ 下的状态轨迹。从图 6 可以看出:只要选取的参数满足定理 1 的要求,本文所设计的协议都能解决一致性问题。观察图 2 和图 6 还可以看出:系统的收敛时间并没有因为初始状态的不同而受到很大的影响,这说明系统的收敛时间不依赖于系统的初始状态。

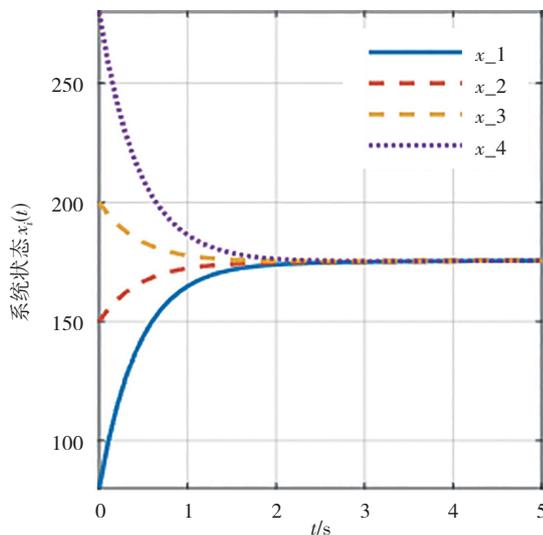


图 6 各智能体在另一组初始值下的状态轨迹

Fig. 6 State trajectory of each agent under another set of initial values

5 结 论

为了减少系统的通信工作量,最大限度地利用网络资源,开发了动态事件触发的固定时间一致性协议,在强连通有向网络拓扑下,利用代数图论、李雅普诺夫稳定性理论和固定时间稳定性理论得到了系统实现固定时间一致性时,控制策略和触发函数中各参数需要满足的条件和系统的收敛时间上界。通过采用设计的固定时间一致性协议,与有限时间一致性相比,系统的收敛时间不再受系统初始条件的影响,而且可以通过调整控制参数来确定收敛时间的上界。通过对测量误差的分析,证明了在所提出的事件触发策略下系统可以避免出现芝诺行为。最后,数值仿真例子验证了理论结果的可行性。由于现实生活中的网络是复杂多变的,在未来的研究工作中将考虑通信网络中存在干扰

或时滞的情形。

参考文献(References):

- [1] ZHAO Y, GUO G, DING L. Guaranteed cost control of mobile sensor networks with Markov switching topologies[J]. ISA Transactions, 2015, 58: 206–213.
- [2] YAN J, XU Z, WAN Y, et al. Consensus estimation-based target localization in underwater acoustic sensor networks[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2017, 27(9): 1607–1627.
- [3] DING L, HAN Q L, GE X, et al. An overview of recent advances in event-triggered consensus of multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(4): 1110–1123.
- [4] KEBRIA P M, KHOSRAVI A, NAHAVANDI S, et al. Robust adaptive control scheme for teleoperation systems with delay and uncertainties[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(7): 3243–3253.
- [5] HUI Q, HADDAD W M, BHAT S P. Finite-time semistability and consensus for nonlinear dynamical networks [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(8): 1887–1900.
- [6] WANG L, XIAO F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(4): 950–955.
- [7] WANG Z, TIAN Y, SUN Y, et al. Finite-time output-feedback control for teleoperation systems subject to mismatched term and state constraints[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(16): 11421–11447.
- [8] LI S, DU H, LIN X. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics[J]. Automatica, 2011, 47(8): 1706–1712.
- [9] 袁艺云, 王慧, 曹瑞, 等. 饱和约束中立稳定多智能体系统有限时间广义一致性研究[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2021, 38(4): 56–62.
YUAN Yi-yun, WANG Hui, CAO Rui, et al. Finite-time generalized consensus of neutrally stable multi-agent systems with input saturation constraints[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2021, 38(4): 56–62.
- [10] ZUO Z, TIAN B, DEFOORT M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,

- 2018, 63(2): 563–570.
- [11] TIAN B, LU H, ZUO Z, et al. Fixed-time leader-follower output feedback consensus for second-order multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(4): 1545–1550.
- [12] DEFOORT M, POLYAKOV A, DEMESURE G, et al. Leader-follower fixed-time consensus for multi-agent systems with unknown non-linear inherent dynamics [J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(14): 2165–2170.
- [13] SHANG Y, LIU C L, CAO K C. Event-triggered consensus control of nonlinear multi-agent systems based on first-order hold [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2021, 19(4): 1461–1469.
- [14] LIU J, YU Y, WANG Q, et al. Fixed-time event-triggered consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties [J]. Neurocomputing, 2017, 260: 497–504.
- [15] LIU J, ZHANG Y, YU Y, et al. Fixed-time event-triggered consensus for nonlinear multiagent systems without continuous communications [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(11): 2221–2229.
- [16] 李振涛, 冯元珍, 王正新. 事件触发下多智能体系统固定时间二分一致性 [J]. 计算机工程与应用, 2021, 57(21): 80–86.
- LI Zhen-tao, FENG Yuan-zhen, WANG Zheng-xin. Fixed-time bipartite consensus of multi-agent systems via event-triggered control [J]. Computer Engineering and Applications, 2021, 57(21): 80–86.
- [17] CAI Y, DAI J, ZHANG H, et al. Fixed-time leader-following/containment consensus of nonlinear multi-agent systems based on event-triggered mechanism [J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 396: 125881.
- [18] 陈世明, 邵赛. 基于事件触发非线性多智能体系统的固定时间一致性 [J]. 控制理论与应用, 2019, 36(10): 1606–1614.
- CHEN Shi-ming, SHAO Sai. Distributed event-triggered fixed-time consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties [J]. Control Theory & Applications, 2019, 36(10): 1606–1614.
- [19] GE X, HAN Q L. Distributed formation control of networked multi-agent systems using a dynamic event-triggered communication mechanism [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10): 8118–8127.
- [20] HU W, YANG C, HUANG T, et al. A distributed dynamic event-triggered control approach to consensus of linear multiagent systems with directed networks [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(2): 869–874.
- [21] YI X, LIU K, DIMAROGONAS D V, et al. Dynamic event-triggered and self-triggered control for multi-agent systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(8): 3300–3307.
- [22] GE X, HAN Q L, DING L, et al. Dynamic event-triggered distributed coordination control and its applications: a survey of trends and techniques [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(9): 3112–3125.
- [23] LIU J, WU Y, SUN M, et al. Fixed-time cooperative tracking for delayed disturbed multi-agent systems under dynamic event-triggered control [J]. CAA Journal of Automatica Sinica, 2022, 9(5): 930–933.
- [24] BERNFELD S R. Differential equations with discontinuous righthand sides [J]. SIAM Review, 1990, 32(2): 312–315.
- [25] ZHANG H, DUAN J, WANG Y, et al. Bipartite fixed-time output consensus of heterogeneous linear multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(2): 548–557.
- [26] ZUO Z, TIE L. Distributed robust finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems [J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(6): 1366–1375.
- [27] YU W, CHEN G, CAO M, et al. Second-order consensus for multiagent systems with directed topologies and nonlinear dynamics [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2010, 40(3): 881–891.

责任编辑:李翠薇