

基于事件触发的非线性多智能体系统一致性

唐云,唐朝君,魏正元

重庆理工大学理学院,重庆 400054

摘要:针对有向网络拓扑下具有非线性动态的多智能体系统,提出了基于事件触发的一致性控制协议;在实际的多智能体系统中,每个智能体的机载电池的容量和数量是有限的,基于事件触发的一致性协议能够有效地减少智能体控制器的更新次数,从而节约有限的计算资源;智能体的触发时刻由智能体的触发条件所确定,每个智能体只在触发时刻才更新自己的控制器;首先研究了集中式的一致性控制协议,主要利用矩阵理论的方法将一致性问题转化为微分方程的稳定性问题,得到了系统达到一致性的条件;然后研究了分布式的一致性控制协议,在协议中每个智能体只需利用邻居智能体的状态;利用 Lyapunov 稳定性理论证明了所设计的两个协议能够解决一致性问题,而且不会出现 Zeno 现象;最后,仿真实例验证了理论结果的有效性。

关键词:多智能体系统;一致性;非线性动态;事件触发控制;有向拓扑

中图分类号:O231 文献标识码:A doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2023.0003.014

Consensus of Nonlinear Multi-agent System Based on Event-triggered Control

TANG Yun, TANG Zhaojun, WEI Zhengyuan

College of Science, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China

Abstract: For multi-agent systems with nonlinear dynamics under directed network topology, a consensus control protocol based on event triggering was proposed. In the actual multi-agent system, the capacity and quantity of on-board batteries of each agent are limited. The consensus protocol based on event triggering can effectively reduce the update times of agent controller, so as to save limited computing resources. The trigger time of the agent is determined by the trigger conditions of the agent. Each agent updates its own controller only at the trigger time. Firstly, the centralized consistency control protocol was studied. The consensus problem was transformed into the stability problem of differential equations by using the method of matrix theory, and the conditions for the system to achieve consensus were obtained. Then, a distributed consensus control protocol was studied in which each agent only needed to use the state of neighbor agents. By using Lyapunov stability theory, it is proved that the two protocols can solve the consensus problem without Zeno phenomenon. Finally, a simulation example verified the effectiveness of the theoretical results.

Keywords: multi-agent system; consensus; nonlinear dynamics; event-triggered control; directed topology

1 引言

近年来,由于多智能体系统的协同控制在各方面都有应用,已逐渐引起许多学者的关注。协同控制在

机器人协作、传感器网络、和军事领域等方面都有体现^[1-3],多智能体系统协同控制的目的是分析和设计一种控制协议,使得智能体之间通过相互协作能够高效

收稿日期:2022-03-05 修回日期:2022-05-18 文章编号:1672-058X(2023)03-0106-07

基金项目:重庆市基础与前沿研究计划项目(CSTC2019JCYJ-MSXMX0491)。

作者简介:唐云(1996—),男,重庆巫山人,硕士研究生,从事多智能体系统协调控制研究。

通讯作者:唐朝君(1979—),男,河南郑州人,博士,副教授,从事多智能体系统协调控制研究。Email:zhaojuntang@163.com。

引用格式:唐云,唐朝君,魏正元.基于事件触发的非线性多智能体系统一致性[J].重庆工商大学学报(自然科学版),2023,40(3):106—112.

TANG Yun, TANG Zhaojun, WEI Zhengyuan. Consensus of nonlinear multi-agent system based on event-triggered control[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2023, 40(3): 106—112.

率和快速地完成单个智能体所不能完成的目标,这一问题通常被称之为一致性问题。关于一致性问题的研究已经取得了许多的成果如文献[4-9]。

关于多智能体系统的一致性控制策略,许多学者提出了不同的设计方法,早期一种连续控制策略的方法被提出^[10],连续控制策略是建立在每个智能体的资源充足,可以连续的交换信息之上,但是在实际的应用中,智能体自身的资源是并不是无限的,而且连续控制策略会加大智能体的通信负担和控制器的更新频次,降低了智能体的工作时长,所以在控制过程中就造成了许多资源的浪费。为了减少在系统控制过程中资源浪费的问题,文献[11]提出了一种周期采样控制,在相同的时间间隔,所有的控制器统一更新,这种控制方法在一定程度上降低了资源损耗,但是依然存在资源浪费的现象。为了解决这一问题,文献[12]就提出了一种基于事件触发控制的控制策略,即当前采样的测量值是否满足预先设定的事件触发函数,若满足事件触发函数,则控制器才会更新其状态值,反之亦然。所以可以明显的观察到相较于传统的采样控制,事件触发的控制协议,能保证系统的稳定性,同时使得控制器不在连续更新状态,只在离散时刻处触发,有效地实现节约资源。当前关于事件触发控制协议在一致性问题的研究中都有体现如文献[13-17]。文献[13,14]讨论了无向拓扑下一阶多智能体系统的一致性问题,提出了事件触发控制策略,在这种控制策略下,资源浪费的问题被有效地解决,但系统是建立在无向拓扑上,没有考虑现实中智能体的信息传输是有方向的,因此对有向拓扑的讨论是有意义的。文献[15]讨论了领导跟随事件触发多智能体系统的一致性问题,在事件触发控制策略下保证了跟随者渐进收敛到领导者的状态。文献[16,17]中 Dimarogonas 和 Johansson 利用无向拓扑的特性,设计事件触发控制协议,解决了多智能体系统的一致性问题,控制器是否触发取决于是否满足触发条件(测量误差相对于状态函数范数的比值)但系统并没有考虑非线性,为设计更贴近于生活的系统,非线性系统的研究是有必要的。

基于以上原因的分析,在上述文献的基础上设计了更一般的系统,研究了无领导事件触发一致性,不同之处主要有两点:第一,在许多网络系统中,智能体的信息交流是既有方向又有权重,设计的智能体的通信拓扑图是加权有向图。第二,在现实生活中大多数物理系统都是非线性的^[18],为了使系统更具有一般性,设

计的系统是非线性的,同时上述的文献的控制协议与设计的控制协议也不一样,控制协议更具有一般性。

2 预备知识和问题描述

2.1 预备知识

用三元组 $G=(V,E,A)$ 表示智能体之间通信拓扑图,其中 $V=\{v_1,v_2,\dots,v_n\}$ 表示顶点集, v_i 表示第 i 个智能体; $E\subseteq V\times V$ 表示有向图 G 的边集; $A=[a_{ij}]\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 表示有向图 G 的邻接矩阵。图 G 是强连通的,如果满足图中任意两个顶点之间都有一条有向路径。设 $N_i=\{v_j\in V|(v_j,v_i)\in E\}$ 表示顶点 i 的邻居集。令加权有向图 G 的 Laplacian 矩阵为 $L=[l_{ij}]\in\mathbf{R}^{n\times n}$ 其元素 l_{ij} 满足以下定义:

$$l_{ij}=\begin{cases} \sum_{j\in N_i} a_{ij}, & i=j \\ -a_{ij}, & i\neq j \end{cases}$$

若存在顶点序列 $v_{i_1},v_{i_2},\dots,v_{i_m}$ 其中 $(v_{i_j},v_{i_{j+1}})\in V$ 则称从顶点 v_{i_1} 到顶点 v_{i_m} 有一条有向路径。如果有向图中存在一个根节点,具有到其他所有节点的有向路径,则称该图包含一棵有向生成树。

引理 1^[19] 设图 G 是强连通的,则存在 $\xi=(\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_N)^T$ 使得 $\xi^T L=0$,其中 $\xi_i>0,i=1,2,\dots,N$ 且

$$\min_{x^T \xi=0} \frac{x^T Lx}{x^T Mx} = a_L > 0$$

其中, $M=\text{diag}\{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_N\}$, $L=\frac{1}{2}(ML+L^T M)$ 。

引理 2^[20] 给定 $x,y\in R$,对任意大于零的 $k\in R$,
 $|xy|\leq\frac{x^2}{2k}+\frac{ky^2}{2}$ 。

引理 3^[21] 零是有向图 G 的 Laplacian 矩阵 L 的特征值, $1=(1,1,\dots,1)^T\in\mathbf{R}^n$ 是其对应的右特征向量,其他非零特征值均具有正实部,如果有向图 G 包含一个有向生成树,则 0 是 L 的简单特征值。

2.2 问题描述

考虑由 N 个智能体组成的多智能体系统,设第 i 个智能体的运动学方程可以表示为

$$\dot{x}_i(t)=u_i(t)+f(x_i(t),t) \quad i=1,2,\dots,N \quad (1)$$

其中, $x_i(t)\in R$ 表示智能体 i 的状态, $u_i(t)\in R$ 是智能体 i 的控制输入, $f(x_i(t),t):R\times R\rightarrow R$ 表示智能体 i 的非线性连续函数。

假设 1 假定系统式(1)的非线性函数 $f(x_i(t),t):R\times R\rightarrow R$,存在 $l\in(0,+\infty)$ 满足:

$$|f(x,t)-f(y,t)|\leq l|x-y|$$

设 t_s^i 表示智能体 i 第 s 次事件触发时刻, 则智能体 i 的触发序列为 $\{t_s^i\}$. 则事件触发控制协议可以描述为

$$u_i(t) = -\alpha \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t_s^i) - x_j(t_{s'(t)}^j)) \quad t \in [t_s^i, t_{s+1}^i) \quad (2)$$

其中, α 为控制增益, $s'(t) = \max_{l \in N_i} \{l | t_l^i \leq t\}$, $t_{s'(t)}^j$ 表示智能体 j 在 $t \in [t_s^i, t_{s+1}^i)$ 中最近的触发时刻.

定义 1 对于智能体的任何初始状态 $x_i(0)$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 利用控制输入 $u_i(t)$, 使得所有智能体 i 满足:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |x_i(t) - x_j(t)| = 0$$

则称系统式(1)实现一致性.

引理 4 设 L 是图 G 的 Laplacian 矩阵, $F =$

$\begin{pmatrix} 0 \\ I_{N-1} \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{N \times (N-1)}$, 若图 G 是强连通的, 则 $F^T L^T L F$ 是正定矩阵.

证明: 显然 $F^T L^T L F$ 是对称矩阵, 则对于任意的向量 δ , 有 $\delta^T F^T L^T L F \delta \geq 0$.

只需要证明: $\delta^T F^T L^T L F \delta = 0$ 可以推出 $\delta = 0$.

令 $\delta^T F^T L^T L F \delta = 0$, 则 $L F \delta = 0$ 由于 G 是强连通的, 则 $\text{Rank}(L) = N - 1$, 从而可以得到: $F \delta = k \mathbf{1}$. 其中 k 表示常数. 注意到 $F \delta = \begin{pmatrix} 0 \\ \delta \end{pmatrix}$, 故 $\delta = 0$. 综上所述, 可知 $F^T L^T L F$ 是正定矩阵.

3 主要结果

3.1 集中式事件触发的一致性

首先研究如下的控制协议:

$$u_i(t) = -\alpha \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t_s) - x_j(t_s)) \quad (3)$$

其中, t_s 表示智能体的第 s 次触发时刻.

定义第 i 个智能体的状态测量误差为

$$e_i(t) = \alpha \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t_s) - x_j(t_s)) - \alpha \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) \quad t \in [t_s, t_{s+1}) \quad (4)$$

为后续描述, 令: $y_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) - x_j(t))$. 则由式(4)可以写成 $e_i(t) = \alpha y_i(t_s) - \alpha y_i(t)$, 则得到:

$$u(t) = -e(t) - \alpha y(t) \quad t \in [t_s, t_{s+1}) \quad (5)$$

$$\text{定义向量 } x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_N(t) \end{pmatrix} \quad e(t) = \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_N(t) \end{pmatrix} \quad y(t) =$$

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_N(t) \end{pmatrix}, \text{ 则 } y(t) = Lx(t).$$

由式(1)和式(5)可以得到:

$$\dot{x}(t) = -e(t) - \alpha y(t) + f(x(t), t) \quad (6)$$

其中: $f(x(t), t) = (f(x_1(t), t), \dots, f(x_N(t), t))^T$

则:

$$\dot{y}(t) = L\dot{x}(t) = -\alpha Ly(t) - Le(t) + Lf(x(t), t) \quad (7)$$

定理 1: 对于多智能体系统式(1), 假设有向图 G 是强连通的, 控制增益满足:

$$\alpha > \frac{a_L^2 \lambda_* + N^2 \tilde{l}^2 \xi_{\max}^2}{a_L^2 \lambda_*} \quad (8)$$

限定触发条件满足:

$$\|e\| \leq \frac{\sigma \Delta_1}{2a_L \lambda_* \|M\| \|L\|} \|y\|, \quad 0 < \sigma < 1 \quad (9)$$

其中, $\Delta_1 = (\alpha - 1)a_L^2 \lambda_* - N^2 \tilde{l}^2 \xi_{\max}^2$,

$$\xi_{\max} = \max\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\tilde{l} = l \cdot \max |l_{ii}|, \quad \lambda_* = \lambda_{\min}(F^T L^T L F).$$

在控制协议式(3)下, 系统式(1)可以达到一致.

证明: 对系统式(1)构造 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} y^T M y \quad (10)$$

对 $V(t)$ 求导得:

$$\dot{V}(t) = y^T \dot{M} y \quad (11)$$

由(7)式可以得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= y^T M (-\alpha Ly(t) - Le(t) + Lf(x(t), t)) = \\ &= -\frac{\alpha}{2} y^T (ML + L^T M) y(t) - y^T M L e(t) + \\ &= y^T (t) M L f(x(t), t) \leq -\frac{\alpha}{2} a_L \|y(t)\|^2 + \\ &= \|y(t)\| \|M\| \|L\| \|e(t)\| + \\ &= y^T (t) M L f(x(t), t) \end{aligned} \quad (12)$$

令, $H = y^T (t) M L f(x(t), t)$.

则:

$$\begin{aligned} H &= y^T (t) M L [f(x(t), t) - f(x_1(t), t) \mathbf{1}_N] = \\ &= \sum_{i=1}^N y_i(t) \xi_i \sum_{j=1}^N l_{ij} (f(x_j(t), t) - f(x_1(t), t)) \end{aligned} \quad (13)$$

由假设 1 可知:

$$\|f(x(t), t) - f(x_1(t), t) \mathbf{1}_{N \times 1}\| \leq l \|x(t) - \mathbf{1}_N x_1(t)\|$$

则: $H \leq \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{l} \xi_i |y_i(t)| \cdot |x_j(t) - x_1(t)|$, 由引理 2 可得:

$$H \leq \tilde{l} \xi_{\max} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[\frac{a_L}{2N\tilde{l}\xi_{\max}} |y_i(t)|^2 + \frac{N\tilde{l}\xi_{\max}}{2a_L} (x_j(t) - x_1(t))^2 \right] \leq \frac{a_L}{2} \|y(t)\|^2 + \frac{N^2\tilde{l}^2\xi_{\max}^2}{2a_L} \sum_{i=1}^N (x_i(t) - x_1(t))^2 \quad (14)$$

由式(12)和式(14), 就可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \frac{-(\alpha a_L - a_L)}{2} \|y(t)\|^2 + \\ & \|y(t)\| \|M\| \|L\| \|e(t)\| + \\ & \frac{N^2\tilde{l}^2\xi_{\max}^2}{2a_L} \sum_{i=1}^N (x_i(t) - x_1(t))^2 \end{aligned} \quad (15)$$

由引理 4 可知 $F^T L^T L F$ 是正定矩阵, 所以 $\delta_1^T F^T L^T L F \delta_1 \geq \lambda_* \|\delta_1\|^2$, $\delta_1 = (x_2 - x_1, x_3 - x_1, \dots, x_n - x_1)^T$ ($\lambda_* = \lambda_{\min}(F^T L^T L F)$) 则得到 $\|\delta_1\|^2 \leq \frac{\|y\|^2}{\lambda_*}$ 即:

$$\sum_{i=1}^N (x_i(t) - x_1(t))^2 \leq \frac{\|y\|^2}{\lambda_*}, \text{ 则可以得到:}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\left(\frac{\alpha a_L - a_L}{2}\right) \|y(t)\|^2 + \\ & \|y(t)\| \|M\| \|L\| \|e(t)\| + \\ & \frac{N^2\tilde{l}^2\xi_{\max}^2}{2a_L\lambda_*} \|y(t)\|^2 \\ \dot{V} \leq & -\frac{\Delta_1}{2a_L\lambda_*} \|y(t)\|^2 + \\ & \|y(t)\| \|M\| \|L\| \|e(t)\| \end{aligned} \quad (16)$$

根据式(9), 得到

$$\dot{V}(t) \leq (\sigma - 1) \frac{\Delta_1}{2a_L\lambda_* \|M\| \|L\|} \|y\|^2 \quad (17)$$

由式(17)可知, 当 $0 < \sigma < 1$, 且满足 $\alpha >$

$\frac{a_L^2\lambda_* + N^2\tilde{l}^2\xi_{\max}^2}{a_L^2\lambda_*}$ 能够保证 $\dot{V}(t) < 0$, 则可以得到 $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0$, 从而可以使系统式(1)实现一致性。

定理 2: 考虑系统式(1)和控制协议式(3), 假设有向图 G 是强连通的且满足触发条件式(8), 则两次连续事件触发时刻的间隔 $\{t_{s+1}^i - t_s^i\}$ 大于等于:

$$\tau = \frac{\sigma\Delta_1}{\left(\alpha + \frac{l}{\sqrt{\lambda_*}}\right) \|L\| [\sigma\Delta_1 + 2\alpha a_L\lambda_* \|L\| \|M\|]} \quad (18)$$

证明: 证明过程与^[12]相似, 针对系统(1), 当

$$\frac{\|e(t)\|}{\|y(t)\|} = \frac{\sigma\Delta_1}{2a_L\lambda_* \|M\| \|L\|}, \text{ 系统立刻触发, 对} \frac{\|e(t)\|}{\|y(t)\|} \text{ 关于时间 } t \text{ 求导可得:}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\|e(t)\|}{\|y(t)\|} &= \frac{d(\|e^T(t)e(t)\|)^{\frac{1}{2}}}{dt (\|y^T(t)y(t)\|)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{-\alpha e^T(t)\dot{y}(t) - y^T(t)\dot{y}(t) \|e(t)\|}{\|e(t)\| \|y(t)\| \|y(t)\|^3} \leq \\ &= \frac{\alpha \|\dot{y}(t)\|}{\|y(t)\|} + \frac{\|\dot{y}(t)\| \|e(t)\|}{\|y(t)\|^2} = \\ &= \alpha \left(1 + \frac{\|e(t)\|}{\alpha \|y(t)\|}\right) \frac{\|\dot{y}(t)\|}{\|y(t)\|} \leq \\ &= \alpha \|L\| \left(1 + \frac{\|e(t)\|}{\alpha \|y(t)\|}\right) \\ &= \left[\frac{\|\alpha y(t)\| + \|e(t)\|}{\|y(t)\|} + \frac{\|(f(x(t), t) - 1_N f(x_1(t), t))\|}{\|y(t)\|} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

由假设 1 和定理 1 的证明过程可得:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\|e(t)\|}{\|y(t)\|} &\leq \alpha^2 \|L\| \left(1 + \frac{\|e(t)\|}{\alpha \|y(t)\|}\right)^2 + \\ &= \frac{l\alpha \|L\|}{\sqrt{\lambda_*}} \left(1 + \frac{\|e(t)\|}{\alpha \|y(t)\|}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

因为

$$1 + \frac{\|e(t)\|}{\alpha \|y(t)\|} \geq 1 \quad (21)$$

所以得到 $\left(1 + \frac{\|e(t)\|}{\alpha \|y(t)\|}\right) \leq \left(1 + \frac{\|e(t)\|}{\alpha \|y(t)\|}\right)^2$ 。

$$\frac{d}{dt} \frac{\|e(t)\|}{\|y(t)\|} \leq \alpha \|L\| \left(\alpha + \frac{l}{\sqrt{\lambda_*}}\right) \left(1 + \frac{\|e(t)\|}{\alpha \|y(t)\|}\right)^2 \quad (22)$$

令 $x = \frac{\|e(t)\|}{\|y(t)\|}$, 则可以得到: $\dot{x} \leq \|L\| \alpha \left(\alpha + \frac{l}{\sqrt{\lambda_*}}\right) \left(1 + \frac{1}{\alpha} x\right)^2$, 因为 x 满足 $x \leq \varphi(t, \varphi_0)$, 这里的 $\varphi(t, \varphi_0)$ 是方程 $\dot{\varphi} = \alpha \|L\| \left(\alpha + \frac{l}{\sqrt{\lambda_*}}\right) \left(1 + \frac{1}{\alpha} \varphi\right)^2$, $\varphi(0, \varphi_0) = \varphi_0$ 的解由式(9)可知方程的解满足: $\varphi(\tau, 0) =$

$\frac{\sigma\Delta_1}{2a_L\lambda_* \|M\| \|L\|}$ 求出方程的解为

$$\tau = \frac{\sigma \Delta_1}{\left(\alpha + \frac{l}{\sqrt{\lambda_*}}\right) \|L\| [\sigma \Delta_1 + 2\alpha a_L \lambda_* \|L\| \|M\|]}$$

定理得证。

注:在控制协议式(3)中,假设系统中的智能体具有相同的触发时刻,触发时刻的计算需要用到全局信息,因此控制协议式(3)是集中式的控制协议。

3.2 分布式触发一致性

设第 i 个智能体的状态测量偏差为

$$e_i(t) = \alpha y(t_s^i) - \alpha y(t) \quad (23)$$

定理 3: 对于多智能体系统式(1),假设加权有向图 G 是强连通的,若控制增益 α 满足: $\alpha >$

$$\frac{2a_L^2 \lambda_* + N^2 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2}{a_L^2 \lambda_*}, \text{ 限定触发条件:}$$

$$e_i^2 \leq \frac{\sigma_i (\alpha a_L^2 \lambda_* - 2a_L^2 \lambda_* - N^2 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2)}{N^2 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2 \lambda_*} y_i^2, 0 < \sigma_i < 1 \quad (24)$$

其中, $\bar{l} = l \cdot \max |l_{ii}|, \bar{l} = \max (l_{ii}), i = 1, 2, \dots, N$ 。在控制协议式(2)下,系统式(1)可以达到一致。

证明: 对系统式(1)构造 Lyapunov 函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{y}^T M \mathbf{y} \quad (25)$$

对 $V(t)$ 求导得:

$$\dot{V}(t) = \mathbf{y}^T M \dot{\mathbf{y}} \quad (26)$$

由式(7)可以得到:

$$\dot{V}(t) = \mathbf{y}^T M (-\alpha L \mathbf{y}(t) - L \mathbf{e}(t) + L \mathbf{f}(x(t), t)) =$$

$$-\frac{\alpha}{2} \mathbf{y}^T(t) (ML + L^T M) \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}^T(t) M L \mathbf{e}(t) +$$

$$\mathbf{y}^T(t) M L \mathbf{f}(x(t), t) \leq -\frac{\Delta_1}{2a_L \lambda_*} \|\mathbf{y}(t)\|^2 +$$

$$|\mathbf{y}^T(t) M L \mathbf{e}(t)| \quad (27)$$

令 $\mathbf{Q} = \mathbf{y}^T(t) M L \mathbf{e}(t)$, 则可以得到:

$$|\mathbf{Q}| = \left| \sum_{i=1}^N y_i(t) \xi_i \sum_{j=1}^N l_{ij} e_j(t) \right| \leq$$

$$\bar{l} \xi_{\max} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |y_i(t)| \cdot |e_j(t)| \leq$$

$$\bar{l} \xi_{\max} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left(\frac{a_L}{2N \xi_{\max}} |y_i(t)|^2 + \frac{N \bar{l} \xi_{\max}}{2a_L} |e_j(t)|^2 \right)$$

$$|\mathbf{Q}| \leq \frac{a_L}{2} \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \frac{N^2 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2}{2a_L} \sum_{i=1}^N e_i^2(t) \quad (28)$$

其中, $\bar{l} = \max (l_{ii}), i = 1, 2, \dots, N$ 。

根据定理 1, 式(27)和式(28)可得:

$$\dot{V} \leq -\frac{\Delta_2}{2a_L \lambda_*} \sum_{i=1}^N y_i^2(t) + \frac{N^2 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2}{2a_L} \sum_{i=1}^N e_i^2(t) \quad (29)$$

其中, $\Delta_2 = \alpha a_L^2 \lambda_* - 2a_L^2 \lambda_* - N^2 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2$, 根据式(24)可得:

$$\dot{V}(t) \leq \frac{\Delta_2}{2a_L \lambda_*} \sum_{i=1}^N (\sigma_i - 1) y_i^2 \quad (30)$$

由式(30)可知, 当 $0 < \sigma_i < 1$, 且满足 $\alpha >$

$$\frac{2a_L^2 \lambda_* + N^2 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2}{a_L^2 \lambda_*} \text{ 能够保证 } \dot{V}(t) < 0, \text{ 则可以得到 } \lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{y}(t) =$$

0, 从而可以使系统式(1)实现一致性。

定理 4: 考虑多智能体系统式(1)和控制协议式(2), 假设图 G 是强连通的, 若满足触发条件式(12)成立, 则至少存在一个智能体 m , 则两个连续事件触发时刻的间隔 $t_s^m - t_{s+1}^m$ 不小于:

$$\tau_m = \frac{\sigma_i \Delta_2}{\left(\alpha + \frac{l}{\sqrt{\lambda_*}}\right) \|L\| [\sigma_i (\Delta_2) + \alpha N^3 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2 \lambda_*]} \quad (31)$$

证明: 令 $m = \arg \max_{i \in V} |y_i|, |e_i| \leq \|e\|$ 对所有的智能体 i 都成立, 则有: $\frac{|e_m|}{N |y_m|} \leq \frac{\|e\|}{\|y\|}$, 进一步可以得到

$$\frac{|e_m|}{|y_m|} \leq N \frac{\|e\|}{\|y\|}。$$

其余的证明和定理 3 类似, 再结合式(24), 可以解出:

$$\tau_m = \frac{\sigma_i \Delta_2}{\left(\alpha + \frac{l}{\sqrt{\lambda_*}}\right) \|L\| [\sigma_i (\Delta_2) + \alpha N^3 \bar{l}^2 \xi_{\max}^2 \lambda_*]}$$

定理得证。

4 仿真分析

考虑含有 4 个智能体的多智能体系统, 系统通信拓扑对应的 Laplacian 矩阵如下:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

设非线性函数 $f(x_i(t)) = \sin(x_i(t))$, 4 个智能体的初始状态随机的选取为: $x_1(0) = -3, x_2(0) = -2, x_3(0) = 1, x_4(0) = 2$ 。

经过计算得到 $\lambda_* = \lambda_{\min}(F^T L^T L F) = 0.5858$, 取 $l = 1, M = \text{diag}\{1, 1, 1, 1\}$, 经过计算分析取 $\alpha = 30, \sigma = 0.5$ 时, 图 1 给出智能体的状态轨迹, 图 2 给出了系统的状态误差随时间的变化, 明显看出所有智能体只

在特定的时刻才能触发。

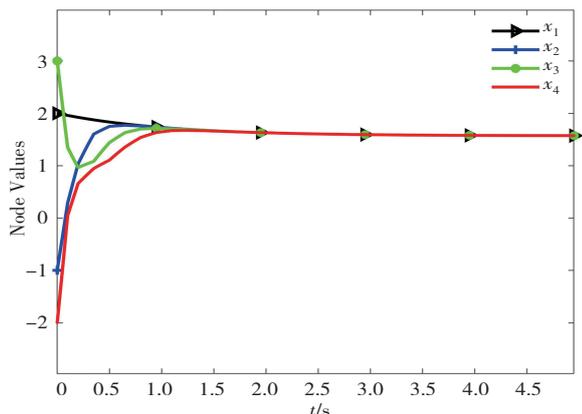


图 1 集中式事件触发机制下系统的轨迹

Fig. 1 The trajectory of the system under centralized event-triggering mechanism

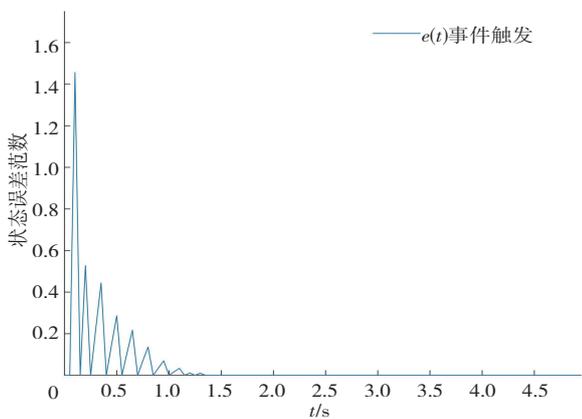


图 2 集中式事件触发机制下系统状态误差变化

Fig. 2 Changes of system state errors under centralized event-triggering mechanism

对于分布式事件触发式(2)中,参数的值分别取为: $\alpha=30, \sigma_1=0.5; \sigma_2=0.5; \sigma_3=0.5; \sigma_4=0.5$;智能体的状态轨迹如图 3 所示,为了方便描述系统误差状态变化选取智能体 3 的图像,如图 4 所示。

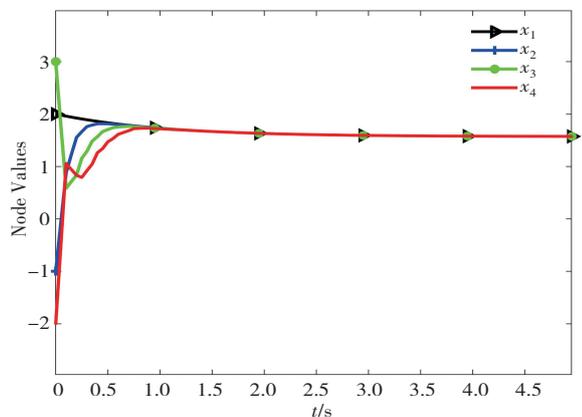


图 3 分布式事件触发机制下系统的轨迹

Fig. 3 The trajectory of the system under the distributed event-triggering mechanism

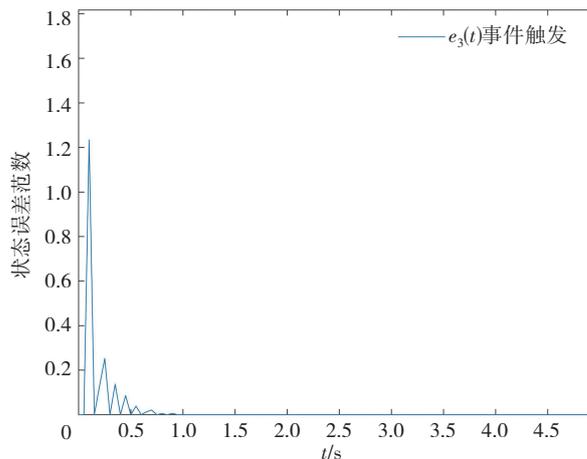


图 4 分布式事件触发下智能体 3 的状态误差变化

Fig. 4 Changes of state errors of Agent 3 triggered by distributed events

可以看出系统式(1)在两种协议下,都能实现一致性。

5 结论与讨论

研究了有向网络拓扑下,基于事件触发的非线性动态的多智能体系统一致性问题。考虑到系统自身和网络宽带的资源是有限的,为了有效利用资源,降低系统控制过程中的资源消耗问题,提出事件触发控制协议,设置了两种不同的一致性控制协议,假设智能体的通信拓扑是强连通的,设计一种集中式的控制协议,即系统中的每个智能体都具有相同的触发时刻,控制器不在连续的更新状态,只在离散时刻更新状态,利用矩阵理论和代数图论等相关知识,得出系统在集中式控制协议下实现一致性的充分条件。其次讨论分布式控制协议,即智能体只需要利用邻居智能体和自身的信息,将集中式的结论推广到分布式的一致性协议上,得出在分布式协议下系统可以实现一致性,最后通过数值仿真,也验证了所提理论的正确性。

下一步工作就是在此基础之上讨论动态事件触发的一致性,即触发条件不仅可以利用当前智能体的状态和测量偏差的状态,还与智能体触发前的智能体状态建立联系,使得设计的触发条件更加精确。其次考虑智能体之间不仅有协作还有竞争关系,即讨论二分一致性问题,使所构建系统更加贴近生活实际,最后,再进一步考虑高阶多智能体系统领导跟随一致性问题。

参考文献(References):

- [1] WERFEL J. Designing collective behavior in a termite-inspired robot construction team [J]. *Science*, 2014, 343(6174): 969—969.
- [2] 王国权, 徐竞青, 于海斌. 一种多智能体系统任务竞争模型及算法研究[J]. *信息与控制*, 2005, 34(4): 434—438.
WANG Guo-quan, XU Jing-qing, YU Hai-bin. A multi-agent system task competition model and algorithm research [J]. *Information and Control*, 2005, 34(4): 434—438.
- [3] CONSOLINI L, MORBIDI F, PRATTICIZZO D, et al. Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints [J]. *Automatica*, 2008, 44(5): 1343—1349.
- [4] CHENGL, HOU Z G, TAN M, et al. Neural-network-based adaptive leader-following control for multiagent systems with uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, 21(8): 1351.
- [5] WERFEL, JUSTIN, PETERSEN, et al. Designing collective behavior in a termite-inspired robot construction team [J]. *Science*, 2014.
- [6] 王静蓉, 李宗刚, 杜亚江. 基于 LQR 的异构多智能体系统的最优一致性[J]. *信息与控制*, 2018, 47(4): 5—10.
WANG Jing-rong, LI Zong-gong, DU Ya-jang. LQR-based optimal leader-follower consensus in heterogeneous multi-agent systems [J]. *Information and Control*, 2018, 47(4): 5—10.
- [7] HUANGY, JIA Y. Fixed-time consensus tracking control of second-order multi-agent systems with inherent nonlinear dynamics via output feedback [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017(4): 75—81.
- [8] QIANK, WANG R. Fixed-time consensus of second-order leader-following multi-agent systems with inherent nonlinear dynamics [C]// 2018 37th Chinese Control Conference (CCC), 2018.
- [9] HUI Q, HADDAD W M, BHAT S P. Finite-time semistability and consensus for nonlinear dynamical networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(8): 1887—1900.
- [10] NA H, DU AN Z, Yu Z. Consensus of multi-agent systems via delayed and intermittent communications [J]. *Iet Control Theory & Applications*, 2015, 9(1): 62—73.
- [11] GAO Y, WANG L, XIE G, et al. Consensus of multi-agent systems based on sampled-data control consensus of multi-agent systems based on sampled-data control [J]. *International Journal of Control*, 2009, 82(12): 2193—2205.
- [12] TABUADA P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1680—1685.
- [13] DIMAROGONAS D V, FRAZZOLI E. Distributed event-triggered control strategies for multi-agent systems [C]// 2009 47th Annual Allerton Conference on Communication Control and Computing (Allerton), IEEE, 2010.
- [14] DIMAROGONAS D V. Distributed event-triggered control for multi-agent systems [J]. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 2012, 57(5): 1291—1297.
- [15] 黄红伟, 黄天民. 事件触发机制下的多智能体领导跟随一致性 [J]. *计算机工程与应用*, 2017, 53(6): 29—33.
HUANG Hong-wei, HUANG Tian-ming. Leader-following consensus of multi-agent systems via event-triggered control [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2017, 53(6): 29—33.
- [16] DIMAROGONAS DV, JOHANSSON K H. Event-triggered control for multi-agent systems [C]// Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control, CDC 2009, combined with the 28th Chinese Control Conference Shanghai China, IEEE, 2009.
- [17] DIMAROGONAS DV, JOHANSSON K H. Event-triggered cooperative control [C]// 2009 European Control Conference (ECC), 2009.
- [18] 唐朝君. 基于自适应控制的非线性多智能体系统一致性 [J]. *重庆理工大学学报(自然科学)*, 2019, 33(11): 137—142.
TANG Chao-jun. Adaptive consensus for nonlinear multi-agent systems [J]. *Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science)*, 2019, 33(11): 137—142.
- [19] YUW, CHEN G, CAO M, et al. Second-order consensus for multiagent systems with directed topologies and nonlinear dynamics [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics: Part B*, 2010, 40(3): 881—891.
- [20] LIANGJ, LIU K, JI Z, et al. Event-triggered consensus control for linear multi-agent systems [J]. *IEEE Access*, 2019, 99(5): 1—10.
- [21] 闫实, 吴修振, 王帅磊, 等. 有向切换拓扑下非线性多智能体系统的一致性控制 [J]. *航空学报*, 2020(S02): 10—17.
YAN Shi, WU Xiu-zhen, WANG Shuai-lei, et al. Consensus of nonlinear multi-agent systems with directed switching topologies [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020 (S02): 10—17.