

doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2022.0003.010

# 混合型多准则决策方法及自贸区创新项目优选

韩二东

(洛阳师范学院 商学院, 河南 洛阳 471934)

**摘要:**针对准则权重未知的混合型多准则决策问题,提出一种基于最小熵及垂面距离的混合型多准则决策方法。通过不同类型评价信息的规范化方法将决策信息进行规范化处理,将规范化处理后的混合决策矩阵采用信息熵法确定各准则客观权重;以单值效用函数体现各决策者对准则重要性的主观判断,获取每个决策者下的各准则主观权重,基于最小熵融合集成各决策者的准则主观权重向量得到准则主观组合权重向量;构建准则综合权重向量与主、客观权重向量熵之和最小化的优化模型确定各准则综合权重;以各备选方案分别与正、负理想方案的垂面距离实现对各方案的排序择优;最后将混合型决策方法应用于河南自贸试验区创新项目优选决策,并经过对比分析验证该决策方法的有效性与可行性。

**关键词:**多准则决策;最小熵;垂面距离;主客观权重集成;创新项目优选

**中图分类号:**C934

**文献标志码:**A

**文章编号:**1672-058X(2022)03-0070-11

## 0 引言

大数据科学与技术的迅猛发展使得多种类型数据信息实时更新,造成对事物的认知难度持续加大,使得多准则决策面临着更为严峻的复杂多变性<sup>[1]</sup>,急需探索能够处理多种类型评价信息的混合型多准则决策方法,以匹配大数据时代背景下人工智能、信息技术、生命科学等<sup>[2]</sup>对决策理论方法及应用的迫切需求。

混合型多准则决策方法的研究涉及多类型准则信息获取、准则权重和决策者权重确定、混合信息集结、备选方案优化选择等一系列问题,其中多准则信息中的定量信息由大数据技术统计或企业、行业相关统计部门获取,并经过数据筛查、处理、转换、分析等环节达到能够直接使用决策方法处理的程度<sup>[3]</sup>,它由决策群体或决策者采用各类型模糊评价信息给

出。关于准则权重的确定,主要有主观赋权法、客观赋权法、主客观综合赋权法、交互式赋权法这 4 类方法<sup>[4]</sup>。这 4 类准则权重确定方法各有其适用范围和侧重点,其中主客观综合赋权法能够兼顾决策者的主观偏好及各准则值所包含的客观评价信息,既体现决策者的主观意愿又以理论性较强的数学模型为依据充分发挥评价数据的客观性特征,以合理化的主客观权重集成方法获取各准则折中权重,例如林晶等<sup>[5]</sup>以改进直觉模糊熵结合熵权法确定属性客观权重,进而将其与属性主观权重融合并对方案排序;王世磊等<sup>[6]</sup>以离差最大化法确定准则客观权重,并与预先直接认定的主观权重经线性组合得到综合权重,考虑风险态度对决策者行为的影响,提出在线采购拍卖供应商选择决策模型;张浩为等<sup>[7]</sup>在目标威胁评估问题中采用乘积法计算属性综合权重,其中目标威胁的主观权重由决策者直接给出;腾剑仑等<sup>[8]</sup>利用前景效用理论考虑决策者行为对水环

收稿日期:2021-05-09;修回日期:2021-06-10.

基金项目:河南省软科学研究计划项目资助(192400410042).

作者简介:韩二东(1987—),男,河南三门峡人,博士,讲师,从事区域经济、决策理论与方法研究.

境审计绩效评价的影响,以异质信息的正负理想解为两个参照点,基于所有方案综合前景值和的最大化确定属性客观权重,并在求解中将决策者个体主观偏好影响下的属性权重信息作为约束条件,但未单独求解各准则主观权重;余高锋等<sup>[9]</sup>同样基于前景理论,通过构建多维偏好优化模型确定各准则权重,该方法考虑了决策者的损失规避行为及对备选方案的不同偏好,与传统意义上的主客观综合赋权法具有明显差异。

已有关于混合型多准则决策方法的研究,能够较为充分地挖掘多种不同类型的评估信息,解决不同类型评价信息之间的不可公度性,并将所提出的决策方法应用于在线采购拍卖、供应商选择决策、水环境审计绩效评价等领域,取得了较为显著的应用效果。已有文献对于准则权重的确定虽采用主客观综合赋权法,但准则主观权重往往由决策者直接给出,缺乏事实依据和合理解释,所提出的准则综合权重集成方法的合理性存在一定争议。特别是针对混合型多准则评估信息,需以各类型准则值的实际差异确定客观权重,同时充分考虑各决策主体经验、认知水平、专业领域侧重等差异对各准则重要性程度主观判断的影响,从而确定各准则主观权重,而不是由决策者预先直接给出。关于混合信息的集结,难以将单类型模糊信息决策方法推广到混合型决策领域<sup>[10]</sup>,也无法直接使用 Choquet 积分算子、调和平均算子<sup>[12]</sup>、多种广义集成算子等<sup>[13]</sup>集结算子得到各备选方案的综合评价。

混合型多准则决策方法由于包含多种不同类型的准则评估信息,在对多类型偏好信息的权重确定及信息集结过程中既需考虑各决策者对多准则的主观判断,又需充分利用各准则所包含的客观信息,探索如何分别确定各准则主、客观权重及合理集成以得到各准则综合权重的方法。因此,本文提出一种利用5种不同类型评估信息混合的多准则决策方法,兼顾各决策主体对准则重要性认知判断的主观意见及各准则评价信息本身的客观性,获取各准则综合权重,为避免造成备选方案逆排序,以各备选方案与正、负理想方案的垂面距离得到排序结果,并将决策方法应用于河南自贸试验区创新项目优选,验证决策方法的有效性与可行性。

## 1 预备知识

**定义 1**<sup>[14]</sup> 称  $\tilde{a} = [a^L, a^U] = \{0 \leq a^L \leq a \leq a^U, a \in \mathbf{R}\}$  为非负区间数,其中  $a^L, a^U$  分别为区间数的下界和上界,设非负区间数  $\tilde{b} = [b^L, b^U]$ ,  $\tilde{a}, \tilde{b}$  之间的距离定义,如式(1)所示:

$$d(a, b) = \sqrt{\frac{1}{2} [(a^L - b^L)^2 + (a^U - b^U)^2]} \quad (1)$$

设  $l_a = a^U - a^L, l_b = b^U - b^L$  分别表示两个区间数的长度,则式(2):

$$p(\tilde{a} \geq \tilde{b}) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{|a^U - b^L| - |a^L - b^U|}{l_a + l_b} \right) \quad (2)$$

为  $a \geq b$  的可能度。

对于给定的一组区间数  $\tilde{a}_i = [a_i^L, a_i^U], i = 1, 2, \dots, m$ , 根据区间数比较的可能度公式,可得该组区间数之间相互比较的可能度  $p_{ij} = p(\tilde{a}_i \geq \tilde{a}_j)$ , 并构成可能度矩阵  $\mathbf{B} = (p_{ij})_{m \times m}$ ,  $\mathbf{B}$  为模糊互补判断矩阵,根据模糊互补判断矩阵的排序公式,如式(3)所示:

$$B_i = \frac{1}{m(m-1)} \left( \sum_{j=1}^m p_{ij} + \frac{m}{2} - 1 \right), i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

得到区间数  $\tilde{a}_i$  优于其他所有区间数的总可能度  $B_i$ , 总可能度  $B_i$  越大,其对应的区间数  $\tilde{a}_i$  越大。

**定义 2**<sup>[15]</sup> 称模糊数  $\tilde{a} = [a^L, a^M, a^U]$  为三角模糊数,其中  $-\infty < a^L \leq a^M \leq a^U < +\infty$ , 定义三角模糊数  $\tilde{a}$  的模糊期望值,如式(4)所示:

$$\bar{a} = \frac{1}{6} (a^L + 4a^M + a^U) \quad (4)$$

可利用三角模糊数的模糊期望值对一组三角模糊数进行排序,模糊期望值越大的三角模糊数排序越靠前,同时设模糊数  $\tilde{b} = [b^L, b^M, b^U]$ , 可定义  $\tilde{a}, \tilde{b}$  之间的距离,如式(5)所示:

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{3} [(a^L - b^L)^2 + (a^M - b^M)^2 + (a^U - b^U)^2]} \quad (5)$$

**定义 3**<sup>[16]</sup> 决策者采用事先设定的语言评估标度进行定性测度,设语言标度集为  $S^T = \{s_\alpha | \alpha = 0, 1, \dots, T\}$ , 其中  $s_\alpha$  为语言术语,  $T$  为偶数,语言术语集的粒度为  $T+1$ ,例如粒度为7的语言评

价集定义为  $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\} = \{\text{非常差, 很差, 差, 一般, 好, 很好, 非常好}\}$ 。设  $s_\alpha, s_\beta$  为  $S^T$  中的语言变量, 且  $\alpha \leq \beta$ , 则  $[s_\alpha, s_\beta]$  为不确定语言变量, 区间的两端点分别为不确定语言变量的下限和上限, 当  $\alpha = \beta$  时, 不确定语言变量退化为连续语言评价集中的语言变量。设  $\tilde{s}_1 = [s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}]$ ,  $\tilde{s}_2 = [s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}]$  为两个不确定语言变量, 同时令  $len(\tilde{s}_1) = \beta_1 - \alpha_1$ ,  $len(\tilde{s}_2) = \beta_2 - \alpha_2$ , 两者之间的距离定义如式(6)所示:

$$d(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2) = \frac{|\alpha_1 - \alpha_2| + |\beta_1 - \beta_2|}{2T} \quad (6)$$

$\tilde{s}_1$  优于  $\tilde{s}_2$  的可能度定义, 如式(7)所示:

$$p(\tilde{s}_1 \geq \tilde{s}_2) = \frac{\max\{0, len(\tilde{s}_1) + len(\tilde{s}_2) - \max\{\beta_2 - \alpha_1, 0\}\}}{len(\tilde{s}_1) + len(\tilde{s}_2)} \quad (7)$$

针对一组不确定语言变量  $\tilde{s}_i = [s_{\alpha_i}, s_{\beta_i}]$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 与对一组区间数的排序类似, 可通过式(3)得到这组不确定语言变量的排序结果。

**定义 4<sup>[17]</sup>** 设  $X$  为给定的有限论域, 则  $X$  上的直觉模糊集定义为  $A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X\}$ , 其中  $\mu_A(x), \nu_A(x)$  分别表示  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的隶属度与非隶属度,  $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ ,  $\nu_A: X \rightarrow [0, 1]$ , 且满足条件  $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ ;  $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$  表示  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的犹豫度。

直觉模糊数的主要部分由隶属度与非隶属度构成的有序对表示, 一般形式为  $a = \langle \mu_a, \nu_a \rangle$ ,  $0 \leq \mu_a + \nu_a \leq 1$ , 其得分函数为  $S(a) = \mu_a - \nu_a$ , 精确函数为  $H(a) = \mu_a + \nu_a$ , 得分函数值越大, 直觉模糊数就越大; 若得分函数值相等, 则比较两者之间的精确函数值, 精确函数值越大, 则对应的直觉模糊数越大。

任意两个直觉模糊数  $a = \langle \mu_a, \nu_a \rangle$ ,  $b = \langle \mu_b, \nu_b \rangle$  之间的距离定义, 如式(8)所示:

$$d(a, b) = \sqrt{\frac{1}{2} [(\mu_a - \mu_b)^2 + (\nu_a - \nu_b)^2 + (\pi_a - \pi_b)^2]} \quad (8)$$

其中,  $\pi_a = 1 - \mu_a - \nu_a$ ,  $\pi_b = 1 - \mu_b - \nu_b$ 。

## 2 基于最小叉熵及垂面距离的混合型多准则决策方法

针对混合多种类型评价信息的多准则群决策问

题, 从对评估对象多准则评价的实际情境出发得到对各备选方案评判的混合多类型异质信息, 常见的评估信息主要有精确数、区间数、三角模糊数、不确定语言变量及直觉模糊数等类型, 本文主要针对包含这 5 种评价信息的混合型多准则决策问题展开分析, 提出基于最小差熵及垂面距离的混合型多准则决策方法。

### 2.1 混合型多准则决策问题描述

假设在考虑的混合型多准则决策问题中, 参与决策的评议小组中不同决策主体构成的决策者集为  $E = \{e_k | k = 1, 2, \dots, l\}$ , 备选方案集为  $A = \{a_i | i = 1, 2, \dots, m\}$ , 评估指标体系中各指标构成的准则集为  $C = \{c_j | j = 1, 2, \dots, n\}$ 。经大数据分析统计分析及评议小组对各指标的集体决议, 通过数据信息的合理转化、分析、处理得到决策评议小组对各备选方案  $a_i$  关于准则  $c_j$  的评价值为  $x_{ij}$ , 从而得到决策矩阵  $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 。根据混合 5 种类型评估信息的具体信息类型, 将准则集表示为  $C = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4 \cup C_5 = C^+ \cup C^-$ , 其中  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  分别表示以精确数、区间数、三角模糊数、不确定语言变量及直觉模糊数表达的准则指标; 同时,  $C^+$  表示效益型准则集合,  $C^-$  表示成本型准则集合; 为符号表示方便,  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  亦用来表示 5 种不同类型准则对应的下标所构成的下标集, 即  $\{1, 2, \dots, n\} = C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4 \cup C_5$ , 令  $N = \{1, 2, \dots, m\}$  表示备选各方案的下标集, 准则值  $x_{ij}$  具体表示如式(9)所示:

$$x_{ij} = \begin{cases} a_{ij}, & i \in N, j \in C_1 \\ [b_{ij}^L, b_{ij}^U], & i \in N, j \in C_2 \\ (c_{ij}^L, c_{ij}^M, c_{ij}^U), & i \in N, j \in C_3 \\ [s_{ij}^L, s_{ij}^U], & i \in N, j \in C_4 \\ \langle \mu_{ij}, \nu_{ij}, \pi_{ij} \rangle, & i \in N, j \in C_5 \end{cases} \quad (9)$$

不失一般性, 假设各类型评价价值  $x_{ij}$  非负, 若原始数据不满足, 则在数据信息处理时采用适当的平移变换等方法将所有评估信息转化为非负数据, 同时保证转化后的数据与原始数据的相对差异度不变。

### 2.2 混合型准则评价信息的规范化处理

针对获取的各备选方案在每个准则下的评估信息, 根据不同准则刻画数据信息的方式, 区分效益型准则和成本型准则, 对各准则评价价值进行规范

化处理,当准则值采用精确数描述时,规范化处理方法如式(10)所示:

$$x_{ij}^* = a_{ij}^* = \begin{cases} \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^m a_{ij}}, i \in N, j \in C_1 \cap C^+ \\ \left(\frac{1}{a_{ij}}\right) \\ \frac{\left(\frac{1}{a_{ij}}\right)}{\left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{a_{ij}}\right)}, i \in N, j \in C_1 \cap C^- \end{cases} \quad (10)$$

当准则值采用区间数描述时,相应的规范化处理公式如式(11)所示:

$$x_{ij}^* = [b_{ij}^{*L}, b_{ij}^{*U}] = \begin{cases} \left[ \frac{b_{ij}^L}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (b_{ij}^U)^2}}, \frac{b_{ij}^U}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (b_{ij}^L)^2}} \right] \\ i \in N, j \in C_2 \cap C^+ \\ \left[ \frac{\left(\frac{1}{b_{ij}^U}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{b_{ij}^L}\right)^2}}, \frac{\left(\frac{1}{b_{ij}^L}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{b_{ij}^U}\right)^2}} \right] \\ i \in N, j \in C_2 \cap C^- \end{cases} \quad (11)$$

当准则值采用三角模糊数描述时,相应的规范化处理公式如式(12)所示:

$$x_{ij}^* = (c_{ij}^{*L}, c_{ij}^{*M}, c_{ij}^{*U}) = \begin{cases} \left( \frac{c_{ij}^L}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (c_{ij}^U)^2}}, \frac{c_{ij}^M}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (c_{ij}^M)^2}}, \frac{c_{ij}^U}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (c_{ij}^L)^2}} \right) \\ i \in M, j \in B_3 \cap B^+ \\ \left( \frac{\left(\frac{1}{c_{ij}^U}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{c_{ij}^L}\right)^2}}, \frac{\left(\frac{1}{c_{ij}^M}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{c_{ij}^M}\right)^2}}, \frac{\left(\frac{1}{c_{ij}^L}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{c_{ij}^U}\right)^2}} \right) \\ i \in M, j \in B_3 \cap B^- \end{cases} \quad (12)$$

此外,当准则值采用不确定语言变量 $[s_{ij}^L, s_{ij}^U]$ ( $i \in N, j \in C_4$ )描述时,可将不确定语言变量转化为对应的三角模糊数 $x_{ij}^* = (s_{ij}^{*L}, s_{ij}^{*M}, s_{ij}^{*U})$ ,然后采用三角模糊数的规范化方法进行处理,转化方法如式(13)所示:

$$\begin{aligned} \tilde{s}_{ij}^L &= \left( \max \left\{ \frac{k_1 - 1}{T}, 0 \right\}, \frac{k_1}{T}, \min \left\{ \frac{k_1 + 1}{T}, 0 \right\} \right) \\ \tilde{s}_{ij}^U &= \left( \max \left\{ \frac{k_2 - 1}{T}, 0 \right\}, \frac{k_2}{T}, \min \left\{ \frac{k_2 + 1}{T}, 0 \right\} \right) \\ x_{ij}^* &= (s_{ij}^{*L}, s_{ij}^{*M}, s_{ij}^{*U}) = \frac{1}{2}(\tilde{s}_{ij}^L + \tilde{s}_{ij}^U), i \in N, j \in C_4 \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $k_1, k_2$  分别表示语言术语 $s_{ij}^L, s_{ij}^U$ 的下标。

采用直觉模糊数描述的准则值,其本身即在 $[0, 1]$ 范围内,无需进行规范化处理,从而得到规范化处理后的决策矩阵 $\mathbf{X}^* = (x_{ij}^*)_{m \times n}$ ,所有准则下的评估信息均为正向指标信息,消除了混合型多准则信息表达的不可公度性。

### 2.3 基于最小差熵的准则主客观权重确定及综合集成

在混合型多准则决策及综合评价中,科学合理地确定各准则权重是精准获取各备选方案排序结果的关键前提。一方面,各备选方案在每个准则下的评价具有显著的差异性,从客观存在的变异信息本身出发并避免主观因素干扰所确定的准则权重称为准则客观权重;另一方面,群体决策评议小组中的决策主体因经验、知识体系、领域、评判侧重等不同,往往将主观评判融入对各准则重要性的度量,需得到充分反映决策者主观意愿的准则主观权重。为充分体现准则评价信息本身的变异程度及重要性,同时反映不同决策主体对各准则的经验认知偏好,本文采用最小叉熵原则确定准则客观权重,以单变量效用函数反映各决策者对准则重要性程度的主观判断,并将确定的各准则组合主观权重与客观权重进行集成,得到融合实际准则数据信息,体现决策者主观意向并折中处理后的各准则综合权重。

由于信息熵能够对多准则决策中各准则评估信息的不确定程度展开度量,所有备选方案关于单个准则的信息熵越大,则在该准则下关于各方案评价值的离差越小;反之亦然。排除决策个体主观判断干扰,完全根据各准则评价的变异程度确定各准则权重,就要求对于评价偏差越大的准则赋予的准则权重也越大,即单个准则下的信息熵越大,所确定的准则客观权重就越小。因此,首先采用熵权法对规

范化决策矩阵  $\mathbf{X}^*$  计算各准则客观权重, 即

$$p_j = \frac{1 - E_j}{\sum_{j=1}^n (1 - E_j)} \quad (14)$$

其中,

$$E_j = \begin{cases} -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m a_{ij}^* \ln a_{ij}^*, i \in N, j \in C_1 \\ -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m \frac{\bar{b}_{ij}^*}{\sum_{i=1}^m \bar{b}_{ij}^*} \ln \frac{\bar{b}_{ij}^*}{\sum_{i=1}^m \bar{b}_{ij}^*} \\ \bar{b}_{ij}^* = \frac{b_{ij}^{*L} + b_{ij}^{*U}}{2}, i \in N, j \in C_2 \\ -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m \frac{\bar{c}_{ij}^*}{\sum_{i=1}^m \bar{c}_{ij}^*} \ln \frac{\bar{c}_{ij}^*}{\sum_{i=1}^m \bar{c}_{ij}^*} \\ \bar{c}_{ij}^* = \frac{1}{6} (c_{ij}^{*L} + 4c_{ij}^{*M} + c_{ij}^{*U}), i \in N, j \in C_3 \\ -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m \frac{\bar{s}_{ij}^*}{\sum_{i=1}^m \bar{s}_{ij}^*} \ln \frac{\bar{s}_{ij}^*}{\sum_{i=1}^m \bar{s}_{ij}^*} \\ \bar{s}_{ij}^* = \frac{1}{6} (s_{ij}^{*L} + 4s_{ij}^{*M} + s_{ij}^{*U}), i \in N, j \in C_4 \\ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \cos \frac{\mu_{ij}^2 - \nu_{ij}^2}{2} \pi, i \in N, j \in C_5 \end{cases} \quad (15)$$

这里  $E_j$  是针对 5 种不同类型准则评价信息熵的扩展形式, 计算所得各准则客观权重  $p_j \geq 0$ , 且

$$\sum_{j=1}^m p_j = 1。$$

其次, 考虑不同决策主体的主观偏好造成的对各准则评判的差异性, 将规范化决策矩阵  $\mathbf{X}^*$  去模糊化, 转化为计分值精确矩阵  $\mathbf{X}' = (x'_{ij})_{m \times n}$ , 其中  $x'_{ij}$  的表达式如式(16)所示:

$$x'_{ij} = \begin{cases} a_{ij}^*, i \in N, j \in C_1 \\ \bar{b}_{ij}^*, i \in N, j \in C_2 \\ \bar{c}_{ij}^*, i \in N, j \in C_3 \\ \bar{s}_{ij}^*, i \in N, j \in C_4 \\ \mu_{ij} - \nu_{ij}, i \in N, j \in C_5 \end{cases} \quad (16)$$

假设不同准则间不存在交互影响, 引入单变量效用函数体现不同决策者对准则评估重要性的主观偏好, 假设决策者  $e_k$  的效用函数为  $u_k(x)$ , 且  $u_k(x) \geq 0$ ,

从而将计分值矩阵转化为包含各决策者对准则主观重要性判断的效用矩阵  $\mathbf{Y}^k = (u_k(x'_{ij}))_{m \times n}$ , 采用熵权法计算决策者  $e_k$  所确定的准则主观权重向量, 即  $\mathbf{Q}^k = (q_1^k, q_2^k, \dots, q_n^k)$ , 具体如式(17)所示:

$$q_j^k = \frac{1 - E_j^k}{\sum_{i=1}^n (1 - E_i^k)} \\ E_j^k = -\frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m \frac{u_k(x'_{ij})}{\sum_{i=1}^m u_k(x'_{ij})} \ln \frac{u_k(x'_{ij})}{\sum_{i=1}^m u_k(x'_{ij})} \quad (17)$$

针对计算所得  $l$  个决策者的准则主观权重向量, 需要综合各决策者对准则权重的主观判断, 应当使得融合所得准则组合主观权重向量与所有决策者下的准则主观权重向量叉熵的和达到最小化, 从而得到各准则组合主观权重向量  $\mathbf{Q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ 。因此, 构建基于最小叉熵的准则组合权重优化模型, 具体如式(18)所示:

$$\min D = \sum_{k=1}^l D(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}^k) = \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n q_j \ln \frac{q_j}{q_j^k} \\ \text{s. t. } \sum_{j=1}^n q_j = 1, q_j \geq 0 \quad (18)$$

为计算  $q_j (j=1, 2, \dots, n)$ , 构造 Lagrange 函数如式(19)所示:

$$L(\mathbf{Q}, \lambda) = \sum_{k=1}^l \sum_{j=1}^n q_j \ln \frac{q_j}{q_j^k} + (\lambda - l) \left( \sum_{j=1}^n q_j - 1 \right) \quad (19)$$

其中,  $(\lambda - l)$  为 Lagrange 乘子, 分别对  $q_j, \lambda$  求偏导, 得到如式(20)的方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q_j} = \sum_{k=1}^l \left( \ln \frac{q_j}{q_j^k} + 1 \right) + (\lambda - l) = 0 \\ \sum_{k=1}^l \ln \frac{q_j}{q_j^k} + \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^n q_j - 1 = 0 \end{cases} \quad (20)$$

由式(20)可得式(21):

$$q_j = \exp \left( \frac{1}{k} \left( \sum_{k=1}^l \ln q_j^k - \lambda \right) \right) \quad (21)$$

将式(21)代入归一化条件, 可得  $\lambda$  如式(22):

$$\lambda = k \ln \left[ \sum_{j=1}^n \exp \left( \frac{1}{k} \sum_{j=1}^n \ln q_j^k \right) \right] \quad (22)$$

将式(22)代入式(21), 得到  $q_j$  如式(23):

$$q_j = \frac{\exp\left(\frac{1}{k} \sum_{k=1}^l \ln q_j^k\right)}{\sum_{j=1}^n \exp\left(\frac{1}{k} \sum_{k=1}^l \ln q_j^k\right)} = \frac{\exp\left(\sum_{k=1}^l \ln q_j^k\right)}{\sum_{j=1}^n \exp\left(\sum_{k=1}^l \ln q_j^k\right)} = \frac{\prod_{k=1}^l q_j^k}{\sum_{j=1}^n \prod_{k=1}^l q_j^k} \quad (23)$$

再次,将计算所得各准则客观权重和主观组合权重进行集成,所确定的准则综合权重向量  $\mathbf{W} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ ,应当与准则客观权重向量、准则主观组合权重向量的叉熵线性组合达到最小化,从而构建如式(24)的优化模型:

$$\begin{aligned} \min \quad & rD(\mathbf{W}, \mathbf{Q}) + (1-r)D(\mathbf{W}, \mathbf{P}) \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{j=1}^n \omega_j = 1, \omega_j \geq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

其中,  $r \in [0, 1]$ , 同样构造 Lagrange 函数求解式(24),得到各准则权重的最优解如式(25)所示:

$$\omega_j = \frac{\exp[r \ln q_j + (1-r) \ln p_j]}{\sum_{j=1}^n \exp[r \ln q_j + (1-r) \ln p_j]} \quad (25)$$

### 2.4 基于垂面距离的混合型多准则决策

混合型多准则决策难以采用信息集结算子计算各备选方案的综合评价得到排序结果,而基于投影法、前景理论、证据推理等决策方法的计算过程复杂度过高,往往存在较多的非线性变换,容易导致原始评价信息的折损,使得不同决策模型针对同一案例的备选方案排序结果存在较大差异,出现备选方案逆排序问题,也难以采用有效手段对差异化的备选方案排序结果进行比较或评判。将垂面距离度量方法<sup>[18-19]</sup>拓展到混合型多准则决策情境,根据规范化决策矩阵  $\mathbf{X}^*$  确定的正、负理想方案如式(26)所示:

$$\begin{aligned} X^+ &= (\max_i x_{i1}^*, \max_i x_{i2}^*, \dots, \max_i x_{in}^*) \\ X^- &= (\min_i x_{i1}^*, \min_i x_{i2}^*, \dots, \min_i x_{in}^*) \end{aligned} \quad (26)$$

各备选方案与正、负理想方案的垂面距离定义,如式(27)所示:

$$\begin{aligned} H_i^+ &= \frac{d^2(X^+, X^-) + d^2(X^+, X_i) - d^2(X^-, X_i)}{2d(X^+, X^-)} \\ H_i^- &= \frac{d^2(X^+, X^-) + d^2(X^-, X_i) - d^2(X^+, X_i)}{2d(X^+, X^-)} \end{aligned} \quad (27)$$

其中,

$$\begin{aligned} d(X^+, X^-) &= \sum_{j=1}^n \omega_j d(x_j^+, x_j^-) \\ d(X^+, X_i) &= \sum_{j=1}^n \omega_j d(x_j^+, x_{ij}^*) \\ d(X^-, X_i) &= \sum_{j=1}^n \omega_j d(x_j^-, x_{ij}^*) \end{aligned}$$

$d(x_j^+, x_j^-), d(x_j^+, x_{ij}^*), d(x_j^-, x_{ij}^*)$  分别涉及 5 种类型评估信息的距离测度,可依据相应类型准则值的距离定义进行计算。

由式(27)获取各备选方案与正理想方案或负理想方案的垂面距离对各方案排序择优,其中  $H_i^+$  越小的方案越优,  $H_i^+$  越大的方案越劣;同时,  $H_i^-$  越小的方案越优,  $H_i^-$  越大的方案越劣。与依据传统相对欧式距离排序方法相比,基于垂面距离所得备选方案的优劣次序中,与正理想方案越接近的方案一定与负理想方案的距离越远,即采用各方案与正理想方案的垂面距离所得排序结果和与负理想方案的垂面距离所得排序结果完全一致,避免出现相对欧式距离排序中与正理想方案越近的方案未必与负理想方案距离越远的状况,摒弃备选方案可能出现逆排序结果的弊端。

### 2.5 混合型多准则决策步骤

根据上述分析,将基于最小差熵及垂面距离的混合型多准则决策步骤概括如下:

**步骤 1** 参与混合型多准则决策的评议小组经综合评议,并通过多类型数据信息转化、处理和统计分析得到决策矩阵  $\mathbf{X}$ ,采用式(10)一式(13)对各准则评估信息进行规范化处理,得到规范化决策矩阵  $\mathbf{X}^*$ ;

**步骤 2** 根据式(14)、式(15),基于信息熵法计算各准则客观权重  $P$ ,并将规范化决策矩阵  $\mathbf{X}^*$  去模糊化转化为计分值精确矩阵  $\mathbf{X}'$ ,确定反映各决策主体对所有准则主观重要性判断的单变量效用函数,并由式(16)、式(17)得到各决策者所确定的准则主观权重向量  $\mathbf{Q}^k (k=1, 2, \dots, l)$ 。

**步骤 3** 由式(18)一式(23),构建基于最小叉熵的优化模型集成各决策者的准则主观权重,得到准则主观组合权重向量  $\mathbf{Q}$ ,进一步通过式(24)、式(25)将准则客观权重向量和准则主观组合权重向量融合集成,获取准则综合权重向量  $\mathbf{W}$ 。

**步骤 4** 针对规范化决策矩阵  $X^*$ , 通过式(2)一式(4)、式(7)及式(26)确定正、负理想方案  $X^+$ ,  $X^-$ , 并由式(1)、式(5)、式(6)、式(8)、式(9)及式(27)分别计算各备选方案与正、负理想方案的垂面距离  $H_i^+$ ,  $H_i^-$ , 从而依据  $H_i^+$ ,  $H_i^-$  得到各备选方案的优劣次序, 且两个方向垂面距离所得排序结果保持一致。

### 3 算例分析

河南自贸试验区挂牌 3 年多以来, 坚持以制度创新为核心, 积极融入“一带一路”倡议, 加快打造内陆开放新高地, 截至目前已全部下放国务院规定的 455 项省级社会管理权限, 在商事登记、跨境电商、多式联运体系建设等方面形成 250 多个改革创新实践案例, 吸引了 6.25 万多家企业入驻, 其中, 世界 500 强企业 88 家, 占全省的 68%。以洛阳片区为例, 其累计入驻市场主体 2.5 万户, 注册资本达到 1 014.73 亿元, 累计进驻亿元以上企业 136 家, 累计进驻世界 500 强 25 家、国内 500 强 19 家、行业 10 强 26 家。当前, 河南自贸试验区洛阳片区已成为洛阳加快推进中原城市群副中心城市建设的重要平台, 是新时代洛阳改革开放的新高地和新引擎。假设洛阳片区内某行业领先企业以高端制造业和现代服务业为主要业务范围, 该企业已参与承建了大量具有交互耦合关联的创新型项目, 准备筹划新的创新项目, 备选项目分别是商业街区升级改造项目 ( $a_1$ )、市内高架桥或隧道桥梁工程项目 ( $a_2$ )、城市休闲景观设计规划项目 ( $a_3$ )、东西南隅历史文化街

区保护修缮项目 ( $a_4$ )、建筑垃圾消纳场工程建设项目 ( $a_5$ )。由于受到新冠肺炎疫情影响、政府政策规划限制、企业自身拥有资源及其组织管理能力的制约, 该企业从 2020—2022 年的 3 年发展期需确定开发创建最优创新项目, 因此该企业需要权衡利弊, 对 5 个待选创新项目进行综合评估。所使用到的主要评估准则详细描述如下:

创新项目开发成本 ( $c_1$ ): 由于企业自身对各类型创新项目的开发有着较为详细的预算和前期策划, 能够较为精确地给出各创新项目的开发成本, 所以该准则采用精确数描述较为妥当; 创新项目中子项目间的协同对企业综合效益提升的延迟效应 ( $c_2$ ): 子项目间的协同主要包括目标协同、资源协同、管理协同等, 延迟效应主要采用天数进行刻画, 适合采用区间数描述; 创新项目对企业既定中长期战略的支持度 ( $c_3$ ): 该准则主要涉及创新项目与企业战略的匹配度、企业对创新项目各类型资源的投入产出比、项目组织管理能力及核心竞争力, 适宜采用以语言术语集为基础的不确定语言变量表达; 与企业已有创新项目的关联性 ( $c_4$ ): 该准则往往依据企业内部评议结合第三方评估机构评分确定, 再加上评估的时间跨度较大, 适合采用三角模糊数描述; 创新项目的风险水平 ( $c_5$ ): 主要包含资源分配风险、组织管理风险、技术知识风险、财务风险、企业品牌风险等, 该准则具有较为明显的模糊性, 决策小组评议时, 适宜采用直觉模糊数表述。

决策评议小组对 5 类备选创新项目在各准则下的评估信息如表 1 所示。

表 1 决策评议小组确定的评估信息

Table 1 Evaluation information determined by the decision review panel

备选创新项目	准则评估值				
	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$a_1$	150	[4.72, 5.83]	[ $s_2, s_4$ ]	(0.80, 0.85, 0.90)	<0.68, 0.15>
$a_2$	110	[5.23, 6.48]	[ $s_3, s_5$ ]	(0.90, 0.95, 1.00)	<0.70, 0.12>
$a_3$	80	[3.27, 7.28]	[ $s_3, s_4$ ]	(0.58, 0.91, 0.95)	<0.64, 0.21>
$a_4$	120	[3.42, 5.50]	[ $s_2, s_3$ ]	(0.85, 0.87, 0.90)	<0.75, 0.18>
$a_5$	100	[3.35, 4.63]	[ $s_3, s_4$ ]	(0.86, 0.89, 0.95)	<0.78, 0.20>

#### 3.1 创新项目优选混合型多准则决策步骤

以下根据本文提出的混合型多准则决策方法对

河南自贸试验区洛阳片区创新项目进行选择决策, 具体过程如下:

**步骤 1** 首先,将评估信息决策矩阵规范化处理,得到如下规范化决策矩阵:

$$X^* = \begin{pmatrix} 0.143 & [0.351, 0.639] & (\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}) \\ (0.170, 0.190, 0.226) & <0.68, 0.15> & \\ 0.195 & [0.389, 0.710] & (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}) \\ (0.191, 0.213, 0.251) & <0.70, 0.12> & \\ 0.268 & [0.243, 0.798] & (\frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{3}{4}) \\ (0.123, 0.204, 0.238) & <0.64, 0.21> & \\ 0.179 & [0.254, 0.603] & (\frac{1}{4}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}) \\ (0.181, 0.195, 0.226) & <0.75, 0.18> & \\ 0.215 & [0.249, 0.507] & (\frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{3}{4}) \\ (0.183, 0.199, 0.238) & <0.78, 0.20> & \end{pmatrix}$$

按照式(14)、式(15)获取的准则客观权重向量为

$$P = (0.431, 0.183, 0.248, 0.017, 0.121)$$

**步骤 2** 将  $X^*$  去模糊化,得到的计分值精确矩阵为

$$X' = \begin{pmatrix} 0.143 & 0.495 & 0.500 & 0.193 & 0.53 \\ 0.195 & 0.550 & 0.667 & 0.216 & 0.58 \\ 0.268 & 0.521 & 0.583 & 0.196 & 0.43 \\ 0.179 & 0.429 & 0.417 & 0.198 & 0.57 \\ 0.215 & 0.378 & 0.583 & 0.203 & 0.58 \end{pmatrix}$$

按照创新项目优选评议小组中各决策主体对各准则重要性判断的主观偏好,确定决策者  $e_k (k=1, 2, 3, 4)$  的效用函数分别为  $u_1(x) = \sqrt{x}, u_2(x) = x, u_3(x) = x^2, u_4(x) = e^x$ , 从而由式(16)、式(17)得到各决策者确定的准则主观权重向量构成的权重矩阵为

$$Q^* = \begin{pmatrix} 0.418 & 0.177 & 0.253 & 0.025 & 0.127 \\ 0.431 & 0.183 & 0.248 & 0.017 & 0.121 \\ 0.449 & 0.178 & 0.240 & 0.021 & 0.112 \\ 0.099 & 0.235 & 0.431 & 0.039 & 0.196 \end{pmatrix}$$

**步骤 3** 根据式(18)一式(23),基于最小叉熵优化模型得到准则主观组合权重向量为

$$Q = (0.492, 0.084, 0.401, 0.002, 0.021)$$

进一步,不妨设  $r=0.5$ ,即将各准则的主客观权重分配相等的加权系数,通过式(24)、式(25)计算

融合准则主客观权重的综合权重向量,有

$$W = (0.481, 0.130, 0.329, 0.007, 0.053)$$

**步骤 4** 针对规范化决策矩阵  $X^*$  及各类型评价信息的排序方法,得到正、负理想方案分别为

$$X^+ = (0.268, (0.389, 0.710), (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}), (0.191, 0.213, 0.251), <0.78, 0.20>)$$

$$X^- = (0.143, (0.249, 0.507), (\frac{1}{4}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}), (0.170, 0.190, 0.226), <0.64, 0.21>)$$

从而计算各备选创新项目与正、负理想方案的垂面距离分别为

$$H_1^+ = 0.1288, H_2^+ = 0.0391$$

$$H_3^+ = 0.0351, H_4^+ = 0.1429$$

$$H_5^+ = 0.0757, H_1^- = 0.0436$$

$$H_2^- = 0.1333, H_3^- = 0.1373$$

$$H_4^- = 0.0295, H_5^- = 0.0967$$

可依据  $H_i^+$  或  $H_i^-$  对所有备选创新项目排序择优,两种垂面距离所得排序结果完全一致,皆为  $a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$ 。

### 3.2 灵敏度分析

在对所得各准则综合权重最优解的计算中,需确定准则主客观权重向量的分配系数( $r \in [0, 1]$ ),分配系数的波动体现出对主客观信息折中处理的不同倾向,也在一定程度上反映各决策者的主观偏好,以下分别令  $r=0, 0.1, 0.2, \dots, 1$ ,得到分配系数变化对各准则综合权重的影响,以及对各备选创新项目与正理想方案的垂面距离的变化,最终反映到各备选创新项目的优劣排序中,具体见表2。

表2中数据显示:当各准则主客观权重的分配系数以间隔0.1从0变化到1时,所得集成后的准则综合权重均发生了一定的变化,但准则间相对大小的排序关系并没有变化,从各创新项目与正理想方案的垂面距离所得排序结果也没有发生变化,说明本文提供的基于最小叉熵的混合型主客观权重集成方法的稳定性和合理性;通过河南自贸试验区创新项目优选的整个决策过程,也验证了本文提出的混合型多准则决策方法的有效性与可行性。

表 2 分配系数变化对准则综合权重及方案排序结果的影响

Table 2 The influence of the change of distribution coefficient on the comprehensive weight of criteria and scheme ranking results

分配系数 $r$	准则综合权重向量 $W$	各创新项目与正理想方案的垂面距离	备选创新项目排序结果
0	(0.431, 0.183, 0.248, 0.017, 0.121)	0.120 3, 0.040 9, 0.038 3, 0.127 4, 0.075 7	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.1	(0.445, 0.172, 0.265, 0.014, 0.104)	0.122 3, 0.040 5, 0.037 8, 0.130 9, 0.075 9	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.2	(0.456, 0.162, 0.282, 0.011, 0.087)	0.123 8, 0.040 0, 0.039 4, 0.134 2, 0.076 1	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.3	(0.467, 0.151, 0.298, 0.009, 0.075)	0.125 8, 0.039 8, 0.035 9, 0.137 4, 0.076 0	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.4	(0.475, 0.140, 0.314, 0.008, 0.063)	0.127 4, 0.039 4, 0.035 4, 0.140 2, 0.075 8	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.5	(0.481, 0.130, 0.329, 0.007, 0.053)	0.128 8, 0.039 1, 0.035 1, 0.142 9, 0.075 7	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.6	(0.486, 0.120, 0.345, 0.005, 0.044)	0.130 4, 0.038 7, 0.035 2, 0.145 8, 0.075 5	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.7	(0.489, 0.110, 0.360, 0.004, 0.037)	0.131 9, 0.038 5, 0.035 3, 0.148 2, 0.075 1	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.8	(0.491, 0.101, 0.374, 0.003, 0.031)	0.133 2, 0.038 1, 0.035 7, 0.150 6, 0.074 9	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
0.9	(0.492, 0.092, 0.388, 0.003, 0.025)	0.134 5, 0.037 7, 0.036 0, 0.152 9, 0.074 5	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$
1	(0.492, 0.084, 0.401, 0.002, 0.021)	0.135 7, 0.037 5, 0.036 5, 0.155 0, 0.074 2	$a_3 > a_2 > a_5 > a_1 > a_4$

### 3.3 对比分析

若只考虑创新型项目优选的客观权重或主观组合权重,即当  $r=0$  或  $r=1$  时所得的综合权重,从灵敏度分析可知,当只考虑决策者所给客观评价信息或者仅依靠决策者的主观判断来确定准则权重,对创新型项目优选的排序结果没有造成明显的影响。但当参与与创新项目优选的决策者变为多决策者的群体决策时,主、客观权重之间会产生明显的偏差,也会对排序结果造成显著影响。此外,针对本实例决策过程所得规范化决策矩阵  $X^*$  进行去模糊化处理,由文献[20]采用加权法和法得到各方案的综合评价价值分别为  $E(a_1)=0.327, E(a_2)=0.417, E(a_3)=0.413, E(a_4)=0.311, E(a_5)=0.377$ ;若采用传统 TOPSIS 法,可得各方案的贴近度分别为  $R(a_1)=0.277, R(a_2)=0.798, R(a_3)=0.773, R(a_4)=0.220, R(a_5)=0.688$ ,两种方案排序方法所得结果均为  $a_2 > a_3 > a_5 > a_1 > a_4$ ,其最优方案为  $a_2$ ,次优方案为  $a_3$ ,方案  $a_2, a_3$  的排序与本文产生逆序,其余方案排序位置与本文一致,原因是去模糊化处理会导致大量模糊评价信息损失,采用客观赋权法确定各准则权重,忽略了决策者的心理行为及对准则权重的主观判断。相比较而言,本文采用主客观集成所得各准则综合权重,能够兼顾评价信息的客观性与决策者的主观意愿,更加符合实际决策情境。

## 4 结 论

混合型多准则决策问题面临多类型准则信息的不可公度性,准则权重确定、信息融合集成或排序方法是多准则决策方法的核心。本文提出一种基于最小叉熵及垂面距离的混合型多准则决策方法,采用信息熵法确定各准则客观权重,充分挖掘各备选方案关于不同准则评价价值的客观差异,以单值效用函数反映各决策者对准则评价的主观重要性认知判断,构建与准则组合主观权重向量和客观权重向量的叉熵之和最小化的优化模型以获取准则综合权重,集成所得准则综合权重能够兼顾评价数据信息的客观差异以及各决策者经验、认知、专业领域等偏差对各准则重要性程度的主观判断。通过各备选方案与正、负理想方案的垂面距离排序择优,所得优劣次序结果能够保证与正理想方案越接近的方案一定与负理想方案距离越远,即与正、负理想方案两个方向的垂面距离所得排序结果完全一致。最后,通过河南自贸试验区创新项目优选验证决策方法的有效性与可行性,算例的灵敏度分析也说明准则主客观权重集成方法的稳定性与合理性。下一步可继续探索混合型多类型信息的准则权重确定和决策者权重确定方法、混合信息一致化处理或融合集成技术,以适应多层次决策主体的实际决策需求,在大数据信息决策背景下的决策应用也值得深入挖掘。

## 参考文献(References):

- [1] ARMSTRONG K. Big data: a revolution that will transform how we live, work, and think[J]. *Mathematics & Computer Education*, 2014, 47(10): 181—183.
- [2] RANI B, KANT S. An approach toward integration of big data into decision making process[M]. Berlin: New Paradigm in Decision Science and Management, 2020.
- [3] PINOTSIS D A. Statistical decision theory and multi-scale analyses of human brain data [J]. *Journal of Neuroscience Methods*, 2020, 346(5): 1—10.
- [4] 何大义, 陈小玲, 许加强. 多属性群决策问题中基于最小叉熵的权重集成方法[J]. *控制与决策*, 2017, 32(2): 378—384.  
HE Da-yi, CHEN Xiao-ling, XU Jia-qiang. Weight aggregation method based on principle of minimum cross-entropy in multiple attribute group decision-making[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(2): 378—384.
- [5] 林晶, 王健. 基于改进直觉模糊熵的混合多属性决策方法研究[J]. *管理现代化*, 2014, 34(6): 114—116.  
LIN Jin, WANG Jian. Research on hybrid multi-attribute decision making method based on improved intuitionistic fuzzy entropy[J]. *Modernization of Management*, 2014, 34(6): 114—116.
- [6] 王世磊, 屈绍建, 马刚. 基于前景理论和模糊理论的在线多属性采购拍卖供应商选择决策[J]. *控制与决策*, 2020, 35(11): 2637—2645.  
WANG Shi-lei, QU Shao-jian, MA Gang. Decision method of supplier selection for online multi-attribute procurement auction based on prospect theory and fuzzy theory[J]. *Control and Decision*, 2020, 35(11): 2637—2645.
- [7] 张浩为, 谢军伟, 葛佳昂, 等. 改进 TOPSIS 的多时刻融合直觉模糊威胁评估[J]. *控制与决策*, 2019, 34(4): 811—815.  
ZHANG Hao-wei, XIE Jun-wei, GE Jia-ang, et al. Intuitionistic fuzzy set threat assessment based on improved TOPSIS and multiple times fusion[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(4): 811—815.
- [8] 滕剑仑, 吴坚, 余高锋, 等. 考虑决策者行为的水环境审计绩效异质信息多指标综合评价[J]. *控制与决策*, 2018, 33(10): 1879—1885.  
TENG Jian-lun, WU Jian, YU Gao-feng, et al. Heterogeneous information and multitude index synthesis evaluation method of water environment audit performance under consideration of DM behaviors [J]. *Control and Decision*, 2018, 33(10): 1879—1885.
- [9] 余高锋, 费巍, 叶银芳. 基于前景理论的农村电子商务发展水平多维偏好决策方法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(9): 2182—2188.  
YU Gao-feng, FEI Wei, YE Yin-yang. The developing level of rural e-commerce multidimensional preference decision making method based on prospect theory [J]. *Control and Decision*, 2020, 35(9): 2182—2188.
- [10] 刘中侠, 刘思峰, 蒋诗泉. 基于广义灰数的双向投影灰靶决策模型拓展研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2019, 39(3): 776—782.  
LIU Zhong-xia, LIU Si-feng, JIANG Shi-quan. Study on the expansion of bidirectional projective grey target decision-making model based on general grey number [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2019, 39(3): 776—782.
- [11] VOUDAS A. The Choquet integral as an approximation to density matrices with incomplete information[J]. *Physica A*, 2020, 545(5): 1—14.
- [12] 彭勃, 叶春明. 基于不确定纯语言混合调和平均算子的多属性群决策方法[J]. *中国管理科学*, 2015, 23(2): 131—138.  
PENG Bo, YE Chun-ming. An approach to multiple attribute group decision making based on uncertain pure linguistic hybrid harmonic averaging operator [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2015, 23(2): 131—138.
- [13] ZHOU Y, HAO J K, GOFFON A. Push: a generalized operator for the maximum vertex weight clique problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 257(1): 41—54.
- [14] JIANG C, HAN X, GUAN F J, et al. An uncertain structural optimization method based on nonlinear interval number programming and interval analysis method [J]. *Engineering Structures*, 2007, 29(11): 3168—3177.
- [15] WU Q. The complex fuzzy system forecasting model based on fuzzy SVM with triangular fuzzy number input and output [J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(10): 12085—12093.
- [16] 刘培德. 一种基于前景理论的不确定语言变量风险型多属性决策方法[J]. *控制与决策*, 2011, 26(6): 893—897.  
LIU Pei-de. Method for multi-attribute decision-making under risk with the uncertain linguistic variables based on

- prospect theory[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(6): 893—897.
- [17] ZENG X T, LI D F, YU G F. A value and ambiguity-based ranking method of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers and application to decision making [J]. *The Scientific World Journal*, 2014(1): 1—8.
- [18] KUMAR M D. Anatomical measurement of presence, horizontal distance and vertical distance of submandibular fossa[J]. *Research Journal of Pharmacy & Technology*, 2015, 8(8): 1096—1098.
- [19] 陈伟, 李金秋, 杨早立. 一种基于“垂面”距离和 IFE 的直觉模糊多属性决策方法[J]. *运筹与管理*, 2017, 26(9): 7—12, 20.
- CHEN Wei, LI Jin-qin, YANG Zao-li. A multi-attribute decision-making method in intuitionistic fuzzy set based on vertical projection distance and IFE[J]. *Operations Research and Management Science*, 2017, 26(9): 7—12, 20.
- [20] 何大义, 陈小玲, 许加强. 多属性群决策问题中基于最小叉熵的权重集成方法[J]. *控制与决策*, 2017, 32(2): 378—384.
- HE Da-yi, CHEN Xiao-ling, XU Jia-qiang. Weight aggregation method based on principle of minimum cross-entropy in multiple attribute group decision-making[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(2): 378—384.

## Hybrid Multi-criteria Decision Making Method and Its Application to Innovative Project Optimization in Pilot Free Trade Zone

HAN Er-dong

(School of Business, Luoyang Normal University, Henan Luoyang 471934, China)

**Abstract:** In order to deal with the mixed multi-criteria decision making problem with unknown criteria weight, a hybrid multi-criteria decision making method based on minimum cross entropy and vertical distance is proposed. The mixed decision information is normalized and processed by the normalized methods of different types of evaluation information, the objective weight of each criterion is determined by the information entropy method, single-valued utility function reflects the subjective judgment of each decision maker on the importance of different criteria, and the subjective weight of each criterion of each decision maker is obtained. Based on the minimum cross entropy, the subjective combination weight of each criterion is obtained by integrating the subjective weights vector of each criterion. An optimization model is constructed to minimize the sum of the cross entropy between criterion's comprehensive weight and subjective weight vector, and objective weight vector. Thus, the comprehensive weight vector of each criterion is determined. The ranking of the alternatives is obtained by the vertical distance between the alternatives and the positive or negative ideal solutions. Finally, the hybrid decision-making method is applied to the optimization of innovative projects in Henan Pilot Free Trade Zone, and the validity and feasibility of the decision making method are verified by comparative analysis.

**Key words:** multi-criterion decision making; minimum cross-entropy; vertical distance; subjective-objective weight integration; innovation project optimization selection

责任编辑:李翠薇

引用本文/Cite this paper:

韩二东. 混合型多准则决策方法及自贸区创新项目优选[J]. *重庆工商大学学报(自然科学版)*, 2022, 39(3): 70—80.

HAN Er-dong. Hybrid multi-criteria decision making method and its application to innovative project optimization in pilot free trade zone[J]. *Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition)*, 2022, 39(3): 70—80.