

doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2022.0001.010

# 在 PLZN 环境下基于组内优势关系的 TODIM-PROMETHEE 决策方法

朱蒙蒙<sup>1</sup>, 毛军军<sup>1,2</sup>, 徐威<sup>1</sup>

(1. 安徽大学 数学科学学院, 合肥 230601; 2. 安徽大学 计算机智能与信号处理教育部重点实验室, 合肥 230039)

**摘要:**针对多准则群决策问题,提出了一种新的关于专家评价组内优势关系,在概率语言型 Z-number (Probabilistic Linguistic Z-number) 环境中应用 TODIM、PROMETHEE 决策方法结合起来的一个新的决策方法,不仅避免了 TODIM 方法的补偿问题,也有效地反映了准则的权重;首先通过引入新定义的影响因子、敏感因子和附加因子确定了组内优势关系,其中敏感因子具有举足轻重的作用;随后根据新的优势关系定义了组内偏离度,据此将同一评价可信度的 PLZN 融合;其次,根据各组专家评价的可信度,将不同可信度的评价融合,由此新定义了综合偏离度;进一步利用新的决策方法:TODIM-PROMETHEE,先后得到了准则的权重以及综合优势度,根据净流判断方案的先后顺序;最后通过一个实例的应用与分析说明新决策方式的有效性与可行性。

**关键词:**概率语言型 Z-number;优势关系;TODIM-PROMETHEE 方法;多准则群决策

中图分类号:C934

文献标志码:A

文章编号:1672-058X(2022)01-0071-07

## 0 引言

MCGDM(多准则群决策方法)是指一群决策人(个人或者群体),按照各自的偏好,在共同的准则下,对不同的备选方案进行评价,以寻求群体满意的目标。TODIM 方法是一种著名的基于前景理论<sup>[1-2]</sup>的 MCGDM 方法。它考虑了人在风险和不确定环境下的心理行为。由 Brans 和 Vincke<sup>[3]</sup>提出的 PROMETHEE 方法也是一种常用的 MCGDM 方法,方法基于对标准备选方案的两两比较。PROMETHEE II 法是 PROMETHEE 方法的一种,具

有排序完整性的优点。许多学者对两种方法都有不同方向的扩展以及应用<sup>[4]</sup>。传统的 TODIM 方法与 PROMETHEE II 都有其自身的局限性,为克服这种不足,有学者提出了传统方法融合的决策方法<sup>[5]</sup>。这种新的决策方法不仅使得两种传统方法发挥了各自的优点,同时还能将各自的不足很好的互补。

Z-number 是 Zadeh<sup>[6]</sup>开发以克服传统语言型模糊数无法表达决策信息可靠性这个缺点的。Z-number 的第一个组成部分是模糊约束,通过不确定的语言变量来描述。目前,Z-number 及其扩展通常使用单个语言项、多个语言项和区间语言项来描述模糊约束,但它们的描述不适用于群体决策信息。

收稿日期:2020-12-09;修回日期:2021-01-10.

基金项目:国家自然科学基金面上项目(71871001);国家自然科学基金青年项目(618006001).

作者简介:朱蒙蒙(1998—),女,安徽六安人,硕士研究生,从事统计决策研究.

通讯作者:毛军军(1973—),女,浙江杭州人,教授,博士,从事人工智能、数据挖掘与多属性决策研究. Email:97033@ahu.edu.cn.

PLZN(概率语言型 Z-number) 是对传统语言型 Z-number 的改进,充分考虑了各项语言集出现的概率,比起 Z-number, PLZN 环境更加适合群体决策。

然而,考虑专家(决策人)的专业知识与专业背景不同,不同的专家提供的信息可靠度也是不同的。如何有效地将专家可信度的差异融入决策中是深入研究的重点。另外,准则的权重直接依靠专家的主观赋值,不够客观稳定,更合理的权重赋予方式也是值得多加考虑的。为了解决以上的问题,选择先对同一准则下同一专家评价可信度的组内进行融合,充分考虑组内优势关系以及组内的差距;其次,在考虑组间差距的同时对不同组的信息进行合成。在此基础上利用使组间偏差达到最大的方法得到的权重,不仅考虑了方案之间的差距,也考虑了不同专家组之间的差距。

## 1 预备知识

**定义 1**<sup>[6]</sup> (Z-number) Z-number 是一对与实值不确定随机变量  $X$  相关的有序模糊数  $(A, B)$ , 其中  $A$  是对  $X$  可以取到的值的模糊限制,  $B$  是对  $A$  的可靠性度量。通常情况下,  $A$  与  $B$  通过自然语言描述, 例如(非常好, 有可能)。

**定义 2**<sup>[7]</sup> (LTS) 令  $S = \{s_i | i = 0, 1, 2, \dots, 2g\}$ ,  $g \in N^+$  是一个语言术语集(LTS), 其中  $s_i$  表示语言变量的一个可能值, 并且满足条件:

$S$  是有序的:  $\alpha > \beta \Leftrightarrow s_\alpha > s_\beta$

存在否定运算符:  $neg(s_\alpha) = s_{2g-\alpha}$

**定义 3**<sup>[8]</sup> (PLTS) 令  $S = \{s_i | i = 0, 1, 2, \dots, 2g\}$ ,  $g \in N^+$  是一个 LTS, 那么 PLTS 被定义为

$$L(p) = \{h_i(p_i) | h_i \in S, p_i \geq 0, \\ i = 0, 1, \dots, \#L(p), \sum_{i=1}^{\#L(p)} p_i \leq 1\}$$

其中  $h_i(p_i)$  代表语言变量  $h_i$  和其对应的概率  $p_i$ ,  $\#L(p)$  是  $L(p)$  中语言变量的个数。

**定义 4**<sup>[9]</sup> (LSF) 令  $S = \{s_i | i = 0, 1, 2, \dots, 2g\}$ ,  $g \in N^+$  是一个 LTS, 其中  $s_i \in S$  是一个语言变量, 定义 LSF 是将  $s_i$  映射到  $\theta_i$  的函数  $f$  即:

$$f: s_i \rightarrow \theta_i (i = 0, 1, 2, \dots, 2g)$$

其中  $\theta_i \in [0, 1]$ 。显然,  $f$  是一个对于下标  $i$  严格单调递增的函数。

**定义 5**<sup>[5]</sup> (PLZN) 在论域  $X$  中,  $L(p) = \{h_0(p_0), h_1(p_1), \dots, h_{2m}(p_{2m})\}$  是一个离散且有序的 PLTS 并且  $L = \{l_0, l_1, \dots, l_{2n}\}$  是一个离散且有序的 LTS, 其中  $h_i, l_i$  是语言集,  $p_i$  是概率,  $m, n \in N^+$ 。  $X$  的 PLZN 定义为

$$Z = \{(x, A_z(x), B_z(x)) | x \in X\}$$

其中  $A_z(x)$  是  $L(p)$  的一个子集, 是对  $X$  可以取到的值的一个模糊限制,  $B_z(x)$  是  $L$  中的一个元素, 是对  $A_z(x)$  的可靠性度量。对于一个特定的变量  $\alpha$ , 其 PLZN 被表示为:  $z_\alpha = (A_z(\alpha), B_z(\alpha))$ 。

## 2 组内优势关系与组内偏离度

**定义 6** (影响因子、附加因子、敏感因子)

对于给定的两个拥有相同  $B_z(\alpha)$  的 PLZNS,  $z'_\alpha = (A_z(\alpha), B_z(\alpha)) = ((h_0^\alpha(p_0^\alpha), h_1^\alpha(p_1^\alpha), \dots, h_k^\alpha(p_k^\alpha)), l_t)$ ,  $z'_\beta = (A_z(\beta), B_z(\beta)) = ((h_0^\beta(p_0^\beta), h_1^\beta(p_1^\beta), \dots, h_k^\beta(p_k^\beta)), l_t)$ 。其中  $k \in 2m, t \in 2n$ 。

定义  $z'_\alpha$  与  $z'_\beta$  的影响因子与附加因子分别为

$$I_{\alpha\beta} = \varepsilon_1 \cdot \left( \sum_{i=\frac{k}{2}+1}^k p_i^\alpha - \sum_{i=\frac{k}{2}+1}^k p_i^\beta \right) - \\ \varepsilon_2 \cdot \left( \sum_{i=0}^{k/2-1} p_i^\alpha - \sum_{i=0}^{k/2-1} p_i^\beta \right)$$

$$M_{\alpha\beta} = p_{k/2}^\alpha - p_{k/2}^\beta$$

其中,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  为敏感因子,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \in [0, 1]$  且恒有  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$ 。  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  表示决策人对于优性评价即  $\sum_{i=k/2+1}^k p_i$  的变化更为敏感,  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  表示决策人对于劣性评价即  $\sum_{i=0}^{k/2-1} p_i$  的变化更为敏感,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  表示决策人对于优劣性评价的变化一视同仁。

**定义 7** (组内优势关系) 对于给定的两个拥有相同  $B_z(\alpha)$  的 PLZNS  $z'_\alpha, z'_\beta$ 。组内优势关系定义为

$$\begin{cases} z'_\alpha > z'_\beta, I_{\alpha\beta} > 0 \text{ 或 } I_{\alpha\beta} = 0 \text{ 而 } M_{\alpha\beta} > 0 \\ z'_\alpha \sim z'_\beta, I_{\alpha\beta} = 0 \text{ 且 } M_{\alpha\beta} = 0 \\ z'_\beta > z'_\alpha, I_{\alpha\beta} < 0 \text{ 或 } I_{\alpha\beta} = 0 \text{ 而 } M_{\alpha\beta} < 0 \end{cases}$$

定义 8(组内偏离度) 对于在准则  $c_j$  下方案  $\alpha$  与方案  $\beta$  两个拥有相同  $B_z(\alpha)$  的 PLZNs:  $z'_\alpha, z'_\beta$ 。组内偏离度定义为

$$DV_j(z'_\alpha, z'_\beta) = \begin{cases} \arccos \left( \frac{\sum_{i=0}^k p_i^\alpha \cdot f(h_i^\alpha) \cdot p_i^\beta \cdot f(h_i^\beta)}{\sqrt{\sum_{i=0}^k (p_i^\alpha \cdot f(h_i^\alpha))^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=0}^k (p_i^\beta \cdot f(h_i^\beta))^2}} \right), z'_\alpha > z'_\beta \\ 0, z'_\alpha \sim z'_\beta \\ -\arccos \left( \frac{\sum_{i=0}^k p_i^\alpha \cdot f(h_i^\alpha) \cdot p_i^\beta \cdot f(h_i^\beta)}{\sqrt{\sum_{i=0}^k (p_i^\alpha \cdot f(h_i^\alpha))^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=0}^k (p_i^\beta \cdot f(h_i^\beta))^2}} \right), z'_\beta > z'_\alpha \end{cases}$$

其中,  $k \in 2m, t \in 2n$ , 其中,  $f(\ast)$  是 LSF。

其中,  $g(\ast)$  是 LSF。

定义 9(综合偏离度) 对于准则  $c_j$  下方案  $\alpha$  与方案  $\beta$  的综合偏离度定义为

定义 10(综合优势度) 对于准则  $c_j$  下方案  $\alpha$  与方案  $\beta$  的综合优势度定义为

$$DV_j(z_\alpha, z_\beta) = \sum_{l=1}^{2n} g(l_l) \cdot DV_j(z'_\alpha, z'_\beta)$$

$$\Phi_j(z_\alpha, z_\beta) = \begin{cases} \sqrt{\frac{w'_j}{\sum_{j=1}^m w'_j} \cdot \left( \sum_{l=1}^{2n} g(l_l) \cdot DV_j(z'_\alpha, z'_\beta) \right)}, DV_j(z_\alpha, z_\beta) > 0 \\ 0, DV_j(z_\alpha, z_\beta) = 0 \\ -\frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m w'_j}{w'_j} \cdot \left| \sum_{l=1}^{2n} g(l_l) \cdot DV_j(z'_\alpha, z'_\beta) \right|}, DV_j(z_\alpha, z_\beta) < 0 \end{cases}$$

其中,  $g(\ast)$  是 LSF,  $w'_j$  是准则  $c_j$  的标准权重,  $\theta$  是损失的衰减系数。

个评估的可信度。在前文的相关知识基础上, 决策步骤如下:

### 3 一种新的 TODIM-PROMETHEE II 决策流程

**Step1** 收集决策者的评价并将其转化为 PLZNs。

为解决多专家多准则的群决策问题, 考虑利用 TODIM 与 PROMETHEE II 结合的方法。这两个方法均用于解决多准则群决策问题, 但是 TODIM 方法存在着补偿问题<sup>[12]</sup>, 而 PROMETHEE II 无法有效的反映准则权重问题, 为了克服两种方法的缺陷, 引用 TODIM-PROMETHEE II 方法。假设有  $n$  个方案  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $m$  个准则  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ , 每个准则对应的权重  $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$ , 其中  $\sum_{j=1}^m \omega_j = 1$ 。用 PLZNs  $z'_{ij} = (A_z(x_{ij}), B_z(x_{ij}))$  表示在专家评价可信度为  $l_i$  的组内, 准则  $c_j$  下方案  $a_i$  的评价信息。其中  $A_z(x_{ij})$  表示对变量  $x_{ij}$  的评估,  $B_z(x_{ij})$  表示  $A_z(x_{ij})$  这

**Step2** 根据组内优势关系、组内偏离度计算综合偏离度。

**Step3** 计算权重向量。  
考虑利用一种扩展的最大偏差方法来计算权重向量。与其他的权重确定方法相比, 扩展的最大偏差法<sup>[10-11]</sup>利用各准则下各备选方案的整体偏差来确定准则权重, 充分考虑了各评价信息之间的内在关系。具体的过程如下:

$$\begin{aligned} \text{Max } F(\omega_j) &= \sum_{j=1}^m \omega_j \sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n |DV_j(z_{ij}, z_{kj})| \\ \text{s. t } &\begin{cases} \sum_{j=1}^m \omega_j^2 = 1 \\ \omega_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $DV_j(z_{ij}, z_{kj})$  是  $z_{ij}, z_{kj}$  两个 PLZNs 之间的综合偏离

度。

构造 Lagrange 函数以求解权重  $\omega_j$ ,

$$F(\omega_j, \lambda) = \sum_{j=1}^m \omega_j \sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n |DV_j(z_{ij}, z_{kj})| + \lambda (\sum_{j=1}^m \omega_j^2 - 1) \quad (2)$$

其中  $\lambda$  为 Lagrange 乘子, 通过对  $F(\omega_j, \lambda)$  求偏导得到以下等式:

$$\begin{cases} \frac{\partial F(\omega_j, \lambda)}{\partial \omega_j} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n |DV_j(z_{ij}, z_{kj})| + \lambda \omega_j = 0 \\ \frac{\partial F(\omega_j, \lambda)}{\partial \lambda} = \sum_{j=1}^m \omega_j^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

通过计算式(3), 得到准则的最优权重如下:

$$\omega_j^* = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n |DV_j(z_{ij}, z_{kj})|}{\sqrt{\sum_{j=1}^m (\sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n |DV_j(z_{ij}, z_{kj})|)^2}} \quad (4)$$

$$\Phi_j(a_i, a_k) = \begin{cases} \sqrt{\frac{w'_j}{\sum_{j=1}^m w'_j} \cdot (\sum_{l=1}^{2n} g(l) \cdot DV_j(z_{ij}, z_{kj}))}, DV_j(z_{ij}, z_{kj}) > 0 \\ 0, DV_j(z_{ij}, z_{kj}) = 0 \\ -\frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m w'_j}{w'_j} \cdot |\sum_{l=1}^{2n} g(l) \cdot DV_j(z_{ij}, z_{kj})|}, DV_j(z_{ij}, z_{kj}) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中  $DV_j(z_{ij}, z_{kj})$  为方案  $a_i$  与方案  $a_k$  之间的综合偏离度,  $g(*)$  是 LSF,  $w'_j$  是准则  $c_j$  的标准权重,  $\theta$  是损失的衰减系数。通常情况下, 计算过程中  $\theta=1$ 。

**Step6** 计算在所有准则下的总体优势度。

在 Step5 的基础上, 总体优势度可通过式(8)求得:

$$\Phi(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^m \omega_j \Phi_j(a_i, a_k) \quad (i, k=1, 2, \dots, n; i \neq k) \quad (8)$$

**Step7** 获得流出  $\Phi^+(a_i)$ 、流入  $\Phi^-(a_i)$  以及净流  $\Phi(a_i)$ 。

流出、流入与净流分别通过式(9)、式(10)、式(11)计算:

$$\Phi^+(a_i) = \sum_{k=1}^m \Phi(a_i, a_k) \quad (9)$$

对  $\omega_j^*$  做归一化处理:

$$\omega_j = \frac{\omega_j^*}{\sum_{j=1}^m \omega_j^*} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n |DV_j(z_{ij}, z_{kj})|}{\sum_{j=1}^m (\sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n |DV_j(z_{ij}, z_{kj})|)} \quad (5)$$

**Step4** 确定所有准则的标准权重。

根据式(6)计算准则的标准权重:

$$\omega'_j = \frac{\omega_j}{\omega_r} \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (6)$$

其中  $\omega_r = \max(\omega_j | j=1, 2, \dots, m)$ 。

**Step5** 计算某准则下综合优势度。

对于准则  $c_j$  下方案  $a_i$  与方案  $a_k$  的综合优势度为

$$\Phi^-(a_i) = \sum_{k=1}^m \Phi(a_k, a_i) \quad (10)$$

$$\Phi(a_i) = \Phi^+(a_i) - \Phi^-(a_i) \quad (11)$$

其中  $i=1, 2, \dots, n$ 。

**Step8** 对评价目标进行排序。

根据判决规则,  $\Phi(a_i)$  越大说明方案  $a_i$  越优。

## 4 实例分析与应用

随着城市化进程的快速发展, 水资源的需求量也在显著增加。与此同时, 水资源污染问题也急需解决。如何确定水资源承载力风险最高的区域对于相关部门做出相应决策是一个非常重要的问题。引用参考文献[5]的数据, 选择了湖南省 6

个县作为被评估地区,分别是双峰县( $a_1$ )、平江县( $a_2$ )、鄢陵县( $a_3$ )、慈利县( $a_4$ )、道县( $a_5$ )、沅陵县( $a_6$ )。在各项评估准则(表)的基础上,专家们对于各个地区在各项准则下的评价等级分为几项: $s_0$ 为非常低, $s_1$ 为低, $s_2$ 为略低, $s_3$ 为中等, $s_4$ 为略高, $s_5$ 为高, $s_6$ 为非常高。考虑专家的认知程度存在一定的差异,故而将专家评价的可信度分为 5 个层次,包括 $s'_0$ 为不可信的, $s'_1$ 为存疑的, $s'_2$ 为中立的, $s'_3$ 为合适的, $s'_4$ 为可信的,利用专家组的评价结果,对 6 个地区的地方 WRCC(水资源承载力)进行综合评价和排序,确定优先治理区域。

#### 4.1 计算过程与结果

根据上述决策步骤,得到综合偏离度。再根据

式(1)一式(5),采用最大偏差法确定的归一化后的最优权重如图 1 所示。

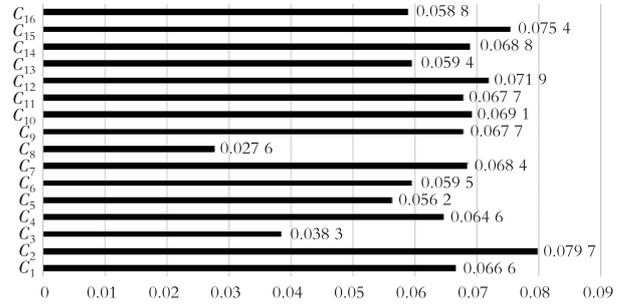


图 1 16 个准则的权重比较

Fig. 1 The weight comparison among sixteen criteria

通过式(6)确定所有准则的标准权重,如表 1:

表 1 各个准则的标准权重  
Table 1 The standard weight of each criterion

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	$c_7$	$c_8$
0.835 8	1	0.480 4	0.810 1	0.704 6	0.745 7	0.858 2	0.346 3
$c_9$	$c_{10}$	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{14}$	$c_{15}$	$c_{16}$
0.737 9	0.851 4	0.866 6	0.848 7	0.902 2	0.745 4	0.863 1	0.945 4

根据式(8)计算得到所有准则下的总体优势度,结果如下:

$$\Phi(a_i, a_k) = \begin{bmatrix} 0.000 0 & -8.674 4 & -8.451 8 & -3.117 9 & -7.609 1 & -8.529 9 \\ -11.750 4 & 0.000 0 & -9.328 1 & -9.348 8 & -12.760 4 & -16.529 5 \\ -14.087 6 & -10.062 0 & 0.000 0 & -5.940 5 & -15.445 4 & -10.131 5 \\ -15.523 9 & -13.340 5 & -11.459 7 & 0.000 0 & -17.575 0 & -15.946 4 \\ -12.735 6 & -8.505 3 & -7.643 5 & -3.374 5 & 0.000 0 & -9.206 5 \\ -10.147 2 & -3.794 4 & -10.226 3 & -3.490 3 & -9.505 6 & 0.000 0 \end{bmatrix}$$

根据式(9)–式(11)计算得到流出 $\Phi^+(a_i)$ 、流入 $\Phi^-(a_i)$ 以及净流 $\Phi(a_i)$ ,结果如表 2 所示:

表 2 流出、流入与净流  
Table 2 Outflows, inflows and netflows

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
$\Phi^+(a_i)$	-36.383 2	-59.717 1	-55.667 1	-73.845 6	-41.465 5	-37.163 8
$\Phi^-(a_i)$	-64.244 7	-44.376 6	-47.109 4	-25.272 2	-62.895 6	-60.343 8
$\Phi(a_i)$	27.861 5	-15.340 5	-8.557 7	-48.573 5	21.430 2	23.180 0

根据净流大小,获得最终方案排序为 $a_1 > a_6 > a_5 > a_3 > a_2 > a_4$ ,因此慈利县应当作为优先治理地区。

#### 4.2 比较分析

对比原参考文献的结果,差异来源主要在于优先定义的同组专家评价内的优势关系。先验的优

先顺序很大程度上影响了最终的结果。在定义的组内优势关系中,敏感因子也对最终结果起着一定程度的影响,使得新定义的组内优势关系有着很强的可变性和适应能力。对于不同的敏感因子,结果差异如表 3 所示。

表 3 不同敏感因子对应结果对比  
Table 3 Comparison of the results of different sensitive factors

$(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$	净流	排序
$\Phi(a_i) = (-5.7831, -17.7023,$ (0.2, 0.8) 2.6827, -41.6939, 25.7646, 36.7319)	$a_6 > a_5 > a_3$ $> a_1 > a_2 >$	$a_4$
$\Phi(a_i) = (9.8109, -21.8009,$ (0.3, 0.7) -2.3940, -48.8649, 22.4748, 40.7742)	$a_6 > a_5 >$ $a_1 > a_3 > a_2$ $> a_4$	$a_4$
$\Phi(a_i) = (23.2551, -16.3822,$ (0.4, 0.6) 0.5623, -49.9935, 21.7646, 20.7937)	$a_1 > a_5 > a_6$ $> a_3 > a_2 >$	$a_4$
$\Phi(a_i) = (27.8615, -15.3405,$ (0.5, 0.5) -8.5577, -48.5735, 21.4302, 23.1800)	$a_1 > a_6 > a_5$ $> a_3 > a_2 >$	$a_4$
$\Phi(a_i) = (26.1281, -18.4509,$ (0.6, 0.4) -1.4010, -45.4594, 18.1897, 20.9934)	$a_1 > a_6 > a_5$ $> a_3 > a_2 >$	$a_4$
$\Phi(a_i) = (27.8483, -16.3685,$ (0.7, 0.3) -10.1864, -41.0388, 15.2867, 24.4586)	$a_1 > a_6 > a_5$ $> a_3 > a_2 >$	$a_4$
$\Phi(a_i) = (22.1388, -15.0595,$ (0.8, 0.2) -15.8538, -35.9863, 16.2943, 28.4665)	$a_6 > a_1 > a_5$ $> a_2 > a_3 >$	$a_4$

由表 3 可知:方案 1 随着劣性评价( $\varepsilon_2$ )占比的增加,排名向后移动;方案 2 随着优性评价( $\varepsilon_1$ )占比的增加,排名向前移动;方案 3 随着劣性评价( $\varepsilon_2$ )占比的增加,排名向前移动。

## 5 结束语

在 PLZN 环境下,对优势度计算进行了改进,提出了一种新的优势关系,区别于同一方案内不同评

价可信度先融合的决策步骤,先对同一评价可信度的组内信息进行融合,得到组内偏离度,再根据专家评价的可信度对不同等级的专家评价进行融合得到综合优势度。再基于 TODIM 与 PROMETHEE II 两种决策方法互补结合的决策方法,最终得到方案的排序。在这里,由于综合优势度是基于先验的优势关系与偏离度,从而最终的决策结果与先验信息有密不可分的关系。如何得到更加准确的先验信息有待深入研究。

## 参考文献(References):

- [1] KAHNEMAN D, TVERSKY A. An analysis of decision under risk[J]. The Econometric Society, 1979, 47(2): 263—292.
- [2] TVERSKY A, KAHNEMAN D. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty [J]. Journal of Risk and Uncertainty, 1992(5): 297—323.
- [3] BRANS J P, VINCKE P. Note—a preference ranking organisation method [J]. Management Science, 1985, 31(6): 647—656.
- [4] LI M, CAO P. Extended TODIM method for multi-attribute risk decision making problems in emergency response [J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 135(14): 1286—1293.
- [5] WANG X K, WANG Y T, WANG J Q, et al. A TODIM-PROMETHEE II based multi-criteria group decision making method for risk evaluation of water resource carrying capacity under probabilistic linguistic Z-number circumstances [J]. Mathematics, 2020, 8(7): 1190.
- [6] ZADEH L A. A note on Z-numbers [J]. Information Sciences, 2011, 181(14): 2923—2932.
- [7] HERRERA F, HERRERA VIEDMA E, MARTÍNEZ L. A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 43—58.
- [8] PANG Q, WANG H, XU Z S. Probabilistic linguistic term sets in multi-attribute group decision making [J]. Information Sciences, 2016, 369(9): 128—143.
- [9] WANG J Q, WU J T, WANG J, et al. Interval-valued hesitant fuzzy linguistic sets and their applications in multi-criteria decision-making problems [J]. Information Sciences, 2014, 288(6): 55—72.
- [10] YU L, LAI K K. A distance-based group decision-making

- methodology for multi-person multi-criteria emergency decision support [J]. *Decision Support Systems*, 2011, 51(2): 307—315.
- [11] TAVANA M, ZANDI F, KATEHAKIS M N. A hybrid fuzzy group ANP—TOPSIS framework for assessment of e-government readiness from a CiRM perspective [J]. *Information & Management*, 2013, 50(7): 383—397.
- [12] KROHLING R A, PACHECO AGC, SIVIERO ALT. IF-TODIM: an intuitionistic fuzzy TODIM to multi-criteria decision making [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2013, 53(13): 142—146.

## TODIM-PROMETHEE II Decision Making Method Based on Intra Group Dominance Relationship under Probabilistic Linguistic Z-number Circumstances

**ZHU Meng-meng<sup>1</sup>, MAO Jun-jun<sup>1,2</sup>, XU Wei<sup>1</sup>**

(1. School of Mathematical Sciences, Anhui University, Hefei 230601, China;

2. Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University, Hefei 230039, China)

**Abstract:** A new decision-making method is proposed for the multi-criteria group decision-making problem, which is related to expert evaluation of intra-group dominance relationship and combines TODIM and PROMETHEE decision-making methods in PLZN (probabilistic linguistic Z-number) environment. It not only avoids the compensation problem of TODIM method, but also reflects the weight of criteria effectively. Firstly, the intra group dominance relationship is determined by introducing the new definition of influence factor, sensitive factor and additional factor, in which the sensitive factor plays an important role; then, the intra group deviation degree is defined according to the new dominance relationship, and the PLZNs of the same evaluation credibility is fused accordingly; besides, according to the credibility of each group of experts, the evaluation of different credibility is fused, and the comprehensive deviation degree is defined. Furthermore, by using a new decision-making method: TODIM-PROMETHEE, the weights of the criteria and the comprehensive dominance are obtained, and the order of alternatives is judged according to the net flow. Finally, an example is given to illustrate the effectiveness and feasibility of the new decision-making method.

**Key words:** probabilistic linguistic Z-number; dominance relationship; TODIM-PROMETHEE method; multi-criteria group decision making

责任编辑:田 静

---

引用本文/Cite this paper:

朱蒙蒙,毛军军,徐威. 在 PLZN 环境下基于组内优势关系的 TODIM-PROMETHEE 决策方法[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2022, 39(1): 71—77.

ZHU Meng-meng, MAO Jun-jun, XU Wei. TODIM-PROMETHEE II Decision Making Method Based on Intra Group Dominance Relationship under Probabilistic Linguistic Z-number Circumstances [J]. *Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition)*, 2022, 39(1): 71—77.