

doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2021.0002.004

# 基于 RBF 神经网络模型的单力臂机器人控制\*

豆 勤 勤

(马鞍山学院 人工智能学院,安徽 马鞍山 243100)

**摘 要:**针对单力臂机械手的控制,提出了一种基于 RBF 神经网络模型的控制方法;RBF 神经网络即径向基函数,它本身是具有单隐层的三层前馈网络,从输入空间到输出空间的映射呈现非线性,但是从隐含空间到输出空间的映射却呈现线性,又由于 RBF 网络它采用高斯基函数作为作用函数,它的输出与部分调参数有关,在输入空间的有限范围内不为零,是一种局部逼近的神经网络方法,所以采用 RBF 网络能够很快地进行学习并且避免出现局部极小问题,能够满足控制的实时性要求;通过建立相关模型的 Simulink 控制系统仿真以及 M 语言的离散数字化仿真发现,采用 RBF 神经网络模型方法进行控制,其控制的精确度和实时性很高,控制效果很好。

**关键词:**RBF 神经网络;Simulink;控制系统

**中图分类号:**TP311.11

**文献标志码:**A

**文章编号:**1672-058X(2021)02-0023-05

## 0 引 言

RBF 神经网络是由 Moody J 和 Darken C 在 20 世纪 80 年代末提出的,也称为径向基函数(Radial Basis Function, RBF)神经网络,它是一种具有单隐层的三层前馈网络<sup>[1]</sup>。它的基本思想是在由 RBF 为隐单元的“基”构成的隐含层空间,不通过权连接,而把输入矢量直接映射到隐空间。只要确定 RBF 的中心点后,映射关系也随之确定了。其隐含层空间线性映射到输出空间,而隐单元输出的线性加权和就是网络的输出,其中的权就是网络可调参数。这里隐含层的作用就是把向量从低维度的线性不可分的 P 映射到高维度的线性可分的 H,这个就是核函数的思想。RBF 神经网络的结构可以模拟人脑里的局部调整,以及相互覆盖接收域,并且经过证明 RBF 网络可以对任意的连续函数进行任意精度的逼近<sup>[2,6]</sup>。尽管和 BP 网络学习过程类似,但是 BP 网络采用的是输入模式和权向量作内积为激活

函数的自变量,其选用的激活函数即隐函数是 Sigmoid 函数,其中的各个调参数在对 BP 网络的输出中具有同等地位的影响,因此采用的是全局进行逼近的一种神经网络,在输入空间中它是在无限大的范围内不为零值;然而 RBF 网络采用高斯基函数作为作用函数,它在输入空间的有限范围内不为零,输入的神经元距离径向基函数即高斯函数的中心越远,其激活程度就越低,输出与部分调参数有关,是一种采用局部逼近型的神经网络模型,它的网络的权值可通过线性方程组直接解出,学习速度很快,也能避免局部极小,可以满足控制的实时性要求<sup>[3-4]</sup>。

## 1 采用 RBF 神经网络进行逼近的方法

假定有一个机械手,用式(1)来描述它的数学模型:

$$D(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})+G(q)=\tau+d \quad (1)$$

其中, $D(q)$ 为  $n \times n$  阶正定惯性矩阵, $C(q,\dot{q})$ 为  $n \times n$  阶惯性矩阵, $G(q)$ 为  $n \times 1$  阶惯性向量。采用

收稿日期:2020-04-14;修回日期:2020-05-20.

\* 基金项目:安徽省教育厅 2017 年度高校优秀青年人才支持计划项目(GXYQ2017151).

作者简介:豆勤勤(1985—),女,河南周口人,副教授,硕士,从事机械工程研究.

控制律式

$$\tau = D_0(q) (\ddot{q}_d - k_v \dot{e} - k_p e) + C_0(q, \dot{q}) \dot{q} + G_0(q)$$

带入式(1), 可得

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e = D_0^{-1} (\Delta D \ddot{q} + \Delta C \dot{q} + \Delta G + d)$$

式中参数:

$$\Delta D = D_0 - D, \Delta C = C_0 - C, \Delta G = G_0 - G$$

假设

$$f(x) = D_0^{-1} (\Delta D \ddot{q} + \Delta C \dot{q} + \Delta G + d)$$

则把控制律

$$\tau = D_0(q) (\ddot{q}_d - k_v \dot{e} - k_p e - f(x)) + C_0(q, \dot{q}) \dot{q} + G_0(q)$$

带入式(1)得到

$$\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e = 0$$

此是一个稳定的闭环系统<sup>[3]</sup>。

在实际的系统中, 由于数学模型中不确定的部分  $f(x)$  是未知的, 因此可以采用 RBF 网络的方法来进行逼近, 从而实现对  $f(x)$  的精度补偿<sup>[5,7-8]</sup>。

RBF 网络算法假定是

$$\varphi_i = g(\|x - c_i\|^2 / b_i^2), i = 1, 2, \dots, n$$

$$y = \theta^T \varphi(x)$$

其中,  $x$  是输入信号,  $y$  是输出信号,  $\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n]$  是神经网络隐含层函数高斯基函数的输出,  $\theta$  是神经网络的权值。

假如存在这样两个条件神经网络的输出函数  $\hat{f}(x, \theta)$  为连续且有这样一个理想的输出函数  $\hat{f}(x, \theta^*)$ , 对于一个正数  $\varepsilon_0$  存在, 值为无穷小, 即是满足:

$$\max \|\hat{f}(x, \theta^*) - f(x)\| \leq \varepsilon_0$$

其中,

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \beta(M_\theta)} \{\sup \|f(x) - \hat{f}(x, \theta)\|\}$$

$\theta^*$  是一个  $n \times n$  阶的矩阵, 它表示对不确定的部分  $f(x)$  函数最佳逼近的神经网络权值。

假如用  $\eta$  来表示  $f(x)$  和  $\hat{f}(x, \theta^*)$  之间的误差, 也即是式子  $\eta = f(x) - \hat{f}(x, \theta^*)$ 。

对于连续的函数, 在这两个条件限定下, RBF 神经网络可以在有限的范围内实现任意精度的逼近, 假定数学模型的误差  $\eta$  是一个有界函数, 其界限用  $\eta_0$  表示, 则有

$$\eta_0 = \sup \|f(x) - \hat{f}(x, \theta^*)\|$$

其中

$$f(\hat{x}, \theta^*) = \theta^{*T} \varphi(x)$$

## 2 控制器的分析和设计

假设控制器的  $\tau = \tau_1 + \tau_2$

令

$$\tau_1 = D_0(q) (\ddot{q}_d - k_v \dot{e} - k_p e) + C_0(q, \dot{q}) \dot{q} + G_0(q)$$

$$\tau_2 = -D_0(q) \hat{f}(x, \theta)$$

其中,  $\hat{f}(x, \theta) = \hat{\theta}^T \varphi(x)$ ,  $\hat{\theta}$  表示  $\theta^*$  的估计值

由于函数  $f(x)$  是有界的, 那么  $\theta^*$  也有界。假定存在  $\|\theta^*\|_F \leq \theta_{\max}$ , 把  $\tau = \tau_1 + \tau_2$  带入式(1)中化简得到

$$\Delta D_0(q) \ddot{q} + \Delta C_0(q, \dot{q}) \dot{q} + \Delta G_0(q) + d =$$

$$D_0(q) (\ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e + \hat{f}(x, \theta)) \ddot{e} + k_v \dot{e} + k_p e + \hat{f}(x, \theta)$$

令  $x = (e, \dot{e})^T$ , 那么

$$\dot{x} = Ax + B \{f(x) - \hat{f}(x, \theta)\}$$

其中  $A, B$  矩阵分别为

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -k_p & -k_v \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}$$

$$f(x) - \hat{f}(x, \theta) = f(x) - \hat{f}(x, \theta^*) +$$

$$\hat{f}(x, \theta^*) - \hat{f}(x, \theta) = \eta + \theta^{*T} \varphi(x) - \hat{\theta}^T \varphi(x)$$

假设  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^*$  那么

$$f(x) - \hat{f}(x, \theta) = \eta - \tilde{\theta}^T \varphi(x)$$

$$\dot{x} = Ax + B(\eta - \tilde{\theta}^T \varphi(x))$$

定义 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} x^T P x + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^2$$

其中, 参数  $\gamma > 0$ 。

假设式中的  $P$  矩阵是一个对称的正定矩阵, 且满足式子  $PA + A^T P = -QQ \geq 0$ 。

定义  $\|R\|^2 = \text{tr}(RR^T) = \text{tr}(R^T R)$

其中  $\text{tr}(\cdot)$  表示的是矩阵的迹, 则

$$\|\tilde{\theta}\|^2 = \text{tr}(\tilde{\theta}^T \tilde{\theta})$$

$$V = \frac{1}{2} [x^T P x + \dot{x}^T P x] + \frac{1}{\gamma} \text{tr}(\tilde{\theta}^T \tilde{\theta}) =$$

$$-\frac{1}{2} x^T Q x - \varphi^T(x) \tilde{\theta} B^T P x + \eta^T B^T P x + \frac{1}{\gamma} \text{tr}(\tilde{\theta}^T \tilde{\theta})$$

其中

$$\varphi^T(x) \tilde{\theta} B^T P x = x^T P B \tilde{\theta}^T \varphi(x), \eta^T B^T P x = x^T P B \eta$$

由于

$$\varphi^T(x) \tilde{\theta} B^T P x = \text{tr}(B^T P x \varphi^T(x) \tilde{\theta})$$

所以

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \frac{1}{\gamma} \text{tr}(-\gamma \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \boldsymbol{\varphi}^T(\mathbf{x}) \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \dot{\boldsymbol{\theta}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \quad (2)$$

采用自适应律  $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \gamma \boldsymbol{\varphi} \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{B} + k_1 \gamma \|\mathbf{x}\| \hat{\boldsymbol{\theta}}$ , 取  $\gamma > 0, k_1 > 0$ 。将其带入式(2)可得

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + k_1 \|\mathbf{x}\| \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$$

由范数的性质

$$\text{tr}[\tilde{\mathbf{x}}^T(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}})] \leq \|\tilde{\mathbf{x}}\|_F \|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}\|_F \leq \|\tilde{\mathbf{x}}\|_F^2$$

得出

$$\text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \text{tr}[\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}] \text{tr}[\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(\boldsymbol{\theta}^* + \tilde{\boldsymbol{\theta}})] \leq \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F \|\boldsymbol{\theta}^*\|_F - \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F^2$$

又因为

$$-k_1 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F \theta_{\max} + k_1 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F^2 = k_1 \left( \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F - \frac{\theta_{\max}}{2} \right)^2 - \frac{k_1}{4} \theta_{\max}^2$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + k_1 \|\mathbf{x}\| \left( \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F \|\boldsymbol{\theta}^*\|_F - \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F^2 \right) + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \\ &\leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{x}\|^2 + k_1 \|\mathbf{x}\| \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F \|\boldsymbol{\theta}^*\|_F - k_1 \|\mathbf{x}\| \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F^2 + \|\boldsymbol{\eta}_0\| \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \|\mathbf{x}\| \leq -\|\mathbf{x}\| \\ &\left( \frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{x}\| - k_1 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F \theta_{\max} + k_1 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F^2 - \|\boldsymbol{\eta}_0\| \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \right) = \end{aligned}$$

$$-\|\mathbf{x}\| \left( \frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{x}\| + k_1 \left( \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|_F - \frac{\theta_{\max}}{2} \right)^2 - \frac{k_1}{4} \theta_{\max}^2 - \|\boldsymbol{\eta}_0\| \lambda_{\max}(\mathbf{P}) \right)$$

假如满足

$$\frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{x}\| \geq \|\boldsymbol{\eta}_0\| \lambda_{\max}(\mathbf{P}) + \frac{k_1}{4} \theta_{\max}^2$$

即

$$\|\mathbf{x}\| \geq \frac{2}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})} \left( \|\boldsymbol{\eta}_0\| \lambda_{\max}(\mathbf{P}) + \frac{k_1}{4} \theta_{\max}^2 \right) \text{ 时 } V \leq 0。$$

只有在特征值  $Q$  的取值越大,  $P$  的特征值取值越小, 有界函数数学模型的误差上界值  $\eta_0$  越小,  $\theta_{\max}$  取值越小的时候,  $\mathbf{x}$  收敛的半径就会越小, 那么系统的精确度就越高。

### 3 建模仿真

以单力臂机械手的控制为例进行仿真计算。假定单力臂机械手其数学模型为

$$D_0 \ddot{\theta} + C_0 \dot{\theta} + G_0 = \tau + d$$

其中  $D_0 = 0.047, G_0 = 2.45 \cos \theta, d = 1.3 \sin(0.5\pi t)$ , 系统的初始状态为  $x = [0.15, 0]$ 。

假设  $\Delta D, \Delta C, \Delta G$  的变化量均取为 20%, 控制律的参数:  $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}, \gamma = 20, k_p = 50, k_v = 30$ , 自适应律的参数  $k_1 = 0.001$ , 高斯基函数的初始值取 0.6 和 3, 建立系统的 simulink 控制框图, 并利用 S 函数进行编程<sup>[9,11,13]</sup>, 可得控制系统如图 1 所示。

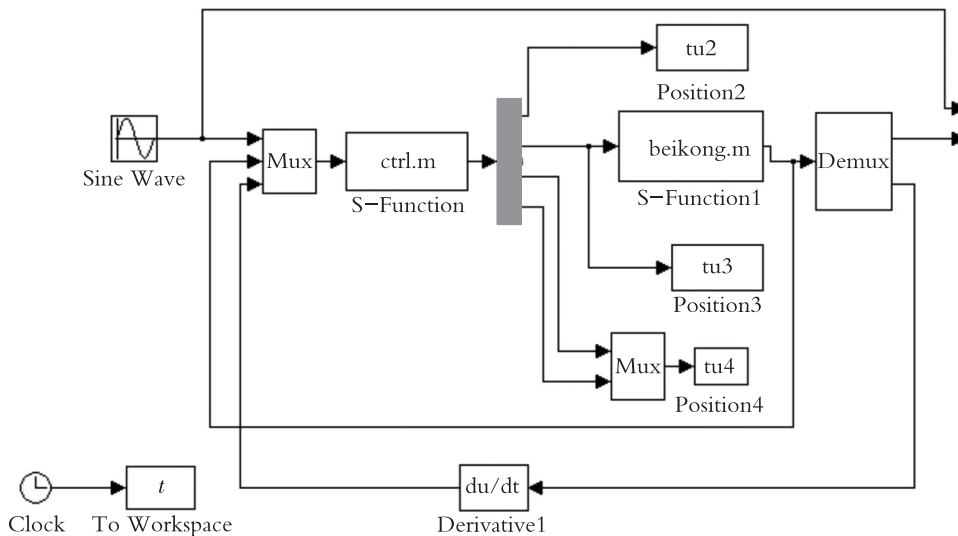


图 1 Simulink 控制程序

Fig. 1 Simulink control program

点击仿真按钮进行仿真,可得仿真结果分别如图 2—图 5 所示。

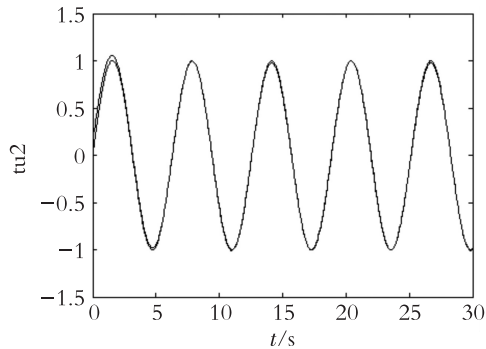


图 2 位置跟踪

Fig. 2 Location tracking

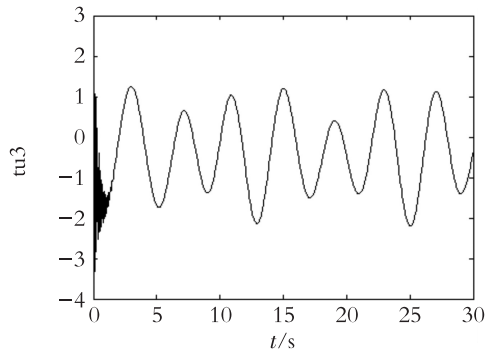


图 3 基于神经网络的控制补偿

Fig. 3 Control compensation based on neural network

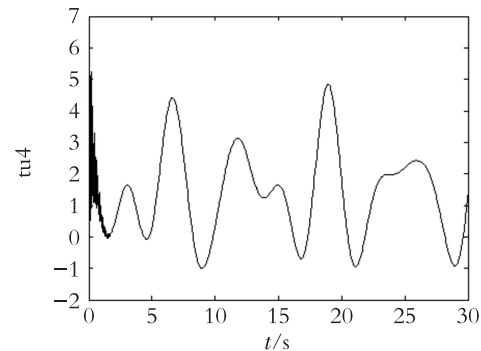


图 4 总的控制输入

Fig. 4 Total control input

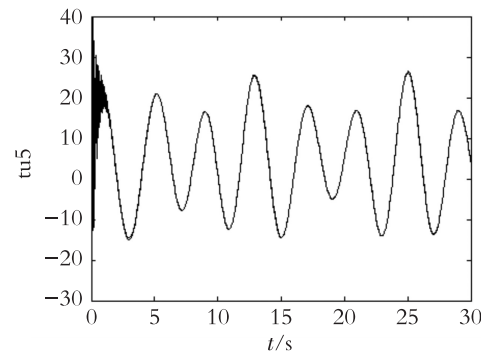


图 5 模型不确定项  $f(x)$  及其估计

Fig. 5 Model uncertainties  $f(x)$  and their estimates

由仿真结果可以得出,采用 RBF 神经网络算法,可以保证权值的有界性,很好地解决神经网络的权值的收敛问题。

## 4 结论与讨论

RBF 神经网络即径向基函数,它本身是具有单隐层的三层前馈网络,从输入空间到输出空间的映射呈现非线性,但是从隐含层空间到输出空间的映射却呈现线性<sup>[10,12]</sup>,又由于 RBF 网络它采用的是局部逼近的神经网络方法,所以采用 RBF 网络能够很快地进行学习并且避免出现局部极小问题<sup>[14-15]</sup>,能够满足控制的实时性要求。因此采用 RBF 神经网络来进行单力臂机械手的控制,其控制的精确度和实时性很高,控制效果很好。

### 参考文献 (References):

- [1] FENG G. A Compensating Scheme for Robot Tracking Based on Neural Networks[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 1995(15):100—206
- [2] 刘金琨. 智能控制[M]. 北京:电子工业出版社,2005  
LIU J K. *Intelligent Control* [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2005 (in Chinese)
- [3] 斯洛廷. 应用非线性控制[M]. 程代展译. 北京:机械工业出版社,2006  
SI L T. *Application of Nonlinear Control* [M]. CHENG D Z Translation. Beijing: Mechanical Industry Press, 2006 (in Chinese)
- [4] 丁学恭. 机器人控制研究[M]. 杭州:浙江大学出版社,2006  
DING X G. *Robot Control Research* [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2006 (in Chinese)
- [5] CHUANG H Y, CHIEN K H. A Real-Time NURBS Motion Interpolator for Position Control of A Slide Equilateral Triangle Parallel Manipulator[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, 34(7):724—735
- [6] 张亚平,张立伟. 基于径向基函数神经网络的投资预测模型[J]. 吉林师范大学学报自然科学版 2011(2):75—78  
ZHANG Y P, ZHANG L W. Investment Prediction Model Based on Radial Basis Function Neural Network [J]. *Journal of Jilin Normal University (Natural Science Edition)*, 2011(2):75—78 (in Chinese)
- [7] 陈龙宪. 基于模型不确定逼近的 RBF 网络机器人自适应控制[J]. 电子设计工程, 2012, 10(20):80—83  
CHEN L X. Adaptive Control of RBF Network Robot Based on Model Uncertainty Approximation[J].

- Electronic Design Engineering, 2012, 10(20):80—83 (in Chinese)
- [8] 谢广明. 机器人控制与应用[M]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社, 2013
- XIE G M. Robot Control and Application [M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2013 (in Chinese)
- [9] 张采芳. MATLAB 编程及仿真应用[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 2014
- ZHANG C F. MATLAB Programming and Simulation Application[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2014 (in Chinese)
- [10] 胥良, 郭林, 梁亚. 基于模糊 RBF 神经网络智能 PID 控制[J]. 工业仪表与自动化装置, 2015(5):67—69
- XU L, GUO L, LIANG Y. Intelligent PID Control Based on Fuzzy RBF Neural Network[J]. Industrial Instrumentation and Automation, 2015(5):67—69 (in Chinese)
- [11] 周志华. 深度学习[M]. 北京:清华大学出版社, 2016
- ZHOU Z H. Deep Learning[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016 (in Chinese)
- [12] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Deep Residual Learning for Image Recognition [J]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer vision and Pattern Recognition, 2016(6):27—30
- [13] 刘金琨. 机器人控制系统的设计与 MATLAB 仿真: 先进设计方法[M]. 北京:清华大学出版社, 2017
- LIU J K. Robot Control System Design and MATLAB Simulation: Advanced Design Method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2017 (in Chinese)
- [14] 王超. 基于神经网络的 BCH-RS 码译码方法研究[D]. 西安:西安电子科技大学硕士论文, 2019
- WANG C. Research on BCH-RS Decoding Method Based on Neural Network [D]. Xi'an: Master Thesis of Xidian University, 2019 (in Chinese)
- [15] 黄春福, 李安. 基于 PSO-SVR 的光纤陀螺温度误差建模与实时补偿[J]. 光子学报, 2019, 48(12):1206002:1—7
- HUANG C F, LI A. Temperature Error Modeling and Real-time Compensation of Fog Based on Pso-svr [J]. Journal of Photons, 2019, 48(12):1206002:1—7 (in Chinese)

## Control of One-arm Robot Based on RBF Neural Network Model

**DOU Qin-qin**

(Artificial Intelligence Institute, Maanshan College, Anhui Maanshan 243100, China)

**Abstract:** This paper proposed a control method for the single manipulator of control based on RBF neural network model. RBF neural network, the radial basis function, is a three-layer feedforward network with single hidden layer. Its mapping is nonlinear from input space to the output space, but from the hidden layer to the output space, its mapping presents linear space, and because it used Gaussian basis function as role function of the RBF network, its output is associated with some adjustable parameters, and it is not zero in the limited range of input space, so it is a kind of local approximation of the neural network method, it can quickly learn and avoid local minimum problem in the RBF network, and it satisfies the requirement of the control in the real-time. It is found that the RBF neural network model can improve the control accuracy, robustness and adaptability significantly through the establishment of Simulink control system simulation of the relevant models and the discrete digital simulation of M language. Its Control effect is good.

**Key words:** RBF neural network; simulink; control system

责任编辑:罗姗姗

引用本文/Cite this paper:

豆勤勤. 基于 RBF 神经网络模型的单力臂机器人控制[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2021, 38(2):23—27

DOU Q Q. Control of One-arm Robot Based on RBF Neural Network Model[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2021, 38(2):23—27