文章编号:1672 - 058X(2013)06 - 0006 - 05

基于半参数 GARCH 模型的上证指数实证分析

陆 书 芳
(重庆大学 数学与统计学院,重庆 401331)

摘 要:以上证综合指数 2006 - 01 - 02—2012 - 12 - 31 的每日收盘价对数收益率为样本,运用半参数 GARCH 模型对其波动性进行研究,并与参数 GARCH 模型进行比较,凸显出了半参数模型的优良性.

关键词:波动率;半参数模型;GARCH 模型;局部多项式估计

中图分类号:F832 **文献标志码:**A

模拟和预测金融资产收益率的波动率已经成为近 20 年来金融理论研究和实证研究的热门课题之一. 无论是对学术研究者,还是对实际应用者,波动率都是金融领域最重要的概念之一,对波动率度量的有效性直接影响着投资分析、风险管理等金融市场活动. 受各方面不确定因素的影响,金融资产的价格处于变动之中,其波动率通常表示为收益率的条件方差或标准差. 对波动率的研究单就其应用而言就已吸引了广大金融参与者的注意力:一方面它可以应用于证券衍生品的定价,另一方面它则可以用于风险度量.

在对金融市场进行分析时,参数 GARCH 模型是常用的工具之一,但它作为参数模型,不可避免地要给出一个具体的模型形式并对模型误差作出假设,当这些预设不成立时,统计推断便不再精确,甚至没有实际意义. 针对这些缺点,人们将非参数技术引用到时间序列分析中,提出了非参数 GARCH 模型,有效地避免了参数 GARCH 模型所遇到的问题,但它在建模时面临着"维数灾难"的问题,即估计量收敛的速度随着解释变量的数量的增加而下降,同时由于缺乏参数,它难以对估计结果做出解释. 此处采用半参数 GARCH 模型对上证综指进行研究,参数部分可对模型的估计结果进行一定的解释,而非参数部分则弥补了参数模型的缺陷,降低了估计值的偏差.

1 模型简介

1.1 参数 GARCH 模型

传统的计量经济学模型往往假定样本的方差是一个定数,由历史数据可以进行推断. 但随着金融理论的深入发展,这一假设逐渐显现出不合理的方面. 大量的金融数据实证研究表明,金融数据中存在着波动集群性和尖峰厚尾的特性,因此用一般的时间序列模型来拟合金融数据的波动性就显得不太合适. 1982 年,Engle[1] 开创性地提出了自回归条件异方差模型,即 ARCH 模型,将时变方差建立成过去波动的函数,能更好地描述资产收益的尖峰厚尾及波动集群性的特征. 1986 年,Bollerslev[2] 提出了广义 ARCH 模型,即 GARCH 模型,GARCH 模型克服了 ARCH 模型的一些缺点,广受人们的欢迎. 将 GARCH 模型运用在金融时间序列的分析上能够更有效地捕捉条件方差的动态特征,从而简化高阶的 ARCH 模型. GARCH(p,q)模型如下:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t, \varepsilon_t \overset{\text{i.i.d}}{\sim} (0,1)$$

收稿日期:2013 - 03 - 05;**修回日期:**2013 - 03 - 18.

作者简介:陆书芳(1988-),女,湖北天门人,硕士研究生,从事非参数统计以及金融时间序列的研究.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j y_{t-j}^2, t = 1,2,3,\cdots$$

其中 $\omega > 0, \alpha_i \geqslant 0 (j = 1,\cdots,q), \beta_j \geqslant 0 (j = 1,\cdots,p)$, p 和 q 分别是 GARCH 项和 ARCH 项的阶数,同 ARCH 模型类似,为了保证$\{y_t\}$的宽平稳性, 要求 $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_j < 1$.

关于参数 GARCH 族模型中的滞后阶数 p 和 q 的确定,学术界一直都未给出一个统一的准则,Hansen,Lunde[3]的研究表明很难找到一个高阶的广义异方差结构好于(1,1)阶的拟合效果,在实际中使用最多的是(1,1)阶;另一方面,参数过多反而会降低模型的自由度. 因此,这里只讨论半参数 GARCH(1,1)模型.

1.2　半参数 GARCH 模型

在金融时间序列的研究中,非参数模型由于形式灵活,适应性强而受到广大学者的青睐. 但由于缺少参数部分,无法对模型和估计结果进行解释,而且还有“维数灾难”的问题,从而使得估计结果并不可靠. 针对参数模型和非参数模型的优缺点,人们提出了半参数模型,它将二者有效结合,扬长避短,不但提高了估计的精度,而且得到的估计结果具有一定的可解释性. 2006 年,Yang[4]提出了半参数 GARCH 模型将半参数方法金融波动率应用于研究中.

考虑参数 GARCH(1,1)模型,条件方差方程如下

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \sigma_{t-1}^2 + \beta y_{t-1}^2, \quad t = 1,2,3,\cdots, 0 < \alpha, \beta < \alpha + \beta < 1 \tag{1}$$

可改写为如下形式

$$\sigma_t^2 = g(y_{t-1}) + \alpha g(y_{t-2}) + \cdots + \alpha^{t-1} g(y_0) = \sum_{j=1}^{t} \alpha^{j-1} g(y_{t-j}) \tag{2}$$

$$g(y_t) = \omega + \beta y_t^2$$

其中函数 $g(\cdot)$即所谓的信息影响曲线. 从而可得到半参数 GARCH(1,1)的初始模型:

$$X_t = \sum_{j=0}^{t} \alpha^j g(y_{t-j}; \beta) \quad (|\alpha| < 1)$$

$$y_t = m^{\frac{1}{2}}(X_{t-1}) \varepsilon_t, \sigma_t^2 = m(X_{t-1}), \quad \varepsilon_t \overset{\text{i.i.d}}{\sim} (0,1), \quad t = 1,2,\cdots \tag{3}$$

该模型是基于以下假设条件提出的:

(a1) 随机变量$\{\varepsilon_t\}$具有连续的正值密度函数,且 $E\varepsilon_t = 0, E\varepsilon_t^2 = 1, E\varepsilon_t^4 = m_4 < \infty$.

(a2) 可测函数 $m(\cdot)$在 $\mathbf{R}_+$ 上处处为正,具有满足 Lipschitz 连续条件的 $p+1$ 阶导数,且满足如下条件:

$$\sup_{\theta \in \Theta} \sup_{x \in D} |m^{(p+1)}(x)| < +\infty \tag{4}$$

这里 D 是 $\mathbf{R}$ 上的一个非空紧支子集.

(a3) 令 $m_\delta = E|\varepsilon_1|^\delta < \infty$,存在常数 $\delta, c, \rho > 0$,使得

$$\lim_{x \to \infty} \sup \frac{m^{\frac{\delta}{2}}(x)}{x} = \rho \in \left(0, \frac{1-\alpha}{m_\delta c}\right) \tag{5}$$

(a4) 变量 X_t 具有一个平稳的、满足 Lipschitz 条件的连续密度函数,且 $\inf_{x \in D} \pi(x) > 0$.

基于这些假设条件,模型中的连接函数 $m(\cdot)$可通过局部多项式估计得到.

2　实证分析

2.1　数据基本统计特征

以上证综指为研究对象,选取 2008-01-02—2012-12-31 的日收益率作为样本空间. 上证指数的收盘价不受分红的影响,因此可直接利用收盘价来计算收益率:

$$r_t = 100\% \times [\ln(p_t) - \ln(p_{t-1})] \tag{6}$$

其中 r_t 和 p_t 分别表示 t 时刻的收益率和收盘价. 表 1 中的统计量说明上证综指日收益率表现出尖峰厚尾特性,不服从正态分布. 对日收益率$\{r_t\}$进行中心化处理得到条件均值为 0 的时间序列$\{y_t\}$,如图 1 所示. 首先

从收益率的折线图(图 1)可以看出$\{y_t\}$像白噪声过程,单位根检验的结果也表明$\{y_t\}$是平稳的;而收益率平方的折线图(图 2)$\{y_t^2\}$存在自相关性. 图 3 和图 4 相关性检验的结果也验证了这一点,这意味着$\{y_t\}$存在异方差性. 因此,将采用异方差模型对波动率进行研究.

表 1 上证综指日收益率的描述性统计量

均值	标准差	偏度	峰度	Jarque-Bera 值
-0.000 691	0.018 250	-0.153 394	6.177 618	517.212 2

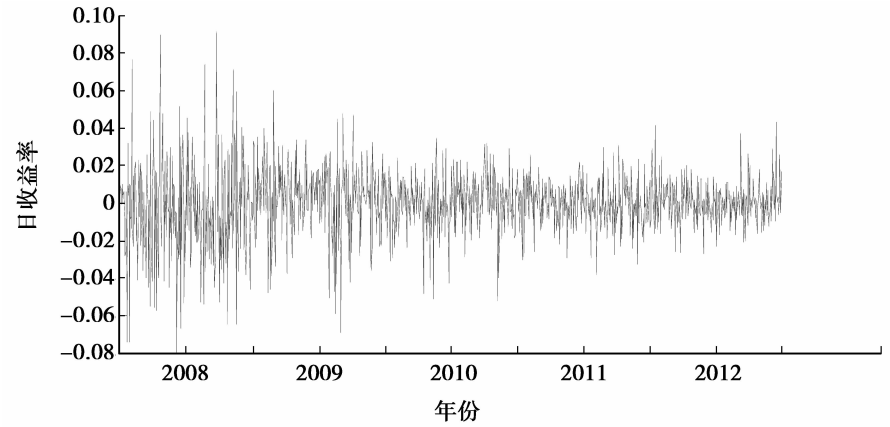


图 1 上证综指日收益率的折线图

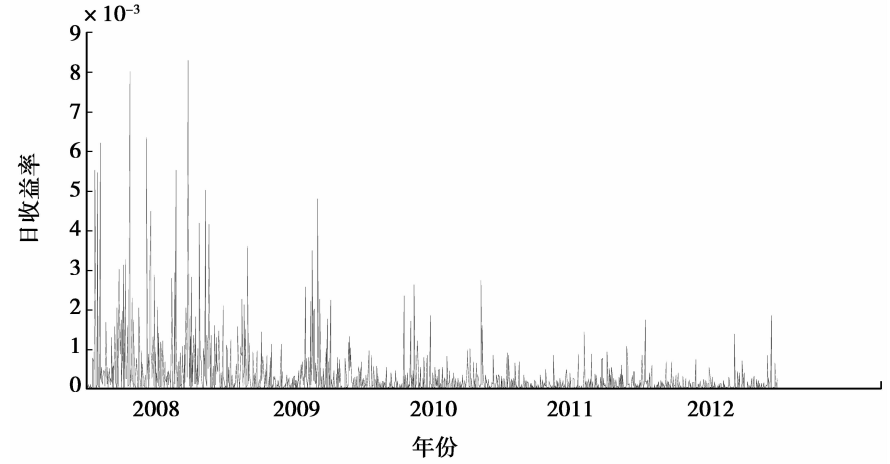
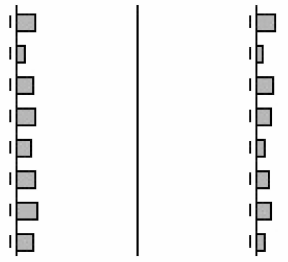


图 2 上证综指日收益率平方的折线图

自相关	部分相关		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	−0.008	−0.008	0.078 9	0.779
		2	−0.007	−0.007	0.141 5	0.932
		3	−0.026	0.026	0.998 0	0.802
		4	0.039	0.039	2.865 4	0.581
		5	−0.005	−0.004	2.893 9	0.716
		6	−0.045	−0.045	5.347 6	0.500
		7	−0.029	0.026	6.345 4	0.500
		8	−0.017	−0.019	6.711 0	0.568

图 3 $\{y_t\}$的相关性检验结果



自相关	部分相关		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.160	0.161	31.795	0.000
		2	0.078	0.053	39.220	0.000
		3	0.152	0.135	67.503	0.000
		4	0.159	0.118	98.383	0.000
		5	0.125	0.076	117.45	0.000
		6	0.156	0.107	147.41	0.000
		7	0.181	0.116	187.60	0.000
		8	0.150	0.077	215.36	0.000

图 4　$\{y_t^2\}$ 的相关性检验结果

2.2　模型估计

先采用参数 GARCH(1,1)模型对样本进行分析,其中方差方程为:

$$\sigma_t^2 = 0.927\sigma_{t-1}^2 + 0.063\varepsilon_{t-1}^2$$

然后再用半参数 GARCH(1,1)模型进行分析,令局部多项式的阶数 $p=1$,由上面的数据选取与分析可知,$\{y_t\}$ 可直接用于建立 GARCH(1,1)模型,从而可得式(3)中定义的序列 $\{X_t\}$;另一方面,采用 Yang[4] 中的半参数方法可得式(3)中的参数估计 $\hat{\alpha}=0.943$,采用交叉核实法选取窗宽,通过局部多项式估计可得平滑函数 $m(x)$ 的估计 $\hat{m}(x)$(图 5),即波动率. 下面就所得到的结果进行讨论.

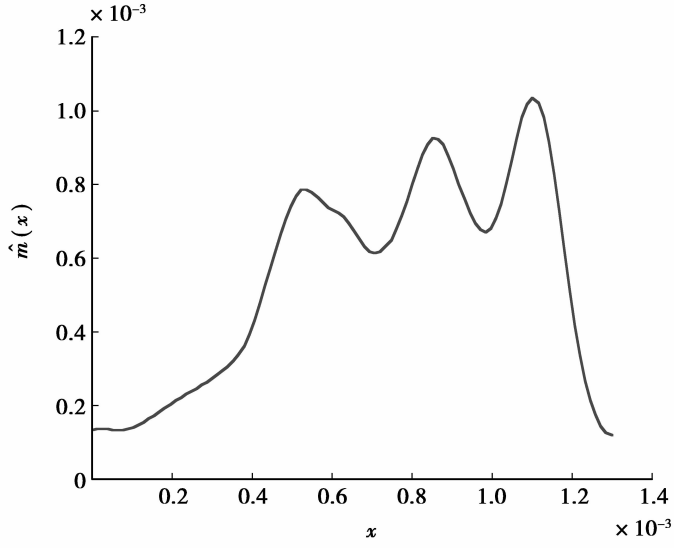


图 5　估计出的连接函数 $\hat{m}(x)$

这里选取高斯极大似然损失函数误差(Gaussian log-likelihood, QLIKE)和均方误差(Mean-Squared Errors, MSE)为评价标准,其计算公式如下:

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(y_t^2 - \hat{\sigma}_t^2)^2, \mathrm{QLIKE} = -\frac{1}{2n}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{y_t^2}{\hat{\sigma}_t^2} + \ln\hat{\sigma}_t^2\right]$$

表 2 的结果表明两个指标均显示半参数 GARCH(1,1)模型的拟合优度优于 GARCH(1,1)模型;图 6 是半参数 GARCH(1,1)模型的残差序列,图 7 是残差序列的 QQ 图,它们均说明半参数模型的残差序列几乎可以被看作是一组白噪声序列,这同样表明了半参数模型具有很好的拟合优度.

表 2　拟合优度比较

模型	MSE	QLIKE
GARCH	5.180 9e-007	3.625 3
Semi-GARCH	5.178 6e-007	3.628 1

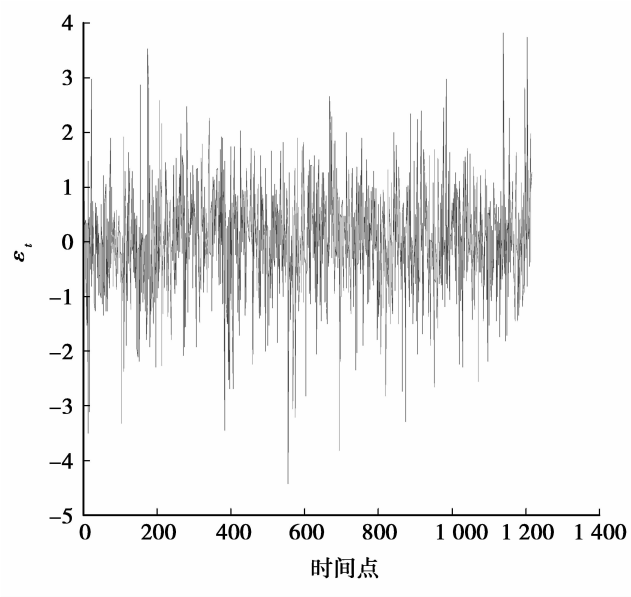


图 6 半参数模型残差序列

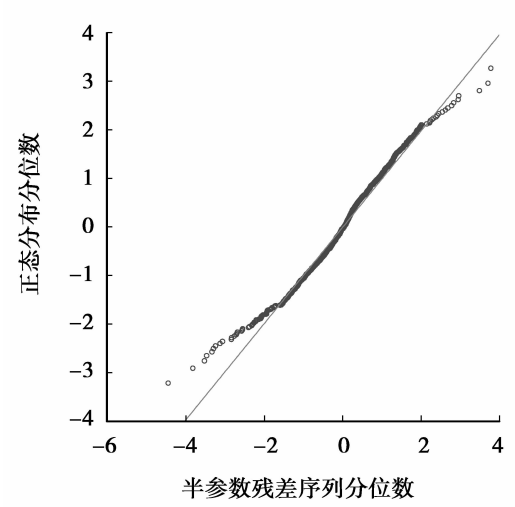


图 7 半参数模型残差序列的 QQ 图

通过对收益率与波动率之间进行局部多项式回归,得到了图 5 所刻画的关系,由该图可以看出波动率的最高点并非是在$\{X_t\}$最大时达到的,而是当$\{X_t\}$高于某一点时,波动率就会下降或变化趋于平缓,这种现象称为“回归”,可归因于投资者的“惜售”心理,这也同样表现出了半参数模型的优越性.

3 结 论

论文采用半参数 GARCH 模型对所选取的上证指数的收益率进行了研究,结果显示这组序列具有异方差性,且与正态分布相比,这组收益率序列的分布具有较厚的尾部及较陡峭的峰度,这说明有大量与平均收益率不同的极端值出现,极值风险较大. 同时,论文也证实了在 MSE 和 QLIKE 准则下,半参数 GARCH 模型的拟合优度高于参数 GARCH 模型. 利用半参数模型的估计结果对波动率与收益率之间的关系进行了分析,尽管大的波动变化往往跟随着大的波动变化,且波动变化平缓的时期与波动变化较大的时期会交替出现,但金融资产价格的波动不仅受到历史波动程度的影响,还可能受到外部因素以及其他市场的波动程度的制约,因此不可能总是呈现出单调性,半参数模型很好的体现了这一点,所得结论与中国股市现状符合.

参考文献:

[1] ENGLE F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variances of UK inflation[J]. Econometrics,1982,31:987-1008

[2] BOLLERSLEV T. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity[J]. Journal of Econometrics,1986,31:307-327

[3] HANSEN P R,LUNDE A. A Forecast Comparison of Volatility Models:Does Anything Beat a GARCH(1,1)[J]. Journal of Applied Econometrics,2005,20:873-889

[4] YANG L. A semiparametric GARCH model for foreign exchange volatility[J]. Journal of Econometrics,2006(130):365-384

(下转第 15 页)