

文章编号:1672-058X(2013)05-0001-04

卡尔曼滤波模型在危岩变形预测中的应用*

伍仁杰, 陈洪凯

(重庆交通大学 岩土工程研究所, 重庆 400074)

摘要:危岩变形体的预测、预报是实施崩塌灾害防灾减灾的重要手段,着眼于卡尔曼滤波法的基本模型及其在变形监测数据处理中的特点,基于危岩变形体的状态向量,建立了危岩预测模型;通过三峡库区磨子岭危岩的监测数据进行了模型验证,算例计算结果表明:运用卡尔曼滤波法进行危岩位移预测,其平均误差值小于1 mm,预测效果有较好的可靠性。

关键词:危岩体位移;卡尔曼滤波法;预测模型

中图分类号:P642.21

文献标志码:A

地质灾害的变形监测、预测是监测变形体安全性的重要手段,通过对变形体进行测量,确定其空间位置随时间变化的特征,获取动态位移信息,进行分析、判断,对变形体下一时刻的形变状态做出预测^[1,2]。卡尔曼滤波方法是 R. E. Kalman 在 1960 年提出来的^[3],它是一种对动态系统进行数据处理的有效方法,具有计算量小、可递推计算、可实时估计等特点,适用于非平稳随机过程,通过给出的递推滤波算法,利用观测向量来估计随时间不断变化的状态向量^[4-6]。介绍了卡尔曼滤波法的基本公式及其随机模型^[7,8],在此基础上,建立了危岩崩塌变形的预测模型。以三峡库区磨子岭危岩为例,结合实地监测数据,应用所建立的模型进行预测,取得了较好的效果。研究成果对危岩的预测、预报具有积极意义。

1 卡尔曼滤波的基本模型

离散卡尔曼滤波一般数学模型包含状态方程与观测方程^[1,7],分别如下:

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k}X_k + \Psi_{k+1,k}U_k + \Gamma_{k+1,k}\Omega_k \quad (1)$$

$$L_{k+1} = B_{k+1}X_{k+1} + Z_{k+1} + \Delta_{k+1} \quad (2)$$

其中, X_{k+1} 、 X_k 分别为状态向量在时刻 t_{k+1} 、 t_k 时的滤波值; U_{k+1} 、 U_k 为控制向量; Ω_k 为动态噪声向量; Δ_{k+1} 为观测噪声向量; $\Phi_{k+1,k}$ 为状态向量系数阵; $\Psi_{k+1,k}$ 为控制向量系数阵; $\Gamma_{k+1,k}$ 为动态噪声向量的系数阵; $Z_{k+1} = G_{k+1}U_{k+1}$, G_{k+1} 为控制向量的系数阵。

在不考虑系统具有确定性输入时,式(1)和式(2)可改写为如下方程:

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k}X_k + \Gamma_{k+1,k}\Omega_k \quad (3)$$

$$L_{k+1} = B_{k+1}X_{k+1} + \Delta_{k+1} \quad (4)$$

对于常系数线性系统,则有:

收稿日期:2013-02-21;修回日期:2013-03-09.

* 基金项目:国家自然科学基金资助(11272185).

作者简介:伍仁杰(1986-),男,重庆市南岸区人,硕士研究生,从事自然灾害演变过程与防治研究。

$$\begin{cases} X_{k+1} = \Phi(\Delta t)X_k + \Psi(\Delta t)U_k + \Gamma(\Delta t)\Omega_k \\ L_{k+1} = BX_{k+1} + GU_{k+1} + \Delta_{k+1} \end{cases} \quad \begin{cases} X_{k+1} = \Phi(\Delta t)X_k + \Gamma(\Delta t)\Omega_k \\ L_{k+1} = BX_{k+1} + \Delta_{k+1} \end{cases}$$

离散线性系统下的随机模型^[8]:

$$\begin{cases} E(\Omega_k) = 0 \\ E(\Delta_k) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \text{cov}(\Omega_k, \Omega_j) = D_\Omega(k)\delta_{kj} \\ \text{cov}(\Delta_k, \Delta_j) = D_\Delta(k)\delta_{kj} \\ \text{cov}(\Omega_k, \Delta_j) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} E(X_0) = \mu_X(0) = \hat{X}(0/0) \\ \text{var}(X_0) = D_X(0) \\ \text{cov}(X_0, \Omega_k) = 0 \\ \text{cov}(X_0, \Delta_k) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中,当 $j=k$ 时, $\delta_{kj}=1$;当 $j \neq k$ 时, $\delta_{kj}=0$ 。

联合卡尔曼滤波的状态方程、观测方程以及随机模型^[9],即结合式(3)、(4)和式(5) - (7),可推导出卡尔曼滤波的递推公式:

$$\begin{cases} X(k/k) = X(k/k-1) + J_k E_k \\ D_X(k/k) = (I - J_k B_k) D_X(k/k-1) \end{cases}$$

其中

$$\begin{cases} X(k/k-1) = \Phi_{k,k-1} X(k-1/k-1) \\ D_X(k/k-1) = \Phi_{k,k-1} D_X(k-1/k-1) \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1} D_\Omega(k-1) \Gamma_{k,k-1}^T \\ J_k = D_X(k/k-1) B_k^T [B_k D_X(k/k-1) B_k^T + D_\Delta(k)]^{-1} \\ E_k = L_k - B_k X(k/k-1) \end{cases}$$

2 危岩预测模型的建立

将危岩监测点 i 的坐标和变形速度作为危岩运动的状态向量,把瞬间加速度作为一种随机干扰。假设监测点 i 在 t_k 时的形变量为 W_k ,形变速率量为 V_k ,形变加速量为 Ω_k ,那么:

$$\begin{bmatrix} W_{k+1} \\ V_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & (t_{k+1} - t_k)I \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_k \\ V_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(t_{k+1} - t_k)^2 I \\ (t_{k+1} - t_k)I \end{bmatrix} \Omega_k$$

设 t_{k+1} 时的观测向量为 L_{k+1} ,则: $L_{k+1} = (I, 0) \begin{bmatrix} W_{k+1} \\ V_{k+1} \end{bmatrix} + \Delta_{k+1}$,其中, Δ_{k+1} 为观测噪声向量。令, $X_{k+1} = \begin{bmatrix} W_{k+1} \\ V_{k+1} \end{bmatrix}$,

$$\Phi_{k+1,k} = \begin{bmatrix} I & (t_{k+1} - t_k)I \\ 0 & I \end{bmatrix}, \Gamma_{k+1,k} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(t_{k+1} - t_k)^2 I \\ (t_{k+1} - t_k)I \end{bmatrix}, B_{k+1} = (I, 0), \text{则:}$$

$$X_{k+1} = \Phi_{k+1,k} X_k + \Gamma_{k+1,k} \Omega_k \quad L_{k+1} = B_{k+1} X_{k+1} + \Delta_{k+1} \quad (8)$$

式(8)即为危岩预测模型的状态方程与观测方程。

3 算例分析

为验证上述危岩预测模型,在此选取三峡库区磨子岭危岩某监测点 2003 年 5~8 月的水平位移监测数据进行计算,分析了实测值与滤波值,并对其 9~12 月的水平位移进行了预测。选取卡尔曼滤波的初始向量: $E(X_0) = X(0/0) = 0, D(X_0) = D_x(0/0) = 1, D(\Delta) = D_{\Omega}(k) = 1$ 。

基于所建立的危岩预测模型,结合卡尔曼滤波的递推公式(10)和(11),进行危岩滤波值的计算。滤波过程分为两步:获取 5~8 月的滤波值,计算实测值与滤波值之差;预测 9~12 月的滤波值并计算实测值与滤波值之差。其计算结果如表 1 和图 1 所示。

表 1 磨子岭危岩位移实测值与滤波值

期数	实测值/m	滤波值/m	残差/mm
1	567 982. 298	567 982. 297 517	0. 483
2	567 982. 297	567 982. 297 350	-0. 350
3	567 982. 296	567 982. 296 403	-0. 403
4	567 982. 296	567 982. 296 046	-0. 046
5	567 982. 293	567 982. 292 810	0. 190
6	567 982. 292	567 982. 291 748	0. 252
7	567 982. 297	567 982. 298 630	-1. 630
8	567 982. 296	567 982. 296 025	-0. 025
9	567 982. 295	567 982. 294 302	0. 698
10	567 982. 295	567 982. 294 796	0. 204
11	567 982. 295	567 982. 294 350	0. 650
12	567 982. 296	567 982. 296 104	-0. 104

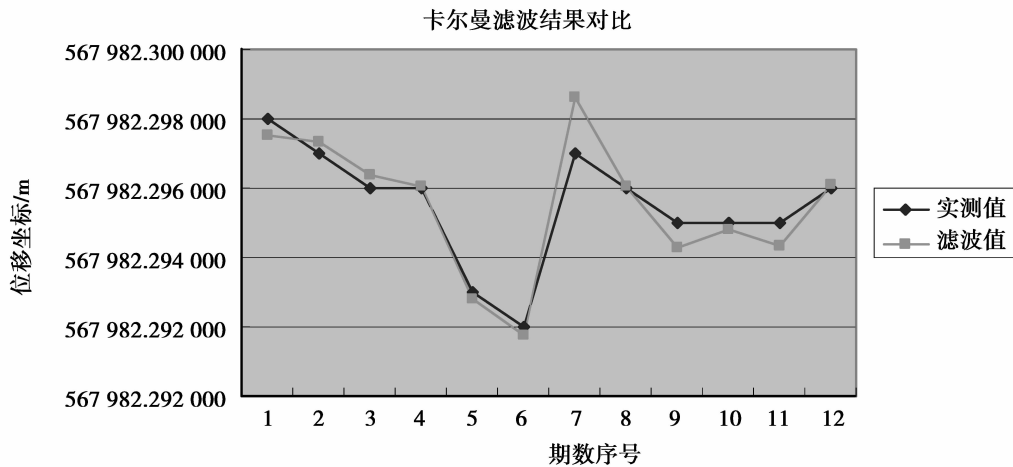


图 1 实测值与滤波值对比

通过对表中的数据 and 图中的曲线进行分析,可得:5~8 月(期数序号:1~7)的实测值与滤波值的最大残差绝对值为 1.630,最小残差绝对值为 0.046;9~12 月(期数序号:8~12)的实测值与预测值的最大残差绝对值为 0.698,最小残差绝对值为 0.025。平均残差值小于 1 mm。其实测值与滤波值总体吻合较好,观测曲线与滤波曲线基本一致。

4 结 论

文章利用初始时刻的观测量,构建动态模型,进而得到初始状态值,再利用状态转移矩阵及观测方程构建卡尔曼滤波模型,在预测过程中,利用新的观测值,进行不断预测和修正,从而得到下一步的滤波预测值。本文建立了一种新型危岩预测模型,其实测值与滤波值吻合程度较好。滤波预测模型误差小,精度高,能较正确反映危岩的变形破坏,对危岩崩塌的数据处理和预测具有较好的实用性。应用卡尔曼滤波进行预测,具有较好的效果,但在一定情况下与实际观测值存在误差,当观测值的变化规律较大时,其预测残差也会增大,此误差问题有待进一步的研究解决。

参考文献:

- [1] 崔希璋,於宗铸,陶本藻,等. 广义测量平差[M]. 北京:测绘出版社,1992
- [2] 王洪兴,唐辉明,陈聪. 指数趋势模型在斜坡变形位移预测中的应用[J]. 岩土力学,2004,25(5):808-810
- [3] KALMAN R E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems[J]. J. Basic Engineering,1960,82(1):35-45
- [4] 邓自立. 卡尔曼滤波与维纳滤波[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2003
- [5] CHUI C, CHEN G. Kalman Filtering with Real-Time applications[M]. New York:Springer,1992
- [6] KROK A, WASZCZYSZYN Z. Kalman filtering for neural prediction of response spectra from mining tremors[J]. Computers and Structures,2007,85(15-16):1257-1263
- [7] 孙枫,唐李军. Cubature 卡尔曼滤波-卡尔曼滤波算法[J]. 控制与决策,2012(10):1561-1565
- [8] RAO B, XIAO S P, WANG X S, et al. Nonlinear kalman filtering with numerical integration[J]. Chinese of Journal Electronics, 2011,20(3):452-456
- [9] 陆付民. 顾及多个因子的卡尔曼滤波法在大坝变形分析中的应用[J]. 水电自动化与大坝监测,2003,27(3):71-73.

Application of Kalman Filter Model to the Deformation Prediction of Unstable Rock Block

WU Ren-jie, CHEN Hong-kai

(Institute of Geotechnical Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: Prediction and forecast report of the deformable body of unstable rock block is a main measure to actualize disaster prevention and mitigation for the collapse hazard. With a view to the basic model of Kalman filter method and its character in the data processing for deformation monitoring and through the state vector for the deformation body of unstable rock block, the prediction model of unstable rock block was established. In addition, the prediction model was validated based on the monitoring data of unstable rock block in Mo-zi Ridge of Three Gorges Reservoir Area. Calculation results indicate that the average deviation value is less than 1 mm in predicting the displacement of unstable rock block by using Kalman filter method which has better reliability.

Key words: displacement of unstable rock block; Kalman filter method; prediction model

责任编辑:代小红