

文章编号:1672-058X(2012)11-0001-05

一类广义系统的开闭环 PID 型迭代学习控制*

李祖松,陈其工,魏利胜,江 明

(安徽工程大学 安徽检测技术与节能装置省级实验室,安徽 芜湖 241000)

摘 要:针对一类正则、无脉冲的线性连续广义系统采取迭代学习控制策略,通过 λ 范数给出了系统在开闭环 PID 型学习率下的收敛性条件;最后,通过仿真算例验证了所提方法的有效性和优越性.

关键词:广义系统;开闭环;PID;迭代学习控制

中图分类号:TP13

文献标志码:A

迭代学习控制(Iterative Learning Control, ILC)是智能控制领域中具有严格数学描述的一个重要分支^[1],它以不同的角度构造控制率,利用先前的控制经验和跟踪误差信号,对控制量进行修正,达到被控对象在短时间内能够实现有限区间上的跟踪任务,克服了一些传统控制方法难以逾越的困难.自 Arimoto 等人提出迭代学习控制以来,针对该算法的研究吸引了很多学者的注意,同时也取得了很多丰硕成果.但多针对正常系统,针对被控对象为广义系统的迭代学习控制则相对研究较少^[2,3].田森平等^[4]针对线性广义系统,利用系统前馈信息,研究了 PID 型开环迭代学习控制;阮小娥等^[5]针对线性定常系统,提出了具有反馈信息的 PD 型迭代学习控制律,并采用 Young 不等式理论得到其在 Lebesgue-p 范数意义下收敛性条件;李必文^[6]针对线性定常广义系统,利用矩阵理论和微分不等式方法研究了在 P 型、PD 型和 PID 型学习律作用下的迭代控制及其收敛性.

以上 ILC 研究内容主要采用单一的开环或闭环形式,对于简单系统具有很好的跟踪性能.但是,在实际工业过程中,还存在一些奇异摄动对象,如冷轧机的工业控制、化学扩散反应等,传统的 ILC 往往很难得到较好的控制性能.因此,此处在前人研究的基础上,详细探讨一类广义系统的开闭环 PID 迭代学习控制,同时利用前馈和反馈信息,克服开环下对初始误差敏感,系统不够稳定和闭环下系统振荡的缺点,并基于 λ 范数推导其收敛性条件;最后通过仿真,以验证该算法的有效性和优越性.

1 问题描述

1.1 被控对象模型

考虑如下形式的线性连续广义系统

$$\begin{aligned} E \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $E \in R^{n \times n}$ 是奇异的定常矩阵, $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^q$ 分别是系统的状态向量、输入向量和输出

收稿日期:2012-05-08;修回日期:2012-06-20.

* 基金项目:国家自然科学基金(61172131);安徽省自然科学基金(1208085QF124).

作者简介:李祖松(1988-),男,安徽霍邱人,硕士研究生,从事自动检测与控制系统研究.

向量, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{q \times n}$ 均是实数矩阵.

迭代学习控制的目的是找到合适的学习率,使得当 $u_k(t)$ 收敛于理想的控制输入 $u_d(t)$ ($\forall t \in [0, T]$) 时, $y_k(t)$ 收敛于理想的输出 $y_d(t)$.

为了问题分析的简便而又不失一般性,对系统(1)做以下假设:

假设 1 (E, A) 是正则,并能观能控的.

假设 2 对期望的理想轨迹 $y_d(t)$, 存在唯一的控制输入 $u_d(t)$, 满足

$$\begin{aligned} E \dot{x}_d(t) &= Ax_d(t) + Bu_d(t) \\ y_d(t) &= Cx_d(t), t \in [0, T] \end{aligned} \quad (2)$$

假设 3 系统的初值满足 $x_k(0) = x_d(0) = 0, k = 0, 1, 2, \dots$, 考虑系统(1)迭代到第 k 次时, 有

$$\begin{aligned} E \dot{x}_k(t) &= Ax_k(t) + Bu_k(t) \\ y_k(t) &= Cx_k(t) \end{aligned} \quad (3)$$

假设存在一个常数 φ , 使得 $(\varphi E - A)$ 可逆, 存在以下引理:

引理 1^[7] (E, A) 正则, $E_\delta = (\varphi E - A)^{-1}E, B_\delta = (\varphi E - A)^{-1}B$, $\text{in } d(E_\delta) = v$. 若 $B_\delta \in R(E_\delta^v)$, 则对任何 $u_k(t) \in C[0, T], q \in R^n$, 系统(3)的一般解为

$$x_k(t) = e^{E_\delta^D A_\delta(t-t_0)} E_\delta^D E_\delta q + e^{E_\delta^D A_\delta t} \int_0^t e^{-E_\delta^D A_\delta s} E_\delta^D B_\delta u_k(s) ds \quad (4)$$

式中 $A_\delta = (\varphi E - A)^{-1}A, E_\delta^D$ 表示 E_δ 的 Drazin 逆, 该表达式与 φ 无关.

根据引理 1 可知

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= E_\delta^D A_\delta x_k(t) + E_\delta^D B_\delta u_k(t) \\ x_k(0) &= E_\delta^D E_\delta x_k(0) \end{aligned} \quad (5)$$

1.2 控制学习率

考虑开闭环 PID 型迭代学习率, 具体形式如下

$$\begin{aligned} u_{k+1}(t) &= u_k(t) + P_1 e_k(t) + I_1 \int_0^t e_k(\tau) d\tau + D_1 \dot{e}_k(t) + \\ &P_2 e_{k+1}(t) + I_2 \int_0^t e_{k+1}(\tau) d\tau + D_2 \dot{e}_{k+1}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t), e_{k+1}(t) = y_d(t) - y_{k+1}(t)$ 均为迭代学习误差; $k, k+1$ 为迭代次数; P_1, I_1, D_1 和 P_2, I_2, D_2 为学习增益矩阵.

2 收敛分析

定理 1 如果由式(1)和学习率(6)描述的迭代学习控制系统满足假设 1-3, 且 $(I + D_2 C E_\delta^D B_\delta)$ 的逆存在, 若满足式

$$\| (I + D_2 C E_\delta^D B_\delta)^{-1} \| \| (I - D_1 C E_\delta^D B_\delta) \| \leq \rho < 1$$

则有 $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) = y_d(t)$.

证明 由式(5)和(6)得到式(7).

$$\begin{aligned} \Delta u_{k+1}(t) &= \Delta u_k(t) - P_1 e_k(t) - I_1 \int_0^t e_k(\tau) d\tau - D_1 \dot{e}_k(t) - \\ &- P_2 e_{k+1}(t) - I_2 \int_0^t e_{k+1}(\tau) d\tau - D_2 \dot{e}_{k+1}(t) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Delta u_k(t) - P_1 C \Delta x_k(t) - C I_1 \int_0^t \Delta x_k(\tau) d\tau - D_1 C [E_\delta^D A_\delta \Delta x_k(t) + E_\delta^D B_\delta \Delta u_k(t)] - \\ & P_2 C \Delta x_{k+1}(t) - C I_2 \int_0^t \Delta x_{k+1}(\tau) d\tau - D_2 C [E_\delta^D A_\delta \Delta x_{k+1}(t) + E_\delta^D B_\delta \Delta u_{k+1}(t)] \end{aligned} \quad (7)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Delta u_k(t) &= u_d(t) - u_k(t), \Delta u_{k+1}(t) = u_d(t) - u_{k+1}(t) \\ \Delta x_k(t) &= x_d(t) - x_k(t), \Delta x_{k+1}(t) = x_d(t) - x_{k+1}(t) \end{aligned}$$

整理得式(8).

$$\begin{aligned} \Delta u_{k+1}(t) &= (I + D_2 C E_\delta^D B_\delta)^{-1} \{ (I - D_1 C E_\delta^D B_\delta) \Delta u_k(t) - (D_1 C E_\delta^D A_\delta + P_1 C) \Delta x_k(t) - \\ & I_1 C \int_0^t \Delta x_k(\tau) d\tau - (D_2 C E_\delta^D A_\delta + P_2 C) \Delta x_{k+1}(t) - I_2 C \int_0^t \Delta x_{k+1}(\tau) d\tau \} \end{aligned} \quad (8)$$

对等式两边同时取范数,令 $\| (I + D_2 C E_\delta^D B_\delta)^{-1} \| = \rho_1$, $\| D_1 C E_\delta^D A_\delta + P_1 C \| = b_1$, $\| I_1 C \| = b_2$, $\| D_2 C E_\delta^D A_\delta + P_2 C \| = b_3$, $\| I_2 C \| = b_4$ ^[8],得

$$\begin{aligned} \|\Delta u_{k+1}(t)\| &\leq \rho \|\Delta u_k(t)\| + \rho_1 (b_1 \|\Delta x_k(t)\| + b_2 \int_0^t \|\Delta x_k(\tau)\| d\tau) + \\ &\rho_1 (b_3 \|\Delta x_{k+1}(t)\| + b_4 \int_0^t \|\Delta x_{k+1}(\tau)\| d\tau) \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)两边同时乘函数 $e^{-\lambda t}$,并有式(10)^[9]:

$$\int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} \|\Delta x_k(\tau)\|_\lambda d\tau \leq \|\Delta x_k(\tau)\|_\lambda \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau \leq \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda} \|\Delta x_k(\tau)\|_\lambda \quad (10)$$

这里^[10], $\Delta x_k(\tau) = \int_0^t e^{E_\delta^D A_\delta(t-\tau)} E_\delta^D B_\delta \Delta u_k(\tau) d\tau$.

令 $b_g = \sup_{t \in [0, T]} e^{E_\delta^D A_\delta t} E_\delta^D B_\delta$,得

$$\|\Delta x_k(\tau)\|_\lambda \leq \frac{b_g(1 - e^{-\lambda T})}{\lambda} \|\Delta u_k(t)\|_\lambda \quad (11)$$

同理可得

$$\|\Delta x_{k+1}(\tau)\|_\lambda \leq \frac{b_g(1 - e^{-\lambda T})}{\lambda} \|\Delta u_{k+1}(t)\|_\lambda \quad (12)$$

由式(9)和(10)得

$$\begin{aligned} \|\Delta u_{k+1}(t)\|_\lambda &\leq \rho \|\Delta u_k(t)\|_\lambda + \rho_1 (b_1 + \frac{b_2(1 - e^{-\lambda T})}{\lambda}) \|\Delta x_k(t)\|_\lambda + \\ &\rho_1 (b_3 + \frac{b_4(1 - e^{-\lambda T})}{\lambda}) \|\Delta x_{k+1}(t)\|_\lambda \end{aligned} \quad (13)$$

将式(11)(12)带入到式(13)中,得

$$\|\Delta u_{k+1}(t)\|_\lambda \leq \frac{\rho + \rho_1 (b_1 + b_2 M) b_g M}{1 - \rho_1 (b_3 + b_4 M) b_g M} \|\Delta u_k(t)\|_\lambda \quad (14)$$

其中

$$M = \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda}$$

当选取足够大的 λ 时, $\rho < 1$ 蕴含在式(14)中

$$\frac{\rho + \rho_1 (b_1 + b_2 M) b_g M}{1 - \rho_1 (b_3 + b_4 M) b_g M} < 1$$

从而得到

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\Delta u_{k+1}(t)\|_{\lambda} = 0, \lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) = y_d(t)$$

3 仿真研究

考虑一种电网系统模型:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(t), y(t) = [0 \ 0 \ 1 \ 0]x(t)$$

期望输出轨迹 $y_d(t) = 3\sin(t)$, 其中 $t \in [0, 10]$, 初始时刻 $x_d(0), x_k(0)$ 均为 0. 采用式(6)所示的开闭环迭代学习控制率, 其中 $P_1 = 1.25, I_1 = 1.75, D_1 = 1.25, P_2 = 25, I_2 = 4.5, D_2 = 5.5$, 经验算, 所给数据满足定理 1 中的收敛条件, 其迭代跟踪和误差均方根曲线如图 1 所示; 当 $P_1 = I_1 = D_1 = 0, P_2 = 24, I_2 = 4.5, D_2 = 5$ 时, 系统为闭环 PID 迭代学习控制, 误差均方根曲线如图 2(a) 所示; 当 $P_2 = I_2 = D_2 = 0, P_1 = 0.1, I_1 = 0.001, D_1 = 0.6$ 时, 系统为开环 PID 迭代学习控制, 误差均方根曲线如图 2(b) 所示.

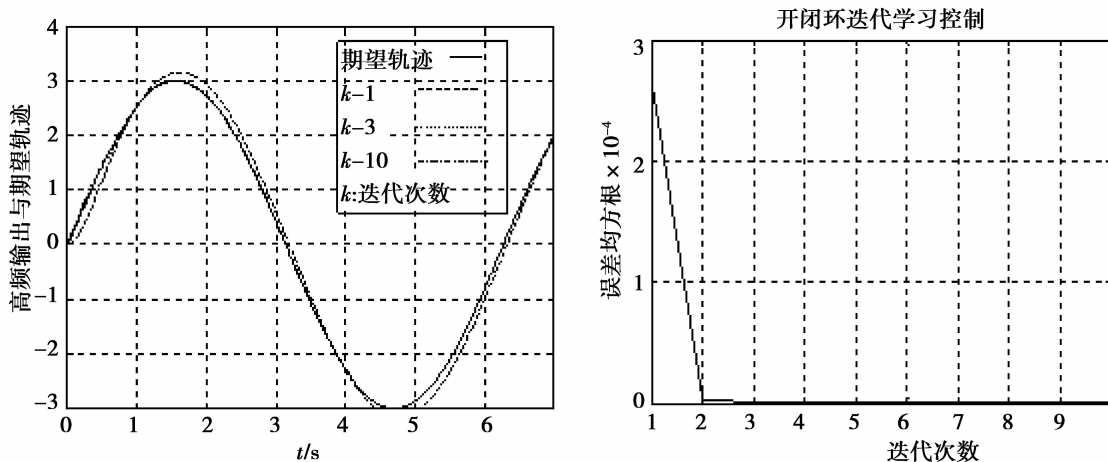


图 1 开闭环 PID 型迭代学习控制跟踪和误差均方根曲线

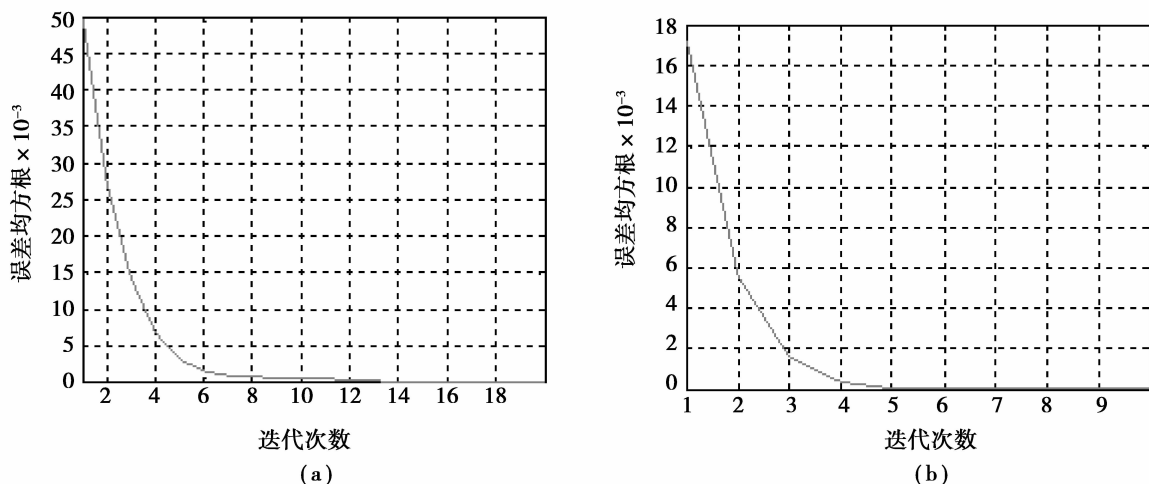


图 2 闭环和开环 PID 型迭代学习控制误差均方根曲线

从图 1 看出, 开闭环 PID 型迭代学习控制输出能有效地跟踪期望轨迹, 且效果良好, 仅迭代 3 次就完成了对期望轨迹的跟踪. 而从图 2 中看出, 开环和闭环分别要经过 14 次和 5 次才能完成, 开闭环学习率收敛速

度明显要快于开环和闭环控制.

4 结束语

在一定的假设条件下,讨论了一类广义系统的开闭环型 PID 迭代学习控制问题,得到了广义系统在该学习率下收敛性条件,通过仿真算例可知,此处所提方法是可行且有效的.

参考文献:

- [1] 谢胜利,田森平,谢振东. 迭代学习控制的理论与应用[M]. 北京:科学出版社,2005
- [2] XU J X. Recent advances in iterative learning control[J]. Acta Automatica Sinica,2005,31(1):132-142
- [3] AHN H S, CHEN Y Q. Iterative Learning Control: Brief Survey and Categorization [J]. IEEE Transactions on Systems,2007, 37(6):1099-1110
- [4] 田森平,毛琳琳. 带控制时滞广义系统的 PID 型迭代学习算法[J]. 控制工程,2012,19(1):65-68
- [5] 阮小娥,连建帮. 具有反馈信息的迭代学习控制率在 Lebesgue-p 范数意义下的收敛性[J]. 自动化学报,2011,37(4): 513-516
- [6] 李必文. 线性广义系统的 P 型、PD 型和 PID 型迭代学习控制[J]. 数学杂志,2008,28(6):667-672
- [7] 李必文,郑绿洲,陈伯山. 线性广义系统的 D 型迭代学习控制[J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2007,35(3):34-37
- [8] 吉梗,赵岳清. 线性多时滞系统的开闭环 PID 型迭代学习控制[J]. 西南民族大学学报:自然科学版,2008,34(4):637-643
- [9] 任佳. 迭代学习控制算法研究[D]. 沈阳:沈阳工业大学,2002
- [10] GAUTHIER G, BOULET B. Terminal Iterative Learning Control Design with Singular Value Dececomposition Decoupling for Thermoforming Ovens[A]. Control Conference,2009 American[C]. 2009,06(10-12):1640-1645

Open-closed-loop PID-type Iterative Learning Control for a Class of Generalized Systems

LI Zu-song, CHEN Qi-gong, WEI Li-sheng, JIANG Ming

(Anhui Key Laboratory of Detection Technology and Energy Conservation Devices,
Anhui Polytechnic University, Anhui Wuhu 241000, China)

Abstract: The strategy of the iterative learning control for a class of regular and impulse-free linear continuous generalized system is implemented in this paper. According to the λ norm, the convergence conditions of the system in the open-closed-loop PID-type learning rate are derived, at last, simulation example shows the effectiveness and superiority of the presented method.

Key words: generalized system; open-closed-loop; PID; interative learning control

责任编辑:李翠薇