

文章编号:1672-058X(2011)05-0514-06

# 基于终端滑模的多关节机器人跟踪控制

朱道宏, 柴 钰

(西安科技大学 电气与控制工程学院, 西安 710054)

**摘 要:**针对具有不确定性干扰的多关节机器人系统的轨迹跟踪控制问题,利用终端滑模控制方法,给出了全局有限时间跟踪控制器设计;首先,根据多关节机器人动力学模型的特点,基于非奇异终端滑模控制技术并利用滑模设计思想,设计了轨迹跟踪滑模控制器;在该控制器的作用下,跟踪误差不仅能够有限时间内从任意初始状态到达滑动面,而且也能在有限时间内沿着滑模收敛到原点;其次,由于所设计的控制器的非连续性,将会使得系统产生抖振现象;针对这个问题,利用修正的饱和函数来代替控制律中的符号函数,从而消除了系统的抖振问题;最后,仿真算例表明了该方法的有效性。

**关键词:**多关节机器人;终端滑模控制;抖振

**中图分类号:**TP242

**文献标志码:**A

## 1 概 述

多关节机器人是一门与仿生学、多刚体动力学、多传感器融合技术以及控制工程等多学科相结合的交叉学科,是机器人研究领域中的一个重要分支。机器人由于可以代替人类在各种恶劣的环境下工作,因此近年来对机器人的研究吸引了很多学者的关注,如文献[1,2]对机器人进行了机构设计与步态规划的研究;文献[3]利用零力矩点方法对机器人稳定性进行了分析;文献[4]利用旋转矩阵的导数矩阵分析和推导了机器人的动力学模型;文献[5]采用倒立摆动力学模型进行控制研究,限制了膝关节的运动,减少了机器人运动的灵活性。以上文献主要从机器人的机构设计、运动学和动力学建模进行研究。

此外,关于机器人的控制问题也引起了广泛的关注。但由于机器人的控制系统是一个强非线性、强耦合的复杂控制系统,故仍然存在大量有待研究的问题:如何让机器人按照人们给定的轨迹进行运动?此问题一直是机器人控制的难点。目前,用于机器人跟踪控制的方法有鲁棒控制、自适应控制、神经网络控制、滑模控制等方法。由于滑模控制具有较强的鲁棒性和抗干扰性,因此滑模控制方法在机器人轨迹跟踪控制领域得到了广泛的应用<sup>[6-8]</sup>。文献[6]建立了三自由度正交髋关节的动力学模型,利用滑模变结构方法进行了跟踪控制的研究;文献[7]利用牛顿—欧拉法建立了 12 自由度机器人的动力学模型,并考虑了机器人的跟踪控制问题;文献[6,7]中控制律的设计只能得到对机器人的渐近跟踪控制结果,不易实现快速有限的完全跟踪。文献[8]利用非奇异终端模糊滑模控制的方法,实现了对建模误差和干扰的多关节机器人自动跟踪,但该方法设计复杂,参数不易调节。

针对具有不确定性干扰的多关节机器人动力学模型的特点,在传统滑模控制<sup>[9-11]</sup>的基础上,基于快速收敛的非奇异终端滑模技术,设计了一种终端滑模控制器。在该控制器的作用下,系统跟踪误差不仅能够有限时间内到达滑动面,而且也可以在有限时间内沿着滑动面快速收敛到原点。该方法不存在传统终端滑模控制中的奇异问题,而且可以在有限时间内实现对参考轨迹的全局跟踪。最后,为了验证所设计控制器

收稿日期:2011-02-21;修回日期:2011-03-08.

作者简介:朱道宏(1978-),男,安徽省宿州人,硕士研究生,从事智能仪表、计算机控制和机器人技术等研究.

的有效性,针对两关节机器人系统进行了数字仿真,仿真结果验证了该方法的有效性。

## 2 系统模型和问题描述

一个具有  $n$  个关节的机器人系统,其动力学模型可以描述<sup>[12]</sup>:

$$M(q)\ddot{q} + F(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + G(q) + \tau(q, \dot{q}, t) = u(t) \quad (1)$$

式(1)中,  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ ,  $q$  为关节角位置矢量;  $\dot{q}$  为速度矢量;  $\ddot{q}$  为加速度矢量;  $M(q) \in R^{n \times n}$  为机器人对称的正定惯性矩阵;  $F(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$  代表哥氏力和离心力量;  $D\dot{q} \in R^n$  是摩擦力量;  $G(q) \in R^n$  为重力项;  $\tau(q, \dot{q}, t) = (\tau_1(q, \dot{q}, t), \dots, \tau_n(q, \dot{q}, t))^T$  为外部的干扰;  $u(t) \in R^n$  为关节控制转矩。控制目标:基于终端滑模控制方法,设计控制器使得关节角位移量  $q$  能完全跟踪上期望的关节角位移量  $q_d$ 。

## 3 终端滑模控制律的设计

定义跟踪误差为:

$$e(t) = q(t) - q_d(t) \quad \dot{e}(t) = \dot{q}(t) - \dot{q}_d(t) \quad (2)$$

式(2)中,  $e = (e_1, \dots, e_n)^T$ ;  $q = (q_1, \dots, q_n)^T$  为实际的机器人关节角,  $q_d = (q_{d1}, \dots, q_{dn})^T$  为期望的机器人关节角;  $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n)^T$  为实际的机器人关节角速度,  $\dot{q}_d = (\dot{q}_{d1}, \dots, \dot{q}_{dn})^T$  为期望的机器人关节角速度。由式(1)和式(2)可得:

$$\ddot{e}(t) = \ddot{q}(t) - \ddot{q}_d(t) = -M^{-1}(q)[F(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + G(q) + \tau(q, \dot{q}, t)] + M^{-1}(q)u(t) - \ddot{q}_d(t) \quad (3)$$

令,  $x_1 = e(t)$ ,  $x_2 = \dot{e}(t)$ , 因此可以得出机器人的跟踪误差系统模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t) - M^{-1}(q)\tau(q, \dot{q}, t) + M^{-1}(q)u(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $f(x_1, x_2, t) = -M^{-1}(q)[F(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + G(q)] - \ddot{q}_d$ ,  $x_1 = (x_{11}, \dots, x_{1n}) \in R^n$ ,  $x_2 = (x_{21}, \dots, x_{2n}) \in R^n$  是误差模型的状态向量。根据一般情况,  $M^{-1}(q)$  与  $\tau(q, \dot{q}, t)$  满足如下假设条件:

**假设 1** 系统的外扰是有界的, 即  $\|\tau(q, \dot{q}, t)\| \leq l$ ;

**假设 2** 矩阵  $M^{-1}(q)$  是非奇异的。

针对式(4), 为了使  $(x_1(t), x_2(t))$  在有限时间内收敛到零点, 定义非奇异滑动面:<sup>[13]</sup>

$$s = (s_1, \dots, s_n) = x_1 + \Lambda x_2^{\frac{p_i}{q_i}} \quad (5)$$

其中  $\Lambda = \text{diag}(c_1, \dots, c_n)$ ,  $c_i > 0$ ,  $s_i = x_{1i} + c_i x_{2i}^{\frac{p_i}{q_i}}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $p = (p_1, \dots, p_n)^T$ ,  $q = (q_1, \dots, q_n)^T$ ,  $q_i < p_i < 2q_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $p_i$  和  $q_i$  为互质的正奇数。基于上面得出的非奇异终端滑动面式(5), 下面将给出研究的主要结果。

**定理 1** 对于机器人系统式(1), 在如下控制律  $u$  的作用下, 关节角  $q$  可在有限时间内跟踪上期望的关节角  $q_d$ :

$$u = -M(q)[f(x_1, x_2, t) + \Gamma^{-1}\Lambda^{-1}(\dot{x}_{11}^{2-\frac{p_1}{q_1}}, \dots, \dot{x}_{1n}^{2-\frac{p_n}{q_n}})^T + \text{diag}(\text{sgn}(s))(\xi L + \eta)] \quad (6)$$

其中  $\xi = \text{diag}(\|r_1(q)\|, \dots, \|r_n(q)\|)$ ,  $r(q) = -M^{-1}(q) = [r_1^T(q), \dots, r_n^T(q)]^T$ ,  $L = (l, \dots, l)_{n \times 1}^T$ ,  $\Lambda = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_n)$ ,  $\Gamma = \text{diag}(\frac{p_1}{q_1}, \dots, \frac{p_n}{q_n})$ ,  $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)^T$ ,  $c_i > 0$ ,  $\eta_i > 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。

**证明** 此处, 为了证明关节角  $q$  能在有限时间内跟踪上期望的关节角  $q_d$ , 只需证明跟踪误差式(4)的全局有限时间收敛性即可。下面的证明分为两个部分, 首先证明系统状态会在有限时间内到达滑动面; 其次证明系统误差到达滑动面后将会在有限时间内沿着滑动面滑动到原点。

(1) 证明式(4)状态  $(x_1(t), x_2(t))$  能在有限时间内到达滑动面  $s = 0$ 。由定义的滑动面的式(5)可得,

$$\dot{s} = \dot{x}_1 + \Lambda \Gamma \Phi [f(x_1, x_2, t) - M^{-1}(q)\tau(q, \dot{q}, t) + M^{-1}(q)u(t)] \quad (7)$$

其中,  $\Phi = \text{diag}(\dot{x}_{11}^{\frac{p_1}{q_1}-1}, \dots, \dot{x}_{1n}^{\frac{p_n}{q_n}-1})$ 。将控制律式(6)代入式(7)中易知:

$$\dot{s} = -\Lambda \Gamma \Phi [\text{diag}(\text{sgn}(s))(\xi L + \eta) - r(q)\tau(q, \dot{q}, t)] \tag{8}$$

由式(8)可知:

$$\dot{s}_i = -c_i \frac{p_i}{q_i} \dot{x}_{1i}^{\frac{p_i}{q_i}-1} [\text{sgn}(s_i)(|r_i(q)|l + \eta_i) - r_i(q)\tau(q, \dot{q}, t)] \tag{9}$$

根据假设 1, 有  $\|r_i(q)\|l \geq r_i(q)\tau(q, \dot{q}, t)$ 。因此, 由式(9)可以得出:

$$s_i \dot{s}_i \leq -s_i c_i \eta_i \frac{p_i}{q_i} \dot{x}_{1i}^{\frac{p_i}{q_i}-1} \quad s_i > 0 \tag{10}$$

$$s_i \dot{s}_i \leq -(-s_i) c_i \eta_i \frac{p_i}{q_i} \dot{x}_{1i}^{\frac{p_i}{q_i}-1} \quad s_i < 0 \tag{11}$$

结合式(10)和式(11)可得:

$$s_i \dot{s}_i \leq -|s_i| c_i \eta_i \frac{p_i}{q_i} \dot{x}_{1i}^{\frac{p_i}{q_i}-1} \tag{12}$$

令  $\rho(\dot{x}_{1i}) = c_i \eta_i \frac{p_i}{q_i} \dot{x}_{1i}^{\frac{p_i}{q_i}-1}$ , 易知  $\rho(\dot{x}_{1i}) \geq 0$ 。此外, 当且仅当  $\dot{x}_{1i} = 0$  时,  $\rho(\dot{x}_{1i}) = 0$ 。因此有:

$$s_i \dot{s}_i \leq -|s_i| \rho(\dot{x}_{1i}) \leq 0 \tag{13}$$

假定系统的初始状态为  $(x_{1i_0}, \dot{x}_{1i_0})$ , 相平面图如图 1 所示。故在图 1 上对应的初始状态为  $A(x_{1i_0}, \dot{x}_{1i_0})$ 。不妨设, 其在  $s_i > 0$  的区域内, 且  $\dot{x}_{1i_0} > 0$ , 现在来证明状态  $(x_1(t), x_2(t))$  能在有限时间内到达滑动面  $s = 0$ 。

将控制律式(6)带入到系统式(4)中可以得出:

$$\ddot{x}_1 = -\text{diag}(\text{sgn}(s))(\xi L + \eta) + r(q)\tau(q, \dot{q}, t) - \Gamma^{-1} \Lambda^{-1} (\dot{x}_{11}^{2-\frac{p_1}{q_1}}, \dots, \dot{x}_{1n}^{2-\frac{p_n}{q_n}})^T \tag{14}$$

利用式(14)可得:

$$\ddot{x}_{1i} = -\text{sgn}(s_i)(\|r_i(q)\|l + \eta_i) + r_i(q)\tau(q, \dot{q}, t) - \frac{q_i}{c_i p_i} \dot{x}_{1i}^{2-\frac{p_i}{q_i}} \tag{15}$$

因此, 对于  $s_i > 0$  和  $\dot{x}_{1i_0} > 0$ , 由式(15)可以得出:

$$\ddot{x}_{1i} = -(\|r_i(q)\|l + \eta_i) + r_i(q)\tau(q, \dot{q}, t) - \frac{q_i}{c_i p_i} \dot{x}_{1i}^{2-\frac{p_i}{q_i}} \leq -\frac{q_i}{c_i p_i} \dot{x}_{1i}^{2-\frac{p_i}{q_i}} \tag{16}$$

由式(16)可以得出  $\dot{x}_{1i}$  从初始值  $\dot{x}_{1i_0}$  开始, 能在有限时间  $t_1 =$

$\frac{c_i p_i}{p_i - q_i} \dot{x}_{1i_0}^{\frac{p_i}{q_i}-1}$  内变化到零, 同时状态曲线存在两种可能性, 如图 1

所示。一种是在  $\dot{x}_{1i}$  变化到零之前, 状态  $(x_{1i}, \dot{x}_{1i})$  已经到达滑动面, 这时由式(13)可知状态将保持在滑动面上并沿着滑动面收敛到零点;

另一种是状态  $(x_{1i}, \dot{x}_{1i})$  在有限时间  $t_1 = \frac{c_i p_i}{p_i - q_i} \dot{x}_{1i_0}^{\frac{p_i}{q_i}-1}$  内到达水平轴 ( $x_{1i}$  轴), 并假设到达水平轴上的点 B。

将证明状态能够离开水平轴并且在有限时间内到达滑动面。由式(15)可知, 在  $s_i > 0$  区域, 一定存在一个较小的正实数  $\delta$  使得当  $-\delta \leq \dot{x}_{1i}(t) \leq 0$  时满足:

$$\ddot{x}_{1i} \leq -\eta_i - \frac{q_i}{c_i p_i} \dot{x}_{1i}^{2-\frac{p_i}{q_i}} \leq -\eta_i + \frac{q_i}{c_i p_i} \delta^{2-\frac{p_i}{q_i}} = -\eta'_i \tag{17}$$

其中,  $\eta'_i > 0$ 。利用式(17)可知, 状态能够离开水平轴在  $t_2$  时刻到达  $\dot{x}_{1i}(t) = -\delta$  对应的点  $C(x_{1i}(t_2), -\delta)$ 。接下来, 则有  $\rho(\dot{x}_{1i}) \geq \rho(\delta)$ 。因此, 根据式(13)可以得出, 状态  $(x_{1i}(t), \dot{x}_{1i}(t))$  能够在有限时间内到达滑动面  $s_i = 0$ 。

若初始状态  $A'$  是在  $s_i < 0$  区域上时, 证明方法同上面是类似的(略), 同样也可以得出状态  $(x_{1i}(t), \dot{x}_{1i}(t))$  能在有限时间内到达滑动面  $s_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$ 。从而, 状态  $(x_1(t), \dot{x}_1(t))$  能在有限时间内到达滑动面  $s = 0$ 。

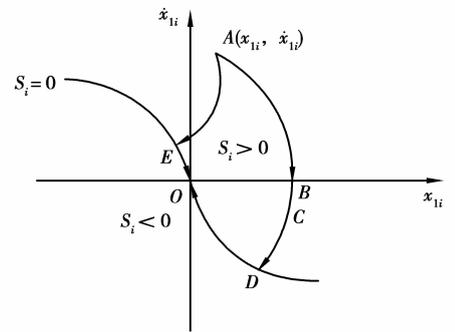


图 1 相平面示意图

(2) 系统状态  $(x_1(t), \dot{x}_1(t))$  沿着滑动面能够在有限时间内滑动到原点。假定系统状态在时间  $\tilde{t}$  时刻到达滑动面,当状态到达滑动面时,  $s(x_1, \dot{x}_1) = 0$ , 由式(5)可以得  $x_1 + \Lambda x_1^{\frac{p_i}{q_i}} = 0$ , 即  $x_{1i} + c_i \dot{x}_{1i}^{\frac{p_i}{q_i}} = 0, i = 1, 2, \dots, n$ 。进一步, 有  $-c_i \frac{dx_{1i}}{dt} = \frac{q_i}{x_{1i}^{\frac{q_i}{p_i}}}$ , 结果可以得出  $t_{is} = c_i^{\frac{p_i}{q_i}} \frac{p_i}{p_i - q_i} x_{1i}^{1 - \frac{q_i}{p_i}}(\tilde{t})$ , 其中,  $t_{is} (i = 1, 2, \dots, n)$  是满足状态沿滑动面  $s_i = 0$  收敛到零点所经历的时间。令  $t_s = \max\{t_{1s}, t_{2s}, \dots, t_{ns}\}$ , 可以得出状态  $(x_1(t), \dot{x}_1(t))$  从  $(x_1(\tilde{t}), \dot{x}_1(\tilde{t}))$  开始能在有限时间  $t_s$  内沿滑动面收敛到零点。

综上, 由此可以得出系统状态  $(x_1(t), \dot{x}_1(t))$  (即  $(x_1(t), x_2(t))$ ) 能够从任意初始状态在有限时间内收敛到原点, 即实际的关节角可在有限时间内跟踪上期望的关节角。定理证毕。

**注释1** 由于控制律式(6)中存在不连续的符号函数, 故在实际应用中系统会出现抖振现象, 为了削弱抖振, 类似于文献[13]中的方法, 可采用如下饱和函数代替控制律式(6)中的符号函数。

$$\text{sat}(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x) & |x| > \psi \\ \frac{x}{\psi} & |x| \leq \psi \end{cases} \quad (18)$$

其中,  $\psi > 0$  为饱和宽度。值得注意的是, 由于饱和函数的引入, 导致系统的抗扰动性能和收敛性能变差, 且即使外部扰动为零时, 也不能使状态在有限时间内收敛到零点。为此, 在此采用下面改进的饱和函数:

$$\text{gsat}(s) = \begin{cases} \text{sgn}(s) & |s| > \psi \\ \frac{|s|^\alpha \text{sgn}(s)}{\psi^\alpha} & |s| \leq \psi \end{cases} \quad (19)$$

来代替控制律中的符号函数得到下列控制器:

$$u = -M(q)[f(x_1, x_2, t) + \Gamma^{-1} \Lambda^{-1} (\dot{x}_{11}^{2-\frac{p_1}{q_1}}, \dots, \dot{x}_{1n}^{2-\frac{p_n}{q_n}})^T + \text{diag}(\text{gsat}(s))(\xi L + \eta)] \quad (20)$$

其中,  $\text{diag}(\text{gsat}(s)) = \text{diag}(\text{gsat}(s_1), \dots, \text{gsat}(s_n))$ 。

## 4 仿真实验

为了验证设计的控制器的效果, 引用文献[8]中给出的一个两关节机器人的例子进行 Matlab 数值仿真实验。动力学方程为:

$$\begin{bmatrix} m_{11}(q_2) & m_{12}(q_2) \\ m_{12}(q_2) & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\beta_{12}(q_2) \dot{q}_1^2 - 2\beta_{12}(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ \beta_{12}(q_2) \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1(q_1, q_2)g \\ \gamma_2(q_1, q_2)g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1(q_1, q_2) \\ \tau_2(q_1, q_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中:

$$m_{11}(q_2) = J_1 + (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2r_2^2 + 2m_2r_1r_2\cos(q_2), m_{12}(q_2) = m_2r_2^2 + m_2r_1r_2\cos(q_2);$$

$$m_{22}(q_2) = J_2 + m_2r_2^2, \beta_{12}(q_2) = m_2r_1r_2\sin(q_2);$$

$$\gamma_1(q_1, q_2) = (m_1 + m_2)r_1\cos(q_2) + m_2r_2\cos(q_1 + q_2), \gamma_2(q_1, q_2) = m_2r_2\cos(q_1 + q_2)。$$

系统参数取:  $r_1 = 1 \text{ m}, r_2 = 0.8 \text{ m}, m_1 = 0.5 \text{ kg}, m_2 = 1.5 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, J_1 = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_2 = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ; 外部干扰假设:  $\tau_1 = 0.1 \sin(\dot{q}_1), \tau_2 = 0.3 \cos(\dot{q}_2)$ 。控制器参数取:  $p_1 = 5, p_2 = 5, q_1 = 3, q_2 = 3, c_1 = 0.5, c_2 = 0.7, l = 2, \eta_1 = 1, \eta_2 = 1$ 。选取期望模型:  $q_{d1} = 1.25 - \frac{7}{5}e^{-t} + \frac{7}{20}e^{-4t}, q_{d2} = 1.25 + e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-4t}$ 。

若初始状态选取  $q_1(0) = 7.2, q_2(0) = -4.5, \dot{q}_1(0) = 2.7, \dot{q}_2(0) = -1.5$ 。则在控制律式(6)的作用下, 仿真结果如图2所示。图中虚线为被跟踪对象, 实线为机器人响应输出。由图2可以看出, 尽管可以得到很好的跟踪效果, 但是控制器存在严重的抖振现象。针对这种情况, 将利用如下的改进饱和函数代替控制律式(6)中的符号函数。

$$\text{gsat}(s) = \begin{cases} \text{sgn}(s) & |s| > 0.9 \\ \frac{|s|^{0.8} \text{sgn}(s)}{0.9^{0.8}} & |s| \leq 0.9 \end{cases}$$

在控制器式(20)的作用下,仿真结果如图 3 所示。由图 3 可知,在保证具有较高精度的跟踪控制下,而且还削弱了系统的抖振现象。

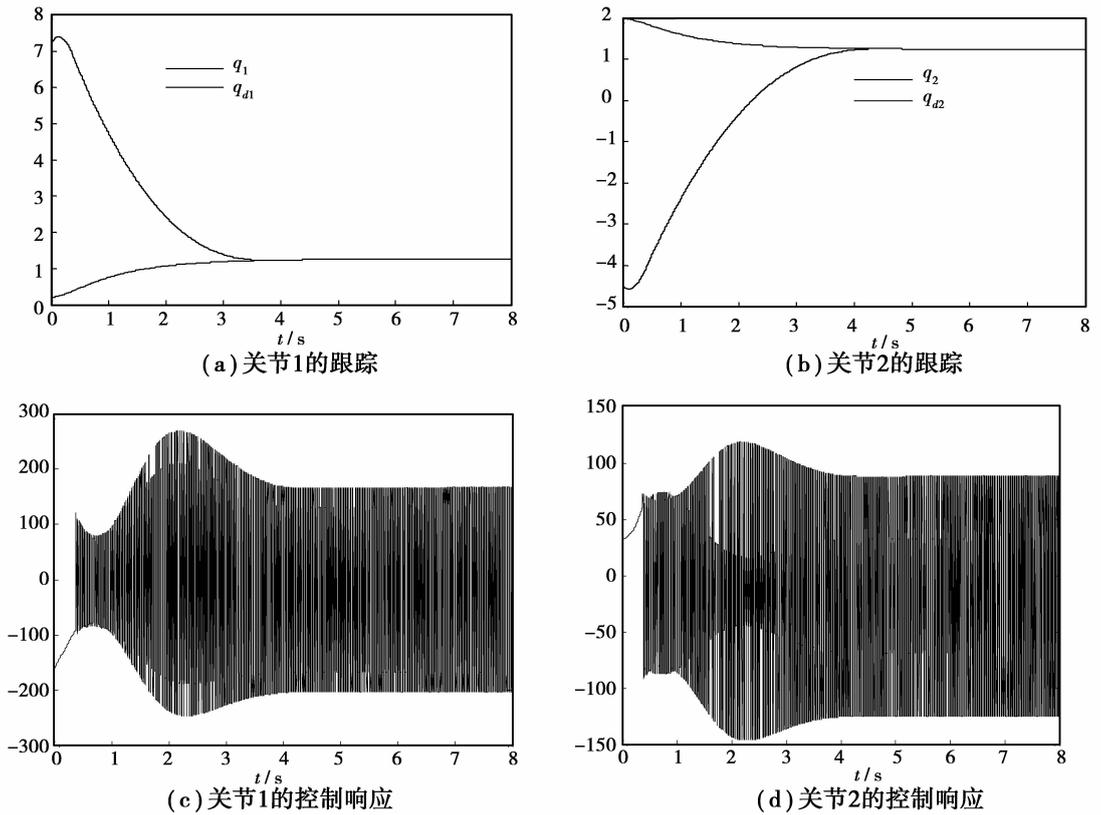


图 2 控制器式(6)下的状态响应曲线

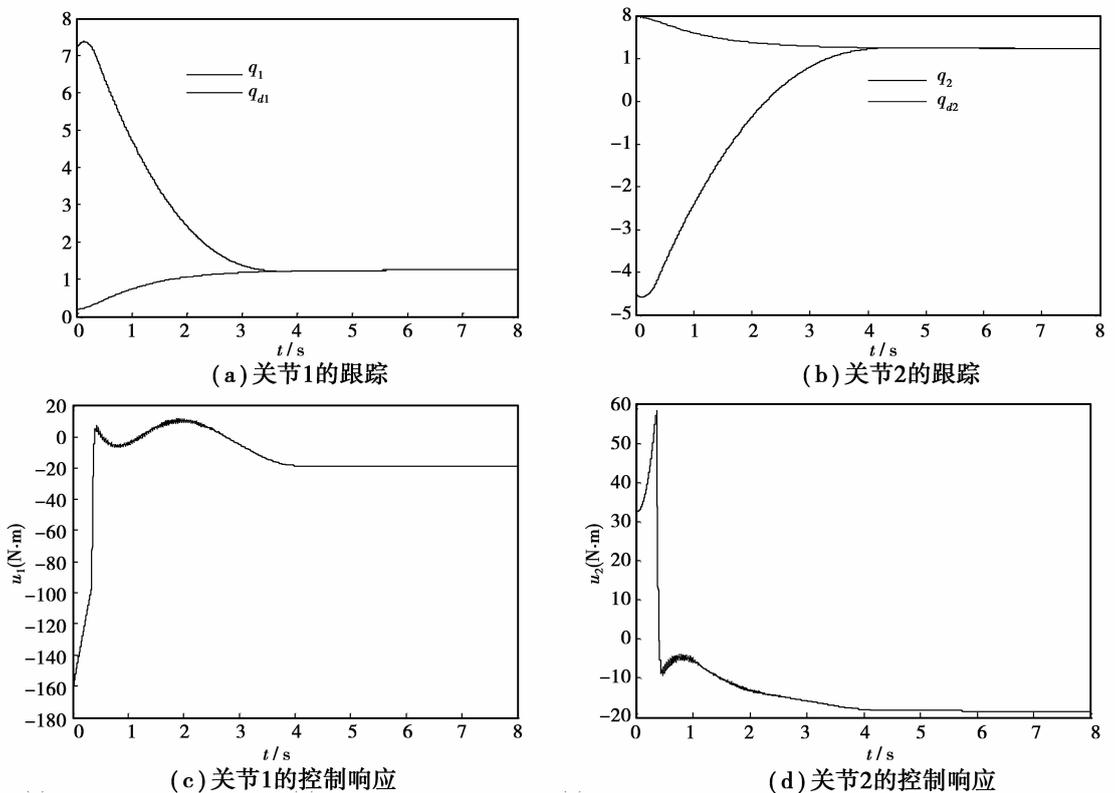


图 3 控制器式(20)下的状态响应曲线

## 5 结 语

在此针对具有不确定性干扰的多关节机器人系统的动力学模型特点,设计了全局有限时间终端滑模跟踪控制器,实现了对轨迹的完全跟踪。另外,针对系统的抖振问题,利用修正的饱和函数来代替控制律中的符号函数,从而消除了抖振,并且达到了很好的跟踪效果。

### 参考文献:

- [1] 张博,杜志江,孙立宁,等. 双足步行机器人步态规划方法研究[J]. 机械与电子,2008(4):52-55
- [2] 周云松,裴以建,余江,等. 双足行走机器人步态轨迹规划[J]. 云南大学学报:自然科学版,2006,28(1):20-26
- [3] 常江. 基于 ZMP 的双足机器人稳定性分析[J]. 佳木斯大学学报:自然科学版,2009,27(1):7-12
- [4] 范杰,黄石生. 机器人运动分析和动力学建模的一种简明方法[J]. 华南理工大学学报:自然科学版,1995,23(7):149-154
- [5] FURUTA T, TAWARA T, OKUMURA Y, et al. Design and construction of a series of compact humanoid robots and development of biped walk control strategies[J]. Elsevier Robotics and Autonomous Systems, 2001, 37(3):81-100
- [6] 高成,周云龙,徐心和. 双足机器人三自由度髋关节的滑模控制[J]. 沈阳工业大学学报,2006,28(3):278-281
- [7] 周云龙,项龙江,徐心和. 双足机器人的滑模控制[J]. 东北大学学报,2003,24(9):892-895
- [8] 穆效江,陈阳舟,张利国. 多关节机器人的非奇异终端模糊滑模控制[J]. 北京工业大学学报,2008,34(9):920-924
- [9] 高为炳. 变结构控制理论基础[M]. 北京:中国科学技术出版社,1990
- [10] 胡剑波,庄开宇. 高级变结构控制理论及应用[M]. 西安:西北工业大学出版社,2008
- [11] FENG Y, YU X H, MAN Z. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(9):2159-2167
- [12] 肖南峰. 仿人机器人[M]. 北京:科学出版社,2008
- [13] 冯勇,鲍晟,余星火. 用于刚性机械手的无抖振快速终端滑模控制[J]. 控制与决策,2002,17(3):381-384
- [14] 彭东林,肖伟,郑方燕,高忠华. 基于时栅传感器的编码器信号分析[J]. 重庆理工大学学报:自然科学版,2011,25(1):82-84

## Tracking Control of Multi-linked Robots Based on Terminal Sliding Mode

**ZHU Dao-hong, CHAI Yu**

(School of Electrical and Control Engineering, Xi'an University of Science and Technology,  
Xi'an 710054, China)

**Abstract:** For the trajectory tracking control problem of multi-linked robots with uncertain disturbances, a global finite-time tracking controller is proposed based on terminal sliding mode control method. Firstly, according to the features of dynamic model of multi-linked robots, the trajectory tracking sliding mode controller is designed based on nonsingular terminal sliding mode control technology and sliding mode design theory. Under the action of the designed controller, the tracking error not only reaches the terminal sliding mode surface from any initial states but also converges to the origin along the sliding mode surface in finite time. Secondly, due to the non-linear continuity of the controller, the chattering phenomenon occurs. To this phenomenon, a modified saturation function is utilized to substitute the sign function in the designed controller, and thus the chattering can be eliminated. Finally, simulation results verify the effectiveness of this method.

**Key words:** multi-linked robots; terminal sliding mode control; chattering