文章编号:1672-058X(2011)01-0090-04

Matlab实现蒙特卡洛法在箱梁施工可靠度中的应用

陈 健,盘钦卿,王卫星
(重庆交通大学 管理学院,重庆 400074)

摘 要:介绍了Matlab实现蒙特卡罗法方法,同时阐述了施工可靠度和结构可靠度的概念;以30 m箱梁为实例,介绍了Matlab实现蒙特卡罗法方法在箱梁施工可靠度中的应用。

关键词:Matlab;蒙特卡罗法方法;施工可靠度
中图分类号:TU75 **文献标志码**:A

1 Matlab实现蒙特卡罗法方法介绍

1.1 蒙特卡罗方法介绍

蒙特卡罗方法(Monte Carlo Method)是一种采用统计抽样理论近似求解数学问题或物理问题的方法,所以蒙特卡罗方法又称统计实验方法或随机模拟方法,是随着电子计算机的发展而逐步发展起来的一种独特的数值方法。蒙特卡罗方法可以解决不确定性问题,也可以解决确定性问题。利用蒙特卡罗方法解决问题,其基本思想是:首先建立与描述该问题有相似性的概率模型,并利用这种相似性把这个概率模型的某些特征(如随机变量的均值、方差)与数学计算问题的解答联系起来,然后对模型进行随机模拟或统计抽样,最终利用所得结果求出这些特征的统计估计值作为原来的数学计算问题的近似解。

1.2 Matlab实现蒙特卡罗法方法介绍

1.2.1 参数为常见分布形式

对于常见的参数分布形式,MATLAB提供的23种随机变量分布类型的随机数发生器,如正态分布、对数正态分布、泊松分布、威布尔分布等(这些分布基本包括了工程实际中出现的变量分布情况),可直接产生变量以代入功能函数,省去了可能会带来很大麻烦的求分布函数反函数这一步,极大地提高了效率。可利用MATLAB的强大数值计算功能,实现在MATLAB统计工具箱中采用蒙特卡罗直接抽样计算结构可靠度。为说明方法实现过程,暂假定基本变量X_i服从$N_i(\mu_i,\sigma_i 2)$的正态分布,功能函数为$g(X_1,X_2,\cdots,X_n)$,假定蒙特卡罗法模拟次数为$m\times m$次,则计算步骤如下:

步骤一:利用正态随机数发生指令$x=$normrnd(Mu,Sigma,m,m)产生$m\times m$的随机变量数组$X_i(k,l)$ $(i=1,2,\cdots,n,k,l=1,2,\cdots,m)$;

步骤二:利用Matlab的矩阵运算功能,将产生的随机数组$X_i(i=1,2,\cdots,n)$代入功能函数$g(X_1,X_2,\cdots,X_n)$中,通过矩阵运算,得到功能函数值矩阵为$m\times m$次矩阵g;

步骤三:统计功能函数值矩阵g的元素$g(k,l)$($k,l=1,2,\cdots,m$),其中小于零的元素个数为a,则失效概率为$P_f=\dfrac{a}{m\times m}$,可靠度为$P=1-P_f$。

对于其他的参数分布形式,只要是Matlab统计工具箱中提供的23种分布形式,只要在“步骤一”中采用相应的随机数发生指令产生所需分布的随机变量数组即可。方法优点在于:直接利用Matlab统计工具箱的随机数发生器产生相应分布形式的随机数,不必求分布函数的反函数;利用Matlab强大的矩阵运算功能,省去了其他编程方法中为实现蒙特卡罗方法$m\times m$抽样,则需要进行$m\times m$次循环过程,大大的提高了计算效率。

收稿日期:2010-07-02;**修回日期**:2010-09-01.

作者简介:陈健(1985-),男,四川绵阳人,硕士研究生,从事工程项目实施过程控制研究.

1.2.2　参数为不常见分布形式

实际工程中，统计得到的结构功能函数中的各参数分布不一定符合 Matlab 统计工具箱中提供的 23 种分布形式，当不符合时，就没有相应的随机数发生器产生所需要分布形式的随机变量数组，现将利用 Matlab 统计工具箱，采用经验抽样法，实现蒙特卡罗法计算结构可靠度。

（1）基本思想。根据经验分布抽样法，在实际问题中，数据的分布函数 $F(X_i)$ 往往未知，此时，利角观测数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 可建立观测数据（样本）的经验分布函数 $F_n(X_i)$，利用 n 充分大时"$F_n(X_i) \approx F(X_i)$"的事实，产生 $F_n(X_i)$ 的随机数，并将其近似地看成 $F(X_i)$ 的随机数。产生随机数过程如下：① 产生 $r \sim U(0,1)$，记 $Y=(n-1)r, I=[Y]+1$；② 取 $X_i = x(I)+(I-Y)(x(I+1)-x(I))$，则 X_i 近似为 $F(X_i)$ 的随机数。

（2）方法实现步骤。方法实现的过程主要分为 4 个步骤：调查参数样本值，经验分布抽样，计算功能函数值矩阵，计算可靠度，具体步骤如下：

步骤一：调查参数样本值：根据问题的复杂程度、计算的精度和可能提供的现场条件，确定调查所需样本量 N 后，对所有需观测的参数 X，根据调查得到该参数的 N 个实测样本值 $x_1, x_2, \cdots, x_n$；

步骤二：由经验抽样法抽样产生参数分布近似随机变量数组 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$

步骤三：将各个近似符合各个相应参数分布的随机变量数组 $X_i(i=1,2,\cdots,n)$ 代入功能函数计算功能函数值矩阵 g；

步骤四：统计功能函数值矩阵 g 小于零的元素个数，得到失效概率 P_f，进而得到可靠度 $P=1-P_f$。

2　基于结构可靠度原理对箱梁施工质量进行监理的思想

2.1　施工可靠度的概念

借鉴结构可靠度的概念即"结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的概率"。如果定义"规定的时间"为"桥梁施工养护完毕时刻"，"规定的条件"定义为"设计荷载作用"，"预定的功能"定义为"桥梁设计目标承载能力"，则可定义施工可靠度为："施工完毕状态下，桥梁达到设计目标承载能力的概率"。

2.2　施工可靠度与结构可靠度的区别

桥梁结构可靠度、桥梁结构施工过程可靠度和桥梁结构施工可靠度在定义上是有本质区别的：桥梁结构可靠度是桥梁结构在设计使用期内，在设计荷载作用下，满足预定功能的概率；桥梁结构施工可靠度是桥梁处于某一施工状态下，承受施工荷载作用时，满足预定功能的概率；桥梁施工可靠度是桥梁在施工完毕时，结构的达到设计功能指标的概率。

桥梁结构可靠度和桥梁结构施工过程可靠度，关注的是结构的抗力与荷载效应之间的关系；而桥梁结构施工可靠度关注的是施工出来的桥梁结构状态与桥梁设计要求之间的关系。因而桥梁施工可靠度可以反映桥梁的施工质量，即可以用桥梁施工可靠度评判桥梁的施工质量。

2.3　施工可靠度评判箱梁施工质量的思想

结构构件设计状态下，各个参数 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 均取设计值，而由于施工过程的偶然性如环境、认为因素等，实际施工出来的产品各个参数必然也是随机变量 $X_1T, X_2T, \cdots, X_nT$，实测参数相对参数设计值存在的偏差可正可负，导致实际结构抗力 RT 与结构抗力 R 之间的关系存在以下 3 种情况：施工达不到设计要求：$RT < R$；施工正好达到设计要求：$RT = R$；施工满足设计要求：$RT > R$。

因此在考察施工可靠度时，只要将实测参数值带入极限状态抗力公式得到实测结构抗力值 RT，同时将各参数设计值代入极限状态抗力公式得到结构的设计抗力值 R，就可以判断施工失效与否。这里施工失效并不意味着结构失效，只是说明施工未达到设计要求，故可以用施工可靠度来衡量施工质量。

如果能够得到足够多的实测参数值作为样本，则可以通过统计，得到施工的失效概率，来反应施工质量，对施工质量做出评判，这就是施工可靠度评判施工质量的思想。

3　计算实例

以标准跨径 $L=30$ m 的箱梁为例，其构造参照相关标准设计图。由于受调查条件限制，不易取得样本值。故只选取了部分参数进行研究，作为变量调查的参数设计值如下：箱梁顶板宽 $b_1=2.20$ m，底板宽度 $b_2=1.00$ m，顶板厚度 $h_1=0.18$ m，底板厚度 $h_2=0.18$ m，箱梁高度 $h=1.60$ m，腹板厚度 $t=0.18$ m，混凝土抗压强度设计值为 $f_{cd}=22.4$ MPa。

3.1 箱梁施工可靠度计算

根据前文所提“施工可靠度”概念,现着重研究的是箱梁的施工质量,故采用各参数设计值代入箱梁极限承载力表达式,作为荷载效应S;将实测参数代入承载力公式得到箱梁极限承载力的抗力值R。对于功能函数$Z=R-S$,当功能函数$Z=R-S<0$时,结构失效。这此结构失效不表示结构在设计荷载作用下结构真正破坏,而是表示实际施工得到的箱梁承载力没有达到箱梁的设计承载能力。

采用蒙特卡罗方法计算结构可靠度,需要的随机样本数是一个很大的数,才能保证计算的精度,但实际调查的样本数有限,故采用经验抽样法产生足够的抽样样本。

为观察蒙特卡罗方法计算结构可靠度收敛情况,分别计算了$10^2\sim640^2$次抽样情况的计算结果,每种抽样次数均计算了10次,以观察其计算结果收敛性。图1为可靠度计算结果随抽样次数收敛图,通过计算得到结构正截面抗弯极限承载能力可靠度如表1。

表1 不同抽样次数施工可靠度

抽样次数	10^2	20^2	40^2	80^2	160^2	320^2	640^2
1	0.940 000	0.952 500	0.963 125	0.963 281	0.964 766	0.964 443	0.964 897
2	0.990 000	0.987 500	0.965 625	0.967 031	0.966 602	0.964 854	0.964 336
3	0.990 000	0.975 000	0.969 375	0.962 344	0.964 531	0.965 293	0.964 607
4	0.970 000	0.960 000	0.965 625	0.962 188	0.966 289	0.965 186	0.964 587
5	0.990 000	0.970 000	0.960 000	0.960 781	0.963 750	0.963 662	0.964 788
6	0.970 000	0.952 500	0.961 250	0.966 250	0.962 969	0.965 762	0.964 832
7	0.950 000	0.952 500	0.966 875	0.966 563	0.963 672	0.964 971	0.964 329
8	0.920 000	0.967 500	0.956 875	0.966 094	0.963 711	0.964 844	0.964 705
9	0.970 000	0.967 500	0.965 625	0.965 781	0.965 586	0.965 557	0.964 465
10	0.980 000	0.957 500	0.970 000	0.966 406	0.965 664	0.965 156	0.964 761

由图1可知当抽样次数达到160^2时,可靠度计算结果稳定性已经比较好,误差在0.2%以内,一般采用蒙特卡罗方法计算可靠度时,抽样的次数取400^2次,即16万次,认为计算结果精度满足工程应用。该方法抽样16万次,计算时间只需要1~2 s,计算效率非常高。在后面利用蒙特卡罗方法进行箱梁可靠度参数分析时,抽样次数都采用16万次。

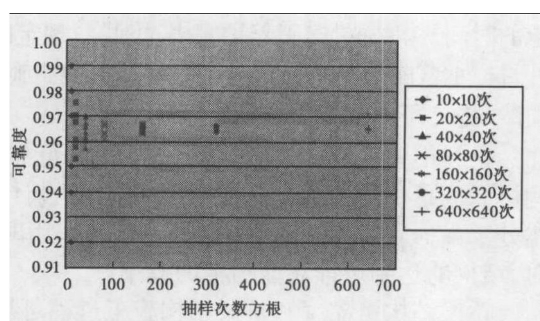

图1 可靠度计算结果随抽样次数收敛图

根据施工可靠度的概念知道,施工可靠度越高,施工质量越高。计算得到的施工可靠度在0.964左右,说明箱梁施工质量在统计概率意义上,每100片箱梁有3.6片可能是没有达到设计要求的,认为所调查的箱梁施工质量并不理想,需进一步加强施工质量管理,提高施工水平。

3.2 箱梁施工可靠度参数分析

采用上述“Matlab实现蒙特卡罗法”的方法,可以很方便的对箱梁结构可靠度进行参数分析。假定各个参数分布形式为正态分布,利用Matlab统计工具箱可以直接产生符合各个参数分布的正态分布的随机变量数组,通过改变各个参数正态分布的特征系数均值和变异系数,来考察各个参数均值和变异系数的改变对结构可靠度的影响。对箱梁正截面抗裂可靠性进行参数敏感性分析,选取的参数包括箱梁顶板宽b_1、底板宽度b_2、顶板厚度h_1、底板厚度h_2、箱梁高度h及腹板厚度t。参数敏感性分析主要考察各个参数对结构可靠度的相对影响,故采用各参数设计值代入箱梁正截面抗裂表达式,作为荷载效应S;将实测参数代入承载力公式得到的箱梁极限承载力的抗力值R。对于功能函数$Z=R-S$,当功能函数$Z=R-S<0$时,结构失效,如此处理进行参数敏感性分析。$0.85\sigma_{pc}-\sigma_{st}$由《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范JTG D62—2004》第6.3条,正截面抗裂功能函数为$Z=0.85\sigma_{pc}-\sigma_{st}$,当$Z<0$时为失效状态。

为考察各个参数均值偏离设计值时对箱梁正截面抗裂可靠度的影响,在假定箱梁各个参数服从正态分布,变异系数为0.02不变,改变其中一个参数X_i的均值(偏移设计均值量从-20 mm到20 mm,每隔2 mm计算1次),其他参数的均值设定为设计值。

当所有参数的均值偏移量为零时,由于正态分布具有对称性,显然此时的失效概率为0.5,所以图2中各线交点在可靠度等于0.5的点,因为在此处各统计参数曲线状态是相同的,即“各参数均值偏差为零,变异系数为0.02”。需要说明的是,这里的可靠度指结构施工可靠度,用来评判施工质量,而不是结构可靠度;

而这里关注的是各参数均值偏移对施工可靠度的相对影响,而不是绝对量。

由图2中各统计参数曲线斜率可知,曲线斜率为正(梁高度曲线),说明该参数对箱梁跨中正截面抗裂影响是随参数的增大,抗裂可靠性提高;反之,曲线斜率为负的线(顶板宽度曲线、底板宽度曲线、顶板厚度曲线、底板厚度曲线、腹板厚度曲线),表明该参数对箱梁跨中正截面抗裂可靠性的影响是"随着参数的增大,抗裂可靠性减小"。从箱梁跨中正截面抗裂可靠性的角度上看,当跨中正截面抗裂不能保证时,应适当增大斜率为正的参数的设计值或减小斜率为负的参数的设计值,当然这种增大或减小都需要满足其他性能要求,设计的过程就是要寻求满足各性能要求下,做到最经济。

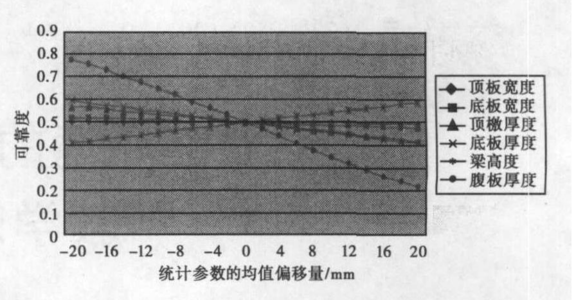

图2　各统计参数均值偏离对箱梁正截面抗裂影响

由图2可以进一步发现,箱梁的高和腹板的厚度对箱梁跨中正截面抗裂影响最大,故在施工中首先要尽量保证这两个截面尺寸偏离设计值较小。由于底板厚度曲线和腹板厚度曲线斜率为负,在实际设计中,在箱梁跨中截面较箱梁支点截面底板厚度和腹板厚度要适当减小,因此从箱梁跨中正截面抗裂可靠性的角度上考虑该设计是合理的。

4　小　结

对桥梁施工可靠度进行计算分析,并在基于结构可靠度原理对箱梁施工质量进行监理。能在实际的施工过程及竣工验收过程中贯彻落实这一思想,能有效的降低桥梁正常使用中的风险,减少各类安全事故的发生。蒙特卡罗方法具有"精度随所抽样次数增大而增大"的优点,但是却存在"运算量随抽样次数增大而急剧增加"的缺点,导致一般程序进行蒙特卡罗法计算时,计算效率低。通过Matlab统计工具箱,利用Matlab强大的矩阵运算功能,并结合经验抽样法,实现了蒙特卡罗方法计算,具体阐述了方法的实现步骤,并通过算例证明方法计算效率非常高。

参考文献:

[1] 张建仁,张起森.公路工程结构可靠度理论及其应用[M].人民交通出版社,1995
[2] 张建仁,刘扬,许福友,等.结构可靠度极其在桥梁工程中的应用[M].人民交通出版社,2003
[3] 王良斌.高速公路工程监理工作体会[J].中南公路工程,1998(2):20-27
[4] 范立础,徐光辉.桥梁工程:上册[M].人民交通出版社,2003
[5] 张洪海,张志贤.津晋高速公路桥梁设计特点与体会[J].天津市政设计,2003(4):80-84
[6] 韦柳梅,陆勇,于森,等.结构可靠度计算方法综述[J].广西大学学报,2006(2):70-73
[7] 高子兰,李彦军.可靠度计算方法浅议[J].水利规划与设计,2006(4):70-75
[8] 毕宗伟,丁德馨,饶龙.工程可靠度的随机模拟次数[J].水利水运工程学报,2005(3):20-25
[9] 张艳,黄敏,赵宇,等.基于置信分布的系统可靠度评估蒙特卡罗方法[J].北京航空航天大学学报,2006(4):200-204
[10] 刘文潮,赖国伟,孙金辉.基于遗传算法和Matlab的一种可靠度计算方法[J].水电能源科学,2005(2):90-95

Application of Monte Carlo Method Realized by Matlab to the Reliability of Box-girder Construction

CHEN Jian, PAN Qin-qing, WANG Wei-xing

(School of Management, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: This paper introduces Monte Carlo Method realized by Matlab, expounds the concept of construction reliability and structure reliability and takes 30cm box-girder as an example to reveal the application of Monte Carlo Method realized by Matlab to reliability of box-girder construction.

Key words: Matlab; Monte Carlo Method; construction reliability

责任编辑:田　静