裂纹几何约束研究现状分析及挑战

丁 平[1,2],屈 亮[1,2],叶 鹏[1,2],许 磊[1,2]
1. 重庆工商大学,机械工程学院,重庆 400067
2. 智能装备绿色设计与制造重庆市重点实验室,重庆 400067

摘 要:目的 较之于仅基于 J 积分的传统单参数方法,引入第二个参数(约束参数)的两参数法可更精确描述约束(特别是低约束)状态下的裂尖场。几何约束参数作为最主要的约束参数在线弹性及弹塑性断裂力学领域得到广泛研究。深入理解几何约束参数的研究和发展现状、从而明确其面临的挑战及未来发展趋势至关重要。**方法** 通过归纳和分析断裂研究中几何约束相关文献,对四个主要几何约束参数(T、Q、A_2、A)的研究现状进行分析、阐述和总结,包括其值的确定(解析、数值求解方法和工程评估方法)及影响因素(裂纹类型、模型几何尺寸、载荷及材料性能)等两个主要方面。**结果** 探明了现有研究的缺乏和不足之处。**结论** 基于此,明确了几何约束参数在解析解的获得、多因素耦合效应的影响、评估方法的发展及不同裂纹类型等方面研究所面临的挑战;同时,分析并阐明了相关研究在载荷对约束影响、裂纹类型对约束影响、弯曲载荷下约束参数修正及三维模型中约束参数间关系等主要方面的未来发展方向。

关键词:裂纹约束;约束参数;挑战;发展方向
中图分类号:TH114 **文献标识码:**A doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2025.0002.006

Analysis and Challenges of Current Research on Crack Geometric Constraints

DING Ping[1,2], QU Liang[1,2], YE Peng[1,2] XU Lei[1,2]
1. School of Mechanical Engineering, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China
2. Chongqing Key Laboratory of Green Design and Manufacturing of Intelligent Equipment, Chongqing 400067, China

Abstract: Objective The two-parameter method, which introduces a second parameter (constraint parameter), can more accurately describe the crack tip field in the constrained (especially low-constrained) state than the traditional one-parameter method based on J-integral only. Geometric constraint parameters, as the most important constraint parameters, have been widely investigated in the fields of linear elastic and elastic-plastic fracture mechanics. It is crucial to thoroughly understand the current research and development status of geometric constraint parameters to clarify their challenges and future trends. **Methods** By summarizing and analyzing literature related to geometric constraints in fracture studies, the current research status of four main geometric constraint parameters (T, Q, A_2, A) was analyzed, elucidated, and summarized, including determination of their values (analytical, numerical solution methods, and engineering evaluation methods) and influencing factors (crack type, model geometry, load, and material properties). **Results** The shortcomings and deficiencies of existing research have been identified. **Conclusion** Based on this, the challenges faced by research on geometric constraint parameters in obtaining analytical solutions, the influence of multifactor coupling effects, the development of evaluation methods, and different types of cracks are clarified. Additionally, future

收稿日期:2023-02-17 **修回日期:**2023-04-20 **文章编号:**1672-058X(2025)02-0041-08
基金项目:重庆自然科学基金面上项目(CSTB2023NSCQ-MSX0762);重庆工商大学高层次人才项目(1956010);重庆工商大学科研项目(1952043);重庆工商大学研究生创新项目(YJSCXX2023-211-164).
作者简介:丁平(1969—),男,江苏无锡人,博士(后),教授,从事固体力学研究.
通讯作者:屈亮(1993—),男,四川广安人,硕士研究生,从事固体力学研究. Email:2021311008@email.ctbu.edu.cn.
引用格式:丁平,屈亮,叶鹏,等. 裂纹几何约束研究现状分析及挑战[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2025,42(2):41-48.
DING Ping, QU Liang, YE Peng, et al. Analysis and challenges of current research on crack geometric constraints[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2025, 42(2): 41-48.

development directions are analyzed and elucidated, including the impact of loads on constraints, the influence of crack types on constraints, constraint parameter corrections under bending loads, and the relationship between constraint parameters in three-dimensional models.

Keywords: crack constraint; constraint parameter; challenges; development direction

1 引 言

断裂力学研究基于裂纹尖端应力和应变场(裂尖场)的表征。经典弹塑性断裂力学中,裂尖场通常利用 J 积分描述。基于 J 积分的断裂力学单参数方法通常仅在高约束时可精确表征裂尖场,而在低约束时表征不够精确。实际工程结构中多呈现低约束状态,基于单参数法的分析设计及评估其结果因而通常趋于保守,从而导致工程实践中人工和资源的浪费。

为精确表征低约束下裂尖场,在以 J 积分描述载荷的基础上,第二个参数被引入用以表征裂尖场的几何约束效应。Rice[1] 指出裂尖应力场级数展开式的第二项(T 应力)可用以表征线弹性裂尖约束效应。Betegon 和 Hancock[2] 的研究表明,约束参数 T 也适用于弹塑性裂尖场。O'Dowd 和 Shih[3] 基于塑性变形能理论发展了约束参数 Q,Q 为裂尖应力场与参考应力场间差值。Yang 等[4] 对弹塑性裂尖场渐近展开高阶项进行了完整分析,提出了约束参数 A_2。Nikishkov 等[5] 则建议了 A_2 的归一化形式,即约束参数 A。不同于约束参数 Q,约束参数 A_2 及 A 与研究位置至裂尖的距离无关。研究表明,现有的四个主要几何约束参数,T、Q、A_2 和 A,均可有效表征裂尖几何约束效应。

本文对几何约束参数 T、Q、A_2 和 A 的计算与评估、影响因素、修正等方面研究进行归纳分析,并简要介绍作者目前开展的相关研究。基于以上归纳分析结果,文章提出并阐述这四个主要几何约束参数在今后研究中面临的挑战及可能的发展方向,以期为相关科研人员开展下一步研究工作提供参考依据。

2 约束参数 T 研究现状及分析

2.1 约束参数 T 的解

约束参数 T,即 Williams 线弹性裂尖场中第二项的幅值,通常被称为 T 应力。正值的 T 应力表明裂尖约束水平较高,而负值则表示较低的裂尖约束水平。目前,计算 T 应力值的解析方法主要包括权函数法[6]、格林函数法[7] 和应力差分法[8] 等。

对于复杂的几何结构和载荷形式,Wang[9] 提出了适用于特定裂纹几何及任意给定简单应力场下的 T 应力数值计算方法。此外,Wang[10] 还通过将简单局部载荷(如均匀、线性、抛物线载荷)下的 T 值叠加,得到复杂局部载荷下的 T 数值解。

与解析法相比,上述数值方法虽可用于计算复杂裂纹几何和加载状态下 T 值,但在求解简易性和精确性方面尚显不足。

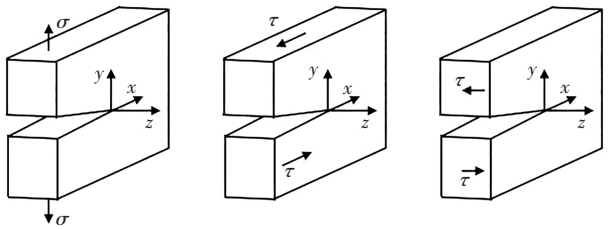
2.2 约束参数 T 对几何约束的表征

研究表明,裂纹类型、裂纹尺寸、载荷形式和材料性能等因素均对裂纹几何约束效应产生影响。上述因素对几何约束效应的影响可通过几何约束参数值的变化体现。本节归纳分析约束参数 T 值对约束效应表征的相关研究。

根据几何特征,裂纹通常被分为穿透裂纹、表面裂纹和深埋裂纹。研究发现,穿透和表面裂纹前沿最大 T 应力值均出现在裂纹前沿中点(或中间平面)且均为负值[11];T 沿穿透裂纹前沿的变化相对表面裂纹较小[12]。此外,深埋裂纹[13] 中 T 应力变化也得到相应研究。

关于裂纹尺寸对几何约束的影响,基于 T 应力的研究主要针对贯穿裂纹中 a/W(相对裂纹深度)[12]、表面裂纹中 a/t(裂纹深度与试样厚度之比)和 a/c(裂纹深度与椭圆裂纹半长之比)[11] 的变化展开。

在实际工程结构中,裂纹周边受载状况复杂多变。研究者基于 T 应力研究了不同载荷状态对约束的影响,如单、双轴载荷[14]、弯曲载荷[15]、局部载荷[10] 和动态载荷[16] 等。此外,一种常见裂纹分类(图 1)本质上也反映了裂纹的受载形式。三种裂纹类型间组合所体现的复合加载对约束的影响也受到了研究者关注[17]。总体而言,不均匀加载和动态加载方面的研究仍相对不足。



(a) 张开型(Ⅰ型) (b) 滑开型(Ⅱ型) (c) 撕开型(Ⅲ型)

图 1 按受载模式划分的裂纹类型

Fig. 1 Crack types by load mode

几何约束参数还可反映材料机械性能对约束效应的影响。基于 T 应力的表征,研究者广泛研究了主要材料性能对约束效应的影响,如弹性模量 E[18]、硬化指数 n[19] 和泊松比 υ[14] 等。

2.3 约束参数 T 的评估

工程实践中,裂纹结构及受载均较为复杂,难以通

过解析方法确定约束参数的值。而使用数值方法则需耗费大量计算资源和时间,无法满足实际工程需求。因此,研究和发展约束参数评估方法对于工程实践中快速简便确定约束参数值意义重大。

断裂关键位置的约束参数评估是研究的重点。Wang[14]给出了半椭圆表面裂纹在拉伸和弯曲载荷下最深点(位置点和裂尖连线与表面的夹角 $\varphi=90°$)、表面点($\varphi=5°$)及近表面点($\varphi=45°$)三个关键位置的 T 应力评估公式。Qu 和 Wang[11]建议了椭圆角裂纹表面点($\varphi=5°$)与最深点($\varphi=86.25°$)处的 T 评估过程。Jin 等[17]发展了 I-II 混合模型 CCP(中心裂纹拉伸)试样特定位置的 T 应力评估公式。

近年来,约束参数评估方法及公式的研究逐渐受到关注。评估 T 应力的研究目前仅限于 CCP 等特定试样,针对其他典型试样如 SECP(单边裂纹拉伸)、DECP(双边裂纹拉伸)等的 T 应力评估方法及公式尚待进一步研究和发展。这些研究对于实际工程中的断裂分析和结构设计具有重要应用价值。

3　约束参数 Q 研究现状及分析

3.1　约束参数 Q 的解

多数研究者认为,随载荷增加及相应裂尖塑性区扩大,作为弹性变量的 T 应力已不再适合表征约束效应。

O'Dowd 和 Shih[3]提出使用 $Q_{HRR}(Q)$(全应力场解 σ_{ij} 和 HRR 解 σ_{ij}^{HRR} 之间的差值幅值)作为表征裂尖约束效应的参数。正的 Q 值代表裂尖约束水平较高,反之,则表示较低裂尖约束水平。

目前尚无解析方法以计算 Q 解。数值方法中,目前常用的为点匹配法[4,20],即通过计算分析裂纹前沿特定位置(如 $\theta=0, r=2\ J/\sigma_0$)处应力差获得 Q 值。当参考场为小范围屈服(SSY)场时,所得 Q 解通常表示为 Q_{SSY};当参考场为 HRR 场时,则表示为 Q_{HHR}。

3.2　约束参数 Q 对几何约束的表征

研究表明,约束参数 Q 在穿透裂纹[21]、半椭圆表面裂纹[22]、角裂纹[22]和深埋椭圆裂纹[23]的裂尖场中均可提供相对简单的应力三轴性评价。

作为约束参数,Q 和 T 一样可表征裂纹尺寸对约束的影响。穿透裂纹和表面裂纹中间平面上 Q 值通常随 a/W 增大而增加[24],表面裂纹中 Q 随 a/c 增大而减小[25]。

Q 值在单轴拉伸[15]、双轴拉伸[26]、受弯[20]、非比例[27]及动态[16]加载条件下的变化均已被分析研究。此外,Oskui 等[28]探讨了试样在 I-II 复合加载模式(参见 2.2 节)下 Q 的依赖性和变化规律。

实际工程结构承受不同形式载荷时,各载荷之间会产生耦合效应。尽管针对单一载荷的相关研究已开展地较广泛,但无论是基于约束参数 Q 还是 T,关于不均匀和动态载荷及它们耦合作用下的约束表征研究仍相对较少,需要进一步系统和深入地探讨。

材料性能对约束效应的影响同样可通过 Q 值体现。材料屈服强度 σ_0 越大,Q 值越大[29],而硬化指数 n 越大,Q 值则越小[29]。

3.3　约束参数 Q 的修正

在主要承受弯曲载荷的模型中,如 CT(紧凑拉伸)和 SEB(三点弯曲)试样,在大范围屈服(LSY)或全塑性条件下,整体弯曲会显著影响裂尖场[30],导致 $J-Q$ 两参数理论无法准确描述大塑性变形下裂尖场。

为消除整体弯曲对裂尖场的影响,Zhu 和 Leis[31]提出了弯曲修正 $J-Q$ 解。其中,包含一个附加参数 M(韧带横截面中心的单位厚度弯矩),用以反映整体弯矩对裂尖场的影响。在 LSY 或全塑性受弯模型中,约束参数 Q 在很大程度上依赖于施加的 J 值,而修正后的 Q 趋于常数。此外,Q 值还依赖于研究区域与裂纹尖的相对位置,而修正后 Q 值在相同加载条件下与位置无关。

4　约束参数 A_2 研究现状及分析

4.1　约束参数 A_2 的解

Yang 等[4]基于 I 型裂纹平面应变条件下的塑性变形理论推导出弹塑性断裂裂尖高阶渐进场,并由此提出了约束参数 A_2。与同样主要适用于弹塑性状态的 Q 相比,A_2 具备其值不随位置改变的优势[4]。

受限于数学和力学相关基础理论的发展,目前尚无解析方法获得 A_2 的解。而借助数值方法,通常可通过两种途径确定其解。其一,利用点匹配法[4,20]确定 A_2 值,该方法基于裂纹前沿特定位置处(如 $\theta=0, r=2\ J/\sigma_0$)应力值进行求解。其二,使用直接加权平均法[32]获得。

此外,也可利用试验方法获得 A_2 值。Chao 和 Lam[33]证明,可通过测量裂尖开口位移($CTOD$)确定 A_2 值。

4.2　约束参数 A_2 对几何约束的表征

针对穿透裂纹,典型模型如 MBL(三维修正边界层)模型[34]以及 SECP[35]、CT[36]、SEB[36]和 CIET(内侧边裂纹 C 形拉伸)[36]等试样中的约束参数 A_2 被广泛研究。此外,研究者们也针对半椭圆表面裂纹[37]和表面角裂纹[22]中的 A_2 进行了探讨。目前针对深埋裂纹的研究几乎空白。实际结构中,相当数量的穿透裂纹和表面裂纹肇始于结构内部的深埋裂纹,其研究具有重要现实意义。深埋裂纹中 A_2 的变化规律有待深入研究。

穿透裂纹和表面裂纹中,相对裂纹深度 a/W 的增大均会导致约束参数 A_2 增大[35],如图 2 所示(穿透裂纹)。表面裂纹中,A_2 随裂纹相对尺寸 a/c 的增大而减小,此与约束参数 Q 的变化趋势基本一致[22]。

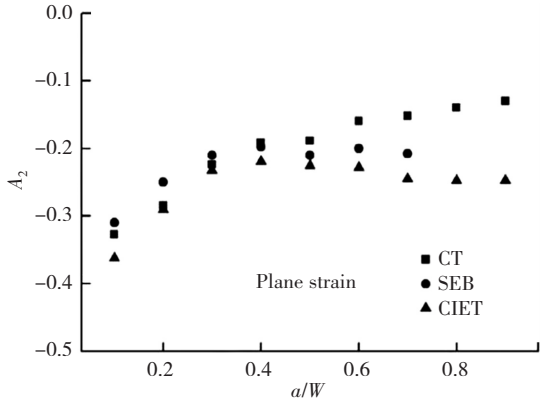


图 2 平面应变条件下 A_2 随 a/W 的变化[35]

Fig. 2 Changes of A_2 with a/W under plane-strain

在静态加载相关的研究中,利用 A_2 表征单向和双向拉伸试样[35,38]及受弯曲试样[39]中的约束效应被广泛分析。工程实践中工况复杂,动态加载是常见的载荷形式。Chao 等[40]对动态加载下 A_2 表征的试样裂尖约束进行了分析。在非均匀及动态加载下,利用 A_2 表征约束效应的相关研究目前仍较少,这可作为后续研究的一个重点。

此外,A_2 值也可用于反映材料性能对约束效应的影响。A_2 值通常随屈服强度的增大或硬化指数 n 的减小而减小[24]。

4.3 约束参数 A_2 的修正

类似于约束参数 Q(参见 2.2.3),为消除整体弯矩对裂尖场 A_2 的影响,Zhu 和 Chao[41]提出了一种修正的 J-A_2 解。修正后的 A_2 具有位置和载荷无关性,可用于表征任意裂纹尺寸的弯曲主导试样中的约束效应[41]。他们证明,使用修正的 J-A_2 解,在大范围屈服情况下,J-A_2 的裂尖表征优势可显著增强。

修正后的 A_2 已被证实适用于弯曲主导试样(如 SEB、CT 和 CIET 等)中裂尖约束的表征[36,41]。就目前而言,在对大弯曲应力模型采用 A_2 进行约束效应表征时,应考虑采用修正的 A_2。

5 约束参数 A 研究现状及分析

5.1 约束参数 A 的解

参考 Yang 等[4]的推导,Nikishkov 等[5,42]在 I 型裂纹平面应变条件下基于变形塑性理论提出了 A_2 的归一化形式,即约束参数 A。与 A_2 相同,目前尚无解析方法可用于求解约束参数 A 的值。

用于计算 A_2 值的点匹配数值方法同样适用于 A 值的确定。另一种数值解法是由 Nikishkov 等[42]提出,即在断裂过程中的重点区域(如 $1.5\leqslant\bar{r}\leqslant5$ 和 $0°\leqslant\theta\leqslant45°$ 之间区域),利用最小二乘法拟合数值模拟结果来获得 A 值。

Nikishkov 等[42]证明,相比点匹配法,最小二乘拟合方法具有更好的一致性和更高的准确性。因此,目前大多数研究者利用该方法获得约束参数 A 的解。

5.2 约束参数 A 对几何约束的表征

作为 A_2 的归一化形式,约束参数 A 同样可表征裂纹类型和几何尺寸、加载形式及材料性能等因素对裂纹约束的影响。

穿透裂纹中时,在 SECP[42-46]、DECP[43-45]、SEB[42,46]和 CT[42,46]四种典型试样中,CT 试样约束最高,其约束参数 A 值小于 A_{SSY}(小范围屈服 SSY 条件下的 A 值),SEB 试样次之,SECP,DECP 中约束水平最低。此外,Hamm 等[47]还利用参数 A 对 THT(三孔拉伸,Three-Hole Tension)和 3PCT(三孔紧凑拉伸,Three-Hole Compact Tension)试样的约束效应进行了分析。表面裂纹方面,Nikishkov 等[48]利用参数 A 研究了椭圆表面裂纹的约束效应。由以上研究可见,目前尚无针对深埋裂纹的约束参数 A 相关研究,针对表面裂纹的研究也相对较少,二者均可作为今后重点研究方向。

穿透裂纹中,随相对裂纹深度 a/W 的增加,约束参数 A 值减小[43-45]。迄今为止,表面裂纹和深埋裂纹中,尚无利用 A 表征裂纹尺寸产生的约束效应的相关研究。

Nikishkov 等[42,46]、Liu 等[19]及刘争等[15]分析单轴拉伸与弯曲载荷下 A 的变化。Ding 和 Wang[43-45]研究二维及三维裂纹模型承受单、双轴载荷时裂纹前沿 A 值的变化及区别。上述研究均限于静态加载形式,非均匀及动态加载下裂纹约束效应的 A 表征研究尚待开展。

材料性能对约束影响的相关研究显示,A 值随硬化指数 n[42-45]和材料系数 α[42]的增大而减小。

2.2、3.2、4.2 节及本小结总结了裂纹类型及尺寸、载荷形式与材料性能等因素对约束及相应参数 T、Q、A_2、A 的影响。这些因素对约束的影响存在耦合效应。系统探究各影响因素之间的耦合效应通常较复杂,有关研究尚待进一步开展。

5.3 约束参数 A 的评估

Nikishkov[42]在二维试样研究中发现,不同材料硬化指数 n 值所对应 A 值曲线的形状相似。据此,Ding 和 Wang[43]提出 A 值评估的曲线形状相似性方法。之后,他们将模型变形分为两部分讨论:对于弹性部分,提出二维模型的 T 应力基评估方法;对于塑性部分,建立二维模型全塑性条件下 A 值评估方法。将两部分评估方法叠加,则构成一个涵盖 SSY 和 LSY 的评估方法,即全塑性方法[44]。此外,他们探讨了二维理论模型中约束参数 A 与 A_2、Q 间关系[43]。利用该关系,确定其中任一约束参数的解即可获得其他两个参数的值。其后,Ding 和 Wang[49,50]将曲线形状相似性法与 T 应力基法相结合,提出了一种简化的 T 应力基评估方法。

工程实践中,构件承受双向载荷更为常见。Ding 和 Wang[51]将曲线形状相似性、T 应力基及全塑性三套

评估方法在双轴加载条件下进行验证和运用。

实际工程结构及零部件为三维实体。Ding 和 Wang 以三维薄板 SECP 穿透裂纹模型为研究对象,将 A 值的 T 应力基评估方法应用于单轴[52]和双轴[53]加载工况,并将曲线形状相似性方法也应用到单向及双向载荷情况[54]。

Ding 和 Wang[52-54]已探索了某一特定厚度 SECP 三维试样中约束参数 A 值的评估,但针对三维模型其他典型裂纹试样(如 CCP 和 DECP 等)及不同厚度的研究尚未开展。

为更快速有效确定实际工程构件中约束参数 A 值,作者在 Ding 和 Wang[52-54]有关三维实体模型前期研究基础上开展进一步探索。其主要内容为:改进 3 套评估方法,将二维理论模型中发展的 3 套 A 值评估方法推广到三维典型试样(SECP、DECP 和 CCP)中,研究发展不同模型厚度下各三维典型试样中 A 值评估公式。基于三维实体模型中约束参数 A 的快捷确定,可实现两参数方法在工程实践中应用,提高结构计算分析和设计精度,提升零部件可靠性,减少维护成本,提高经济性。

6　结论及展望

本文归纳分析裂纹几何约束参数 T、Q、A_2 及 A 的提出、求解和工程评估以及影响因素。综合对约束参数 T、Q、A_2 及 A 研究的归纳分析,各参数相关研究均被列于表 1。此外,本节分析阐述的挑战及展望相关内容也被归纳在表 1 中以便于总览和对照比较。

综合分析表 1 的总结可见,针对约束参数 T、Q、A_2 和 A 的相关理论研究已开展较多,但仍有不少领域和方向尚需系统深入研究。与约束参数相关的研究和发展仍面临一些挑战。具体如下:

(1) 解析解的获得。利用解析法能准确快速确定约束参数解。由于当前数学和相关力学基础理论的局限性,例如弹塑性断裂本构关系难以精确描述和高阶微分方程求解困难等,目前仅能通过数值(见 2.1、3.1 及 4.1)或评估方法(见 4.4)获得约束参数 Q、A_2 和 A 的近似值。相关数学和力学基础理论的缺乏限制了 Q、A_2 和 A 解析解研究的进展。

(2) 多因素耦合效应的影响。裂纹类型和尺寸、载荷及材料性能等多方面因素均会对约束效应产生影响(见 2.2、3.2、4.2 及 5.2)。这些多因素的复杂耦合作用对约束效应的研究具有重要意义,但需要进行大量复杂的研究工作。目前的研究往往只注重某一因素的影响或少数几个因素的共同作用,难以涵盖所有影响因素。因此,综合考虑各因素耦合作用对约束的影响仍然具有挑战性。

(3) 评估方法的发展。快速评估结束参数具有重要工程实践意义。目前对于参数 T 的评估方法研究较少,仅限于特定试样中关键位置处的评估(见 2.3)。其主要原因是 T 应力常可通过解析法确定,且计算过程简便。而对 Q 及 A_2 的评估研究尚属空白。A 值评估研究目前也仅限于二维理论模型及单一厚度三维模型(见 5.3)。弹塑性断裂中,随塑性区域增大,从小范围屈服到大范围屈服,约束参数呈非线性变化且变化规律随不同载荷形式和模型而改变。为保证评估公式的评估精度,公式的普适性通常较低,发展高普适性弹塑性约束参数评估方法及公式较为困难。因而,对于弹塑性约束参数 Q、A_2 和 A 的评估方法发展,仍需开展大量探索研究。

(4)不同类型裂纹的相关研究。目前,约束参数 A 的理论研究仅限于Ⅰ型裂纹(见 5.1),A_2 主要限于Ⅰ型(见 4.1)和Ⅱ型裂纹。Ⅱ型裂纹中 A_2 虽有相关理论发展[4],但相应研究尚缺乏,Ⅲ型裂纹中约束的 A_2 表征暂不理想。究其原因,相较于Ⅰ型裂纹,其余两种裂纹裂尖场更为复杂。Ⅱ型和Ⅲ型等单一裂纹以及复合型(如Ⅰ/Ⅱ复合)裂纹中,约束参数的理论发展及相应约束研究尚有大量复杂工作有待完成。

此外,基于约束参数 T、Q、A_2 及 A 研究现状及面临挑战的分析和研究,从以下几方面对几何约束参数的理论发展和研究提出展望。

(1) 载荷对约束的影响。归纳现有载荷对约束影响研究(见 2.2、3.2、4.2、5.2 及表 1)可知,目前,极少存在非均匀加载及动态加载对约束影响的研究,特别是针对三维实体模型,相关研究几乎空白。其原因为:非均匀加载在试样不同位置处载荷大小不同、形式复杂多样,而动态加载载荷随时间变化,需实施动态分析,从而导致有关二者对约束影响的研究较为困难。动态加载及非均匀静加载下约束参数 T、Q、A_2 及 A 表征的裂纹约束效应尚需系统深入地研究。

(2) 裂纹类型对约束的影响。目前相关研究主要聚焦于穿透裂纹和表面裂纹。针对深埋裂纹的研究较少(约束参数 T 和 Q,见 2.2、3.2 及表 1),甚至尚未开展(参数 A_2 和 A,见 4.2、5.2 及表 1)。实际工程结构中,裂纹形成早期多为深埋裂纹,并逐渐扩展至结构表面形成表面或穿透裂纹。因此,对于深埋裂纹的研究具有重要现实意义。需进一步深入探索深埋裂纹中约束效应的 T、Q、A_2 及 A 的表征。

(3) 弯曲载荷下的约束参数修正。已有研究者建议了弯曲载荷下约束参数 Q 和 A_2 的修正形式(见 3.3 及 4.3),主要用于修正弯曲载荷下整体弯曲引起的约束参数表征偏差。A 为 A_2 归一化形式,两参数物理意义相同。理论上,A 也应进行相应修正。但约束参数 A

的弯曲修正形式及相应的约束校正方法尚未见于文献,有待进一步研究和探讨。

(4) 三维模型中约束参数间的关系。Ding 和 Wang[43] 以及 Nikishkov[42] 研究了二维理论模型中约束参数 A 与 A_2、Q 间关系。利用该关系,由其中一个约束参数的解即可确定其他两个参数的值。据此,通过 Ding 和 Wang 建议的二维模型中 A 值评估方法(见5.4)可方便获得约束参数 A_2 和 Q 的值。而三维实体模型中,A、A_2、Q 三者间关系尚待探讨和确定。若确定,则可依据作者当前针对三维模型中 A 值评估(见5.4)的研究成果,快速有效获得三维模型中约束参数 A_2 和 Q 的值。

在未来的研究中,可进一步深入探索以上提到的几个方面,以推动几何约束参数相关研究的发展。

表1 约束参数 T、Q、A_2 和 A 的研究现状、挑战及展望

Table 1 Research status, challenges and prospects of constraint parameters T, Q, A_2 and A

		T	Q	A_2	A	挑 战	展 望
对 象	裂纹类型	Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ	Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ	Ⅰ、Ⅱ[4]	Ⅰ[5,42]	Ⅱ、Ⅲ型裂纹中 A_2 及 A 的分析	
约束参数计算方法	实验方法	(尚无)	(尚无)	*CTOD* 法[33]	(尚无)		
	解析方法	权函数法[6] 格林函数法[7] 应力差法[8]	(尚无)	(尚无)	(尚无)	Q、A_2 和 A 解析法发展	
	数值方法	非线性载荷权函数法[9,10]	点匹配法[4,20]	点匹配法[4,20] 加权平均法[32]	点匹配法[4] 最小二乘法[42]		
约束参数影响因素	裂纹类型	穿透裂纹[12] 表面裂纹[11] 深埋裂纹[13]	穿透裂纹[21] 表面裂纹[22] 深埋裂纹[23]	穿透裂纹[34-36] 表面裂纹[22,37] (尚无)	穿透裂纹[42-47] 表面裂纹[48] (尚无)	各因素耦合分析	深埋裂纹中 A_2 和 A 研究
	裂纹尺寸	a/W[12] a/c 和 a/t[11]	a/W[24] a/c[25]	a/W[35] a/c[22]	a/W[43-45] (尚无)		表面裂纹 a/c 对 A 影响研究
	载荷类型	单轴拉伸/压缩载荷[14]	单轴拉伸载荷[15]	单轴拉伸载荷[35]	单轴拉伸载荷[42,46]		
		双轴拉伸载荷[14]	双轴拉伸载荷[26]	双轴拉伸载荷[38]	双轴拉伸载荷[43-45]		
		弯曲载荷[15]	弯曲载荷[20]	弯曲载荷[39]	弯曲载荷[19]		
		非均匀载荷[10]	非比例载荷(不同加载顺序)[27]	(尚无)	(尚无)		参数 A_2 和 A 非均匀加载及动态加载
		动态加载[16]	动态加载[16]	动态加载[40]	(尚无)		
		复合加载(Ⅰ/Ⅱ)[17]	复合加载(Ⅰ/Ⅱ)[28]	(尚无)	(尚无)		
	材料性能	n[19] E[18] 泊松比(v)[14]	n[29] σ_0[29] (尚无)	n[24] E[24] (尚无)	n[42-45] α[42] (尚无)		
约束参数修正	修正的参数	(尚无)	*J*-*Q*-*M* 弯曲应力修正[31]	*J*-A_2-*M* 弯曲修正[41]	(尚无)		参数 A 的修正研究
约束参数评估	参数评估所属裂纹类型	穿透裂纹(CCP)[17]	(尚无)	(尚无)	穿透裂纹:曲线形状相似方法[43,51,54],T 应力基方法[44,51-53],简化的 T 应力基方法[49,50],全塑性方法[44,51]	Q、A_2 评估方法及公式发展	A 与 A_2、Q 之间关系研究
		椭圆表面裂纹[14]	(尚无)	(尚无)	(尚无)		
		椭圆角裂纹[11]	(尚无)	(尚无)	(尚无)		

参考文献(References):

[1] RICE J R. Limitations to the small scale yielding approximation for crack tip plasticity [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1974, 22(1): 17-26.

[2] BETEGO' N C, HANCOCK J W. Two-parameter characterization of elastic-plastic crack-tip fields[J]. Journal of Applied Mechanics, 1991, 58(1): 104-110.

[3] O' DOWD N P, SHIH C F. Family of crack-tip fields characterized by a triaxiality parameter—I. structure of fields [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1991, 39 (8): 989-1015.

[4] YANG S, CHAO Y J, SUTTON M A. Higher order asymptotic crack tip fields in a power-law hardening material [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1993, 45(1): 1-20.

[5] NIKISHKOV G P. An algorithm and a computer program for the three-term asymptotic expansion of elastic-plastic crack tip stress and displacement fields[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1995, 50(1): 65-83.

[6] SHAM T L. The determination of the elastic T-term using higher order weight functions[J]. International Journal of Fracture, 1991, 48(2): 81-102.

[7] FETT T. A Green' s function for T-stresses in an edge-cracked rectangular plate[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1997, 57(4): 365-373.

[8] YANG B, RAVI-CHANDAR K. Evaluation of elastic T-stress by the stress difference method [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1999, 64(5): 589-605.

[9] WANG X. Elastic T-stress for cracks in test specimens subjected to non-uniform stress distributions[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69(12): 1339-1352.

[10] WANG X, BELL R. Elastic T-stress solutions for semi-elliptical surface cracks in finite thickness plates subject to non-uniform stress distributions[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2004, 71(9-10): 1477-1496.

[11] QU J, WANG X. Solutions of T-stresses for quarter-elliptical corner cracks in finite thickness plates subject to tension and bending[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2006, 83(8): 593-606.

[12] 黄兴玲. 考虑约束效应的加筋板断裂行为研究[D]. 北京: 清华大学, 2019.
HUANG Xing-ling. Study on fracture behavior of stiffened plate considering constraint effect[D]. Beijing: Tsinghua University, 2019.

[13] FONTES E F, SANTIAGO J A F, TELLES J C F. On a regularized method of fundamental solutions coupled with the numerical Green' s function procedure to solve embedded crack problems[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2013, 37(1): 1-7.

[14] WANG X. Elastic T-stress solutions for semi-elliptical surface cracks in finite thickness plates[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, 70(6): 731-756.

[15] 刘争, 王昕, 陈旭. 面内和面外约束相关的反应堆压力容器结构钢断裂性能及预测[J]. 压力容器, 2021, 38(11): 1-8.
LIU Zheng, WANG Xin, CHEN Xu. Fracture performance and prediction of RPV structural steels related to in-plane and out-of-plane constraints[J]. Pressure Vessel Technology, 2021, 38(11): 1-8.

[16] 徐绯, 刘元镛. 动载作用下 K-T 和 J-Q 理论的推广应用[J]. 机械强度, 1999, 21(2): 1-10.
XU Fei, LIU Yuan-yong. Popularization and application of K-T and J-Q theory under dynamic load[J]. Journal of Mechanical Strength, 1999, 21(2): 1-10.

[17] JIN L Z, PEI Q, YU C Y, et al. T-stresses solution and out-of-plane constraint for central cracked plate (CCP) with I-II mixed mode crack under uniaxial compression[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2021, 115: 103040.

[18] KFOURI A P. Some evaluations of the elastic T-term usingEshelby' s method[J]. International Journal of Fracture, 1986, 30(4): 301-315.

[19] LIU Z, WANG X, ZHANG Z, et al. Solutions and applications of 3D elastic-plastic constraint parameters for clamped single edge notched tension (SENT) specimens[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2022, 272: 108713.

[20] WANG X. Two-parameter characterization of elastic-plastic crack front fields: Surface cracked plates under uniaxial and biaxial bending[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 96: 122-146.

[21] 郭伟. X80 无缝管线钢约束水平分析及内部缺陷对裂纹萌生与扩展的影响[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2021.
GUO Wei. Constraint level analysis of X80 seamless pipeline steel and influence of internal defects on crack initiation and propagation[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2021.

[22] GUO W, GUO W. Elastic-plastic solutions for corner and surface cracks emanating from stress concentrators[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2021, 246: 107624.

[23] ZHAO J. Three-parameter approach for elastic-plastic stress field of an embedded elliptical crack[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2009, 76(16): 2429-2444.

[24] WANG E, ZHOU W, SHEN G. Three-dimensional finite element analysis of Crack-tip fields of clamped single-edge tension specimens-part I: Crack-tip stress fields[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2014, 116: 122-143.

[25] WANG Y H, WANG G Z, TU S T, et al. In-plane and out-of-plane constraint characterization of different constraint parameters for semi-elliptical surface cracks in pipes[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2020, 235: 107161.

[26] WANG X. Two-parameter characterization of elastic-plastic crack front fields: Surface cracked plates under tensile loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2009, 76(7): 958-982.

[27] JIN Z, WANG X, CHEN X, et al. The effects of nonproportional loading on the elastic-plastic crack-tip fields [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2017, 169: 18-34.

[28] ES' HAGHI OSKUI A, SOLTANI N, RAJABI M, et al. Mixed-mode fracture behavior of AM60 magnesium alloy using two parameter fracture mechanics[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2019, 218: 106566.

[29] GRABA M. The influence of material properties and crack length on the Q-stress value near the crack tip for elastic-plastic materials for centrally cracked plate in tension[J]. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2012, 50(1): 23-46.

[30] O' DOWD N P, SHIH C F. Two-parameter fracture mechanics: Theory and applications[J]. ASTM Special Technical Publication, 1994, 1207: 21-21.

[31] ZHU X K, LEIS B N. Bending modified J-Q theory and crack-tip constraint quantification[J]. International Journal of Fracture, 2006, 141(1): 115-134.

[32] CHAO Y J, ZHU X K. Constraint-modified J-R curves and its application to ductile crack growth[J]. International Journal of Fracture, 2000, 106(2): 135-160.

[33] YUH-JIN C, POH-SANG L. On the use of constraint parameter A2 determined from displacement in predicting fracture event[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 61(5-6): 487-502.

[34] KIM Y, ZHU X K, CHAO Y J. Quantification of constraint on elastic-plastic 3D crack front by the J-a 2 three-term solution[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001, 68(7): 895-914.

[35] 王钟羡, 孙欣, 范进. 试件和内压管道裂纹端约束效应的相关性分析[J]. 机械强度, 2009, 31(1): 108-112.
WANG Zhongxian, SUN Xin, FAN Jin. Correlation study of the crack-tip constraint effect for test specimens and internal-pressure pipelines[J]. Journal of Mechanical Strength, 2009, 31(1): 108-112.

[36] BAO C, CAI L X, HE G W, et al. Normalization method for evaluating J-resistance curves of small-sized CIET specimen and crack front constraints[J]. International Journal of Solids and Structures, 2016, 94: 60-75.

[37] 颜福裕. 基于J-A2方法的断裂韧性转化与反应堆压力容器断裂韧性预测研究[D]. 天津: 天津大学, 2014.
YAN Fuyu. Study on fracture toughness transformation and fracture toughness prediction of reactor pressure vessel based on J-A2 method[D]. Tianjin: Tianjin University, 2014.

[38] 焦广臣. 弹塑性裂纹尖端应力约束及厚度效应的有限元分析[D]. 镇江: 江苏大学, 2009.
JIAO Guangchen. Finite element analysis of stress constraint and thickness effect at elastic-plastic crack tip [D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2009.

[39] 王钟羡, 吴春笃, 袁如民, 等. 裂纹端约束效应的 J-A_2 双参数分析[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2007, 28(6): 532-535.
WANG Zhong-xian, WU Chun-du, YUAN Ru-min, et al. Two-parameter J-A_2 approach to quantify constraint effect on crack-tip[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2007, 28(6): 532-535.

[40] CHAO Y J, WANG C, KIM Y, et al. Relationship between crack-tip constraint and dynamic fracture initiation toughness[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2010, 132(2): 1.

[41] ZHU X K, CHAO Y J. Specimen size requirements for two-parameter fracture toughness testing[J]. International Journal of Fracture, 2005, 135(1): 117-136.

[42] NIKISHKOV G P, BRÜCKNER-FOIT A, MUNZ D. Calculation of the second fracture parameter for finite cracked bodies using a three-term elastic-plastic asymptotic expansion[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1995, 52(4): 685-701.

[43] DING P, WANG X. Solutions of the second elastic-plastic fracture mechanics parameter in test specimens[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2010, 77(17): 3462-3480.

[44] DING P, WANG X. An estimation method for the determination of the second elastic-plastic fracture mechanics parameters[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012, 79: 295-311.

[45] DING P, WANG X. Elastic-plastic finite element analyses of 3D constraint effects in single edge cracked plate specimens[J]. Materials Performance and Characterization, 2015, 4(2): 84-104.

[46] NIKISHKOV G P, MATVIENKO Y G. Elastic-plastic constraint parameter A for test specimens with thickness variation[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2016, 39(8): 939-949.

[47] HAMM JR K R, SESHADRI B R, DAWICKE D S, et al. Implementation of *J-A* methodology elastic-plastic crack instability analysis capability into the WARP-3D code [R], 2018.

[48] NIKISHKOV G P, BRÜCKNER-FOIT A, MUNZ D. Application of the three-term elastic-plastic asymptotic expansion for the characterization of stress fields near a front of a semi-elliptical crack[J]. International Journal of Fracture, 1994, 70(4): R91-R97.

[49] DING P, WANG X. A simplified small scale yielding estimate method for determination of second elastic-plastic fracture mechanics parameter[C]//Proceedings of the International Conference on Sensing, Diagnostics, Prognostics, and Control. Piscataway: IEEE Press, 2018: 810-815.

[50] DING P, WANG X. A simplified SSY estimate method to determine EPFM constraint parameter for sensor design [J]. Sensors (Basel), 2019, 19(3): 717-729.

[51] DING P, WANG X. Solutions of the second elastic-plastic fracture mechanics parameter in test specimens under biaxial loading [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2013, 111: 279-294.

[52] DING P, WANG X. Small scale yielding estimate of second elastic-plastic fracture mechanics parameter for 3D crack specimens[C]//Proceedings of the International Conference on Sensing, Diagnostics, Prognostics, and Control. Piscataway: IEEE Press, 2018: 816-821.

[53] DING P, WANG X. 3D SSY estimate of EPFM constraint parameter under biaxial loading for sensor structure design[J]. Sensors, 2019, 19(3): 735.

[54] DING P, WANG X. An estimate method of EPFM constraint parameter in 3D cracked structures for sensor structure design[J]. IEEE Access, 2019, 7: 112054-112066.

责任编辑:陈 芳