

## 基于 PSO 磁悬浮球系统自适应灰预测控制

马晓东<sup>1</sup>, 魏利胜<sup>1,2</sup>

1. 安徽工程大学 电气工程学院, 安徽 芜湖 241000

2. 安徽省电气传动与控制重点实验室, 安徽 芜湖 241000

**摘要:**目的 针对磁悬浮球系统非线性不稳定和滞后性的问题, 提出一种基于粒子群优化的自适应灰色预测 PID (Proportion Integration Differentiation) 复合控制策略。方法 通过在 PID 控制模块的反馈环中引入具有等维新息特征的灰色预测器, 对系统误差进行及时反馈修正, 以提高控制系统的响应速度和鲁棒性; 同时, 融合粒子群智能算法对控制器参数迭代优化, 以提高控制系统控制精度和抗干扰能力; 最后, 在 MATLAB/Simulink 环境下搭建仿真平台进行对比实验。结果 验证基于粒子群优化的自适应灰预测控制系统模型的超调量、峰值时间、调节时间显著改善。结论 证实该策略可以有效抑制系统滞后性, 具有良好的稳定性和鲁棒性。

**关键词:**磁悬浮; 粒子群算法; 灰色预测; PID; 自适应

**中图分类号:**TP273 **文献标识码:**A **doi:**10.16055/j.issn.1672-058X.2023.0005.003

### Adaptive Grey Predictive Control of Magnetic Levitation Ball System Based on PSO

MA Xiaodong<sup>1</sup>, WEI Lisheng<sup>1,2</sup>

1. School of Electrical Engineering, Anhui Polytechnic University, Anhui Wuhu 241000, China

2. Anhui Key Laboratory of Electric Drive and Control, Anhui Wuhu 241000, China

**Abstract: Objective** Aiming at the problem of nonlinear instability and hysteresis of the magnetic levitation ball system, an adaptive gray prediction composite control strategy based on particle swarm optimization was proposed. **Methods** A grey predictor with equal-dimension and new-info characteristics was introduced into the feedback loop of the PID control module to provide timely feedback correction of system errors, so as to improve the response speed and robustness of the control system. And the particle swarm intelligence algorithm was integrated to iteratively optimize the controller parameters, so as to improve the control accuracy and anti-interference ability of the control system. Finally, a simulation platform was constructed in the MATLAB/Simulink environment for comparative experiments. **Results** The experimental results showed that the overshoot, peak time, and adjustment time of the adaptive grey predictive control system model based on particle swarm optimization were significantly improved. **Conclusion** It is confirmed that this strategy can effectively suppress the system hysteresis, and has good stability and robustness.

**Keywords:** magnetic levitation; particle swarm optimization; grey prediction; proportion integration differentiation (PID); adaptation

## 1 引言

近些年来, 随着磁悬浮技术迅速发展, 具有非接

触、低磨损、功耗低等特点的磁悬浮技术已被广泛应用于高端制造、医学、食品包装和轨道交通等领域。在实

收稿日期: 2022-09-13 修回日期: 2022-11-21 文章编号: 1672-058X(2023)05-0016-09

基金项目: 安徽工程大学研究生教学改革与研究重点项目(2021JYXM001)。

作者简介: 马晓东(1996—), 男, 安徽芜湖人, 硕士研究生, 从事智能控制技术及应用研究。

通讯作者: 魏利胜(1978—), 男, 安徽巢湖人, 博士后, 教授, 从事图像识别与应用、嵌入式仪器仪表及系统研究。Email: lshwei\_11@163.com.

引用格式: 马晓东, 魏利胜. 基于 PSO 磁悬浮球系统自适应灰预测控制[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2023, 40(5): 16—24.

MA Xiaodong, WEI Lisheng. Adaptive grey predictive control of magnetic levitation ball system based on PSO[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2023, 40(5): 16—24.

际的生产和生活当中,磁悬浮列车、平面磁悬浮输送线等已被成熟使用,这给人类生活和工作带来方便和快捷。磁悬浮系统是一种典型的非线性开环不稳定系统,且存在着模型参数难以确定、易受外界干扰影响等难点,这使得传统的控制方法难以在磁悬浮系统中达到较好的控制效果<sup>[1]</sup>。为了满足磁悬浮系统稳定性、实时性的性能要求,设计一种高性能控制器具有十分重要的意义。

为此,国内外相关的专家和学者在磁悬浮控制(Magnetic levitation control)策略上做了大量研究,且取得一定的研究成果。PID(Proportion Integration Differentiation)控制器凭借其控制结构简单、易于实现、鲁棒性强等优点,在过程控制中占有重要地位,被广泛应用在工业控制中。但PID无法自适应调整自身参数,无法保证磁悬浮系统达到良好的控制效果。故针对传统单一的PID控制系统响应速度慢和无法自适应在线调整参数的缺点,刘丽雨等<sup>[2]</sup>采用模糊控制和PID控制方法组合的策略来对磁悬浮球进行控制,通过模糊推理机对系统的误差及误差变化率做出相应的判断决策,从而对PID的参数进行自适应在线调整,由此提高系统的控制精度和鲁棒性,但模糊控制器的性能优劣过度取决于规则和推理方式选择是否合理,而推理规则和参数固定不变又会降低系统自适应能力;王永涛等<sup>[3]</sup>针对传统PID控制器参数自适应调整难以达到最优,以及无法满足系统实时性等问题,提出在传统灰色预测模型上构建序列-残差联合灰色预测模型,以对预测误差二次灰色模型预测修正,从而实现对被控对象的快速精准控制。除对PID控制器进行参数优化之外,还有部分学者针对磁悬浮系统提出新的控制理论策略。Majewski等<sup>[4]</sup>建立神经网络控制系统,该神经网络由第一层非线性神经元和第二层线性神经元组成,通过实验表明其方法在控制精度和控制速度特性方面优于经典方法;Wei等<sup>[5]</sup>提出一种时变主动扰动抑制控制器(Time-varying Active Disturbance Rejection Control)方案来克服磁悬浮系统开环不稳定,通过现有线性主动扰动抑制控制器(Linear Active Disturbance Rejection Control, LADRC)加以改进并设计新TADRC控制方案,提出一种时变增益的(TESO)可以较好保持扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO)在瞬态过程中的估计性能;吕治国等<sup>[6]</sup>针对磁悬浮球运动状

态发生变化时,控制器自适应能力较差的问题,提出一种非线性自适应控制方法,通过状态反馈线性化来构建系统模型,对模型参数进行在线估计辨识。考虑到单一的控制策略已无法满足高精度设备的控制要求,因此有国内外相关学者尝试将两种或两种以上的控制方法组合来获得更好的控制效果。王军晓等<sup>[7]</sup>针对外部干扰引起的磁悬浮球系统稳定性降低问题,提出一种将滑模预测控制器(Model Predictive Control, MPC)和预测控制(Predictive Control, PC)方法结合的控制策略,将等价输入干扰估计值与预测控制输出的最优控制率结合,从而得到最终的控制率,实现对参考点的快速准确跟踪,提高系统对扰动的鲁棒性;龚事引等<sup>[8]</sup>将PSO(Particle Swarm Optimization)算法应用于磁悬浮球系统中,针对磁悬浮球模糊控制系统中模糊量化因子难以调节问题,利用PSO算法对量化因子进行优化,结果表明该策略可以提高系统响应速度。

以上众多的国内外专家学者分别从PID控制器参数优化、复合控制等不同角度对磁悬浮系统控制理论进行深入的研究,实现系统较快响应和具备一定抗扰动性。但针对磁悬浮系统是非线性系统且开环不稳定,易受外界扰动的特性,传统的控制策略仍很难达到预期的控制效果和实时要求,这使得在实际磁悬浮产品上难以应用推广<sup>[9-10]</sup>。为更好克服以上难点,提出一种基于粒子群优化的自适应灰色预测PID复合控制策略。首先通过对磁悬浮球进行动力学分析,从而建立数学模型;并针对PID参数无法自适应调整问题,采用粒子群算法对PID参数进行优化来提高控制器精度;以改善系统的响应速度和鲁棒性,在PID控制器的反馈环引入变步长灰色预测模块提高控制器自适应能力;最后,通过MATLAB/Simulink对所提方法进行实验,以验证所提方法能通过融合寻优速度快的粒子群算法来优化控制器参数来提高控制精度和增强系统抗扰动性,同时通过引入自适应灰预测模型思想来提高系统实时性和鲁棒性,具有应用价值和研究意义。

## 2 磁悬浮球系统控制器设计

### 2.1 磁悬浮球控制原理

磁悬浮球系统工作原理是通过方向向上的电磁力来平衡悬浮钢球所受向下的重力。在电流和磁场的作用下,磁悬浮球主要受到两种外界力,即电磁铁对磁悬浮球的电磁力和地球对磁悬浮球的万有引力。当磁悬

浮球受到外界干扰力或自身承载的中重力发生变化时,磁悬浮球脱离预期轨道线路,此时基于 YOLOv5 (You Only Look Once) 图像处理算法通过相机对磁悬浮球及位置进行识别和检测,将位移信号转换成数字信号并输入控制器中。磁悬浮系统整体架构如图 1 所示。

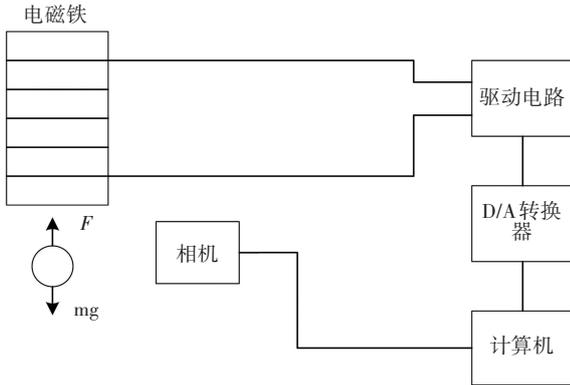


图 1 磁悬浮球系统整体架构

Fig. 1 The overall structure of the magnetic levitation ball system

图 1 中控制器将获取的实时位置信号与磁悬浮球的指令位置进行对比后,计算出控制律,经过 D/A 转换器和功率放大器处理后,对电磁铁绕组中的电流进行调节,使电磁铁产生相应大小的电磁力,从而改变磁悬浮球的运动状态,达到对磁悬浮球运动状态精准控制目的。

## 2.2 磁悬浮球系统的建模

在建立磁悬浮球的数学模型前,需做出以下假设:

(1) 忽略磁通漏磁,假设穿过铁芯的磁通无漏磁穿过,忽略边缘效应和磁悬浮球与电磁铁之间的磁阻。忽略线圈感抗及电涡流。

(2) 假设磁悬浮球是一个均匀的球体,磁力集中在其中心。

基于以上假设,我们首先对磁悬浮球进行动力学分析,由牛顿第二运动定律,我们可以得到运动学方程,如式(1):

$$mg - F(i, x) = m \frac{dx^2(t)}{dt^2} \quad (1)$$

式(1)中:  $m$  是磁悬浮球的质量(kg),  $g$  是重力加速度( $m/s^2$ ),  $x$  是气隙长度(m),为球心到电磁铁下表面间的距离,  $F(i, x)$  表示电磁铁对磁悬浮球电磁力(N)。其中电磁铁是由带铁芯的螺线管构成,磁路中的磁阻

如式(2):

$$R(x) = \frac{2x}{\mu_0 A} \quad (2)$$

式(2)中:  $\mu_0$  是常量,表示空气的磁导率,数值大小为  $4\pi * 10^{-7} H/m$ 。  $A$  是气隙的导磁截面积。由基尔霍夫定律可得如式(3):

$$Ni = \Phi(i, x) R(x) \quad (3)$$

式(3)中:  $\Phi(i, x)$  表示单匝线圈的磁通量,  $i$  表示线圈中电流,  $N$  表示线圈匝数。

由公式磁阻和公式磁动势得到电磁线圈的磁链,磁链表达式如式(4):

$$\psi(i, x) = N\Phi(i, x) = \frac{\mu_0 AN^2 i}{2x} \quad (4)$$

在静磁学中,根据毕奥-萨伐尔定律(Biot-Savart Law),线圈的电流和磁链成正比关系式如式(5):

$$\psi(i, x) = Li \quad (5)$$

由电感的储能公式可得磁场的能量  $W_m(i, x)$  如式(6):

$$W_m(i, x) = \frac{1}{2} L(i, x) i^2 = \frac{\mu_0 AN^2 i^2}{4x} \quad (6)$$

由式(6)可知,磁悬浮球受到的电磁力如式(7):

$$F(i, x) = -\frac{\partial W_m(i, x)}{\partial x} = \left(\frac{\mu_0 AN^2}{4}\right) \left(\frac{i}{x}\right)^2 \quad (7)$$

式(7)中的  $\mu_0$ 、 $A$ 、 $N$  数为常数。

根据基尔霍夫定律(Kirchhoff laws),将电磁铁线圈等效成电阻和电感串联电路。则电磁铁线圈回路中的电压可以如式(8):

$$U_i = Ri + L(x) \frac{di}{dt} \quad (8)$$

式(8)中,  $R$  表示电磁铁线圈的电阻,  $L$  表示电磁铁线圈电感,电感大小与电磁铁线圈结构和气隙长度有关,此处对电磁感应现象中产生的电涡流,线圈间漏磁情况进行忽略。

当磁悬浮球在一个静态平衡工作点范围内稳定悬浮运动即为达到稳定悬浮状态时,将这个平衡工作点到电磁铁下表面间的距离设为  $x_0$ ,对应流过的线圈电流为  $i_0$ ,此时由牛顿运动定律可知小球所受到的重力和电磁力合力为零,可得到边界方程,如式(9):

$$F(i_0, x_0) + mg = 0 \quad (9)$$

根据式(9),对系统  $F(i, x)$  在平衡点  $x = x_0$  处进行泰勒展开,得到结果如式(10):

$$F(i, x) = F(i_0, x_0) + F_i(i_0, x_0)(i - i_0) + F_x(i_0, x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!} F_{ii}(i_0, x_0)(i - i_0)^2 + \dots \quad (10)$$

磁悬浮球系统在工作点  $x_0$  附近时, 电流及位置变化极小, 故可将系统  $F(i, x)$  高次项省略, 则系统  $F(i, x)$  表达式如式(11):

$$F(i, x) = F(i_0, x_0) + \left(\frac{\mu_0 AN^2}{2}\right) \left(\frac{i_0}{x_0^2}\right) (i - i_0) + \left(\frac{\mu_0 AN^2}{-2}\right) \left(\frac{i_0^2}{x_0^3}\right) (x - x_0) \quad (11)$$

受力分析可知磁悬浮球的运动方程如式(12):

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - F(i, x) \quad (12)$$

将式(11)代入式(12)化简结果如式(13):

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \left(\frac{\mu_0 AN^2}{2}\right) \left(\frac{i_0}{x_0^2}\right) i + \left(\frac{\mu_0 AN^2}{2}\right) \left(\frac{i_0^2}{x_0^3}\right) x \quad (13)$$

将磁悬浮球系统的位置刚度系数、线圈电流刚度系数分别设为  $k_x$ 、 $k_i$ , 其表达式如式(14)和式(15):

$$k_x = F_x(i_0, x_0) = \frac{\mu_0 AN^2 i_0^2}{2x_0^3} \quad (14)$$

$$k_i = F_i(i_0, x_0) = \frac{\mu_0 i_0 AN^2}{2x_0^2} \quad (15)$$

对公式两边进行拉普拉斯变换, 结果如式(16):

$$ms^2 X(s) = -k_i I(s) + k_x X(s) \quad (16)$$

在忽略外界干扰力的情况下, 由式(16)可以推导出输入为线圈电流  $i$  到输出为当前球体位置  $x$  的开环传递函数, 经拉普拉斯变换后表达式如式(17):

$$\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-k_i}{ms^2 - k_x} \quad (17)$$

将磁悬浮球的相关参数代入, 得出系统数学模型如式(18):

$$G(s) = \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{-16.36}{s^2 - 642.66} \quad (18)$$

### 2.3 基于粒子群算法优化的自适应灰预测控制器设计

基于粒子群算法优化的自适应灰预测控制器结构如图 2 所示。图 2 中  $r$  代表系统输入量,  $y$  代表系统输出量,  $y^*$  代表系统预测输出,  $e^* = r - y^*$  为系统偏差值。

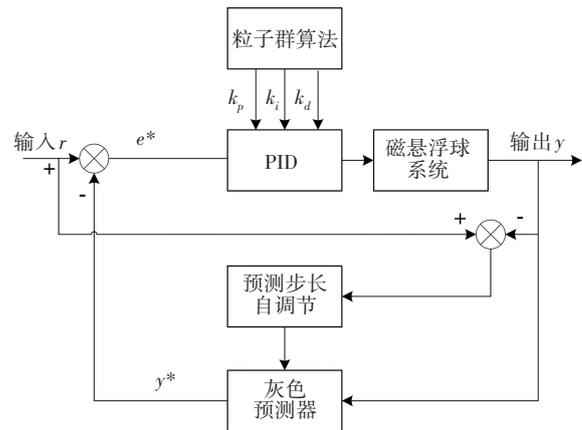


图 2 基于粒子群算法优化的自适应灰预测控制器结构  
Fig. 2 The structure diagram of adaptive grey prediction controller based on particle swarm optimization

基于粒子群算法优化的自适应灰预测控制器是在 PID 控制器的闭环反馈回路中引入灰色预测器, 将磁悬浮球控制系统的输出  $y$  作为采样信息, 设定适当的误差参考阈值, 根据系统实际误差值的大小, 自适应调整灰色预测控制器的预测步长, 采用不同的预测步长实现前向和后向预测, 从而提高灰色预测控制器的预测精度; 另通过 PSO 算法对控制器的参数进行迭代寻优, 确定最优控制器参数, 以实现磁悬浮球的自适应控制。

#### 2.3.1 自适应灰色预测控制器的设计

灰色预测控制器的核心是灰色预测模型的建立。灰色微分模型一般记为  $GM(n, m)$ , 其中  $n, m$  含义是常微分方程的阶数、灰色变量个数, 即用  $n$  阶微分方程对数量为  $m$  的灰色变量建立模型。当  $n, m$  取值较大时, 预测精度可能不会得到提高, 故选择  $GM(1, 1)$  作为灰色预测模型。灰色预测模型主要是由累积生成操作 (AGO)、灰建模 (GPM) 以及累减生成操作 (IAGO) 构成<sup>[11-18]</sup>。

首先, 采集原始数据序列,  $y^0 = \{y^0(1), y^0(2), \dots, y^0(n)\}$  表示被控对象的输出序列, 即  $GM(1, 1)$  模型的输入量。

其次, 对序列进行累加生成操作 (AGO), 转换得到一次累加生成序列, 如式(19):

$$y^{(1)}(k) = \sum_{m=1}^k y^{(0)}(m) \quad (19)$$

式(19)中,  $k=2, \dots, n$  是序列数。

再次, 序列累加生成后, 进行灰建模操作。对新序列  $y^1 = \{y^1(1), y^1(2), \dots, y^1(n)\}$  进行背景值计算, 背景

值公式如式(20):

$$z^{(1)}(k) = \theta y^{(1)}(k) + (1-\theta)y^{(1)}(k-1) \quad (20)$$

式(20)中,  $\theta$  为常数, 本文将其取值为 0.5。将其代入式(20), 则新序列的 MAIN 序列如式(21):

$$z^{(1)}(k) = 0.5y^{(1)}(k) + 0.5y^{(1)}(k-1) \quad (21)$$

之后, 通过一阶微分方程来构建 GM(1,1) 灰预测模型, 一阶微分方程可如式(22):

$$y^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad (22)$$

式(22)中:  $y^{(0)}(k)$  表示灰导数,  $a$  表示发展系数, 其大小及符号反映  $y^{(1)}(k)$  发展态势。  $z^{(1)}(k)$  表示白化背景值序列,  $b$  表示具有灰色信息覆盖的作用量, 简称灰作用量。结合式(21)和式(22)可得结果如式(23):

$$y^{(0)}(k)(1+0.5a) + ay^{(1)}(k-1) = b \quad (23)$$

然后, 求解最优参数, 设

$$M = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & -z^{(1)}(3) & \dots & -z^{(1)}(N) \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T$$

令  $y_n = [y^{(0)}(2), y^{(0)}(3), \dots, y^{(0)}(n)]$ , 则一阶灰色微分方程可表示为  $y_n = B * M$ 。由最小二乘法可以获得最优参数  $M$ , 求出  $a, b$ 。求解公式如式(24):

$$M = (B^T B)^{-1} B^T y_n \quad (24)$$

最后, 进行累减生成操作 (IAGO) 所得结果如式(25):

$$y^{(1)}(k) - y^{(1)}(k-1) = y^{(0)}(k) \quad (25)$$

结合式(23)一式(25)可得, 预测结果如式(26)所示:

$$\begin{cases} y^{(0)}(k) = \left( \frac{1-0.5a}{1+0.5a} \right) y^{(0)}(k-1), k > 2 \\ y^{(0)}(k) = \frac{b - ay^{(0)}(1)}{1+0.5a}, k = 2 \end{cases} \quad (26)$$

综上, 由 GM(1,1) 派生模型内涵型 GM(1,1,C) 可知, 被控对象灰预测模型序列未来预测值可表达如式(27):

$$y^*(k) = \left( \frac{1-0.5a}{1+0.5a} \right)^{(n+p-2)} \frac{b - ay^{(0)}(1)}{1+0.5a} \quad (27)$$

式(27)中:  $p$  是模型序列预测步长,  $n$  为数据序列长度。

本文原始数据序列长度为  $n = 5$ , 故原灰色预测模型又可以进一步描述如式(28):

$$y^*(k) = \left( \frac{1-0.5a}{1+0.5a} \right)^{(3+p)} \frac{b - ay^{(0)}(1)}{1+0.5a} \quad (28)$$

传统的灰色预测控制器虽然可以较好的降低超调量, 但响应时间却被延长, 为了让系统响应更加迅速, 故对固定步长进行自适应调整, 让系统输入值与输出值进行比较得出系统误差  $e(k)$ , 设置最小误差阈值  $e_{\min}$  为 0.1 和最大误差阈值  $e_{\max}$  为 0.8, 当误差  $e(k)$  大于  $e_{\max}$ , 选择负数预测步长, 实现后向预测, 增加控制量, 加快系统响应速度。当误差  $e(k)$  小于  $e_{\min}$ , 选择正数预测小步长, 实现前向预测, 降低超调量, 当误差在最大阈值和最小阈值之间, 选择正数预测大步长。预测步长  $p$  自适应具体表达式如式(29):

$$p = \begin{cases} -8 & e(k) > 0.8 \\ 4 & 0.1 < e(k) < 0.8 \\ 12 & e(k) < 0.1 \end{cases} \quad (29)$$

构建 GM(1,1) 等维新息模型, 使系统得到更为精准的预测输出, 将系统给定输入  $r(k)$  与灰色预测控制器得出预测输出  $y^*(k)$  进行作差, 得到差值  $e^*(k)$  即为系统的误差预测值。最后, 将  $e^*(k)$  作为 PID 控制器的输入, 经过控制器得出作用于磁悬浮球的系统输出量  $u(k)$ , 由此实现对磁悬浮球系统的自适应控制。

### 2.3.2 等维新息模型融合

信息的快速准确获取关系到预测精度高低。灰色预测策略特点之一就是获取少量数据信息建模来对系统未来行为进行预测。本文在 GM(1,1) 模型采集信息时引入等维新息模型。等维新息模型原理图如图 3 所示。

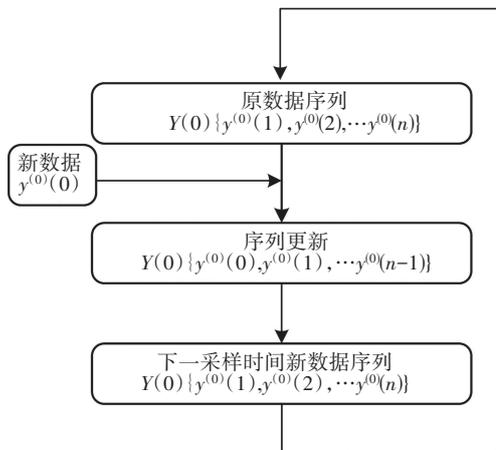


图 3 等维新息模型原理图

Fig. 3 Schematic diagram of the equal dimension new information model

图 3 中, 首先, 将采集到的原系统输出量作为数据原序列; 再用采集到的新数据替代原序列中的部分旧

数据,以此来让序列不断更新,使灰色预测控制器可以在仍维持原始数据序列维度不变前提下,达到提高预测精度的目的。

### 2.3.3 粒子群算法的参数优化

粒子群优化算法是一种基于群体智能随机优化算法,具有简单易实现,寻优速度快特点<sup>[19-22]</sup>。粒子群优化算法速度和位置更新公式如式(30)和式(31):

$$v_{ij}(k+1) = wv_{ij}(k) + c_1r_1(k)[p_{ij}(k) - x_{ij}(k)] + c_2r_2(k)[g_{ij}(k) - x_{ij}(k)] \quad (30)$$

$$x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + v_{ij}(k+1) \quad (31)$$

式(30)和式(31)中, $v_{ij}(k+1)$ 表示速度更新输出值, $x_{ij}(k+1)$ 表示位置更新输出值。下标*i*表示微粒,*j*表示微粒维数;*k*表示迭代次数,*w*表示惯性权重,*c*表示学习因子,为非负常数,*r*表示在区间[0,1]内均匀分布的随机数;*p*表示粒子寻找到个体最优值,*g*表示为粒子群寻优所得全局最优值,*v*表示速度,*x*表示位置。

粒子群算法对 PID 控制器的优化本质核心是确定一组合适的参数,使控制性能达到最优。粒子群算法设计流程图如图 4 所示。

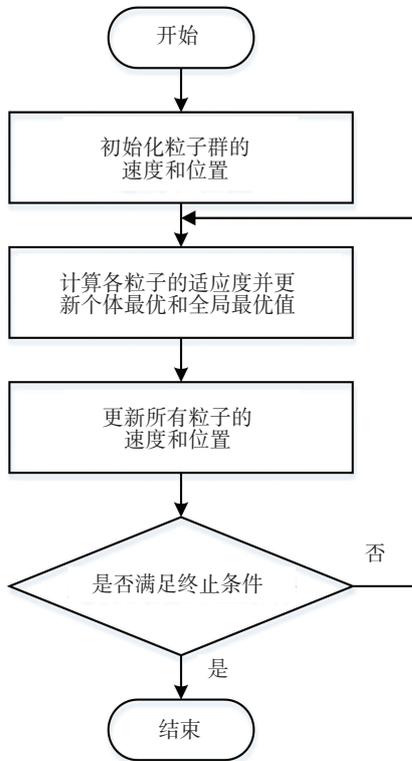


图 4 粒子群算法设计流程图

Fig. 4 Flow chart of the particle swarm algorithm design

首先,对参数进行设置:设置惯性因子、粒子群规模、最大迭代次数等,确定 ITAE 指标作为优化算法适

度函数, PSO 算法产生初始化的粒子群,随机产生粒子的初始速度和初始位置值。

其次,根据适应度函数计算粒子对应的适应度值:计算得出粒子个体极值和粒子群群体极值。再根据速度及位置公式对粒子和粒子群的速度和位置进行迭代更新,计算更新后的适应度函数值,更新个体极值和群体极值。并与历史最优适应度进行比较,选取最好的将其作为当前迭代最优适应度值。

最后,将性能指标信息传递至 PSO 中:根据预设设定最大迭代次数和适应度下限值判断性能指标是否满足终止条件,若不满足,则继续对粒子群进行速度和位置更新操作,再对更新后产生的粒子群的速度和位置适应度进行比较,直至寻找到满足终止条件的粒子群结束。

### 3 灰预测控制稳定性分析

假设系统线性模型如式(32):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (32)$$

式(32)中, $x(t) \in R^n$ 表示状态变量, $u(t) \in R^m$ 表示控制量, $y(t) \in R^r$ 表示系统输出量。*A*、*B*、*C*分别表示系统矩阵、控制矩阵、输出矩阵。系统误差公式如式(33):

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (33)$$

令灰色预测控制器输出值为  $y^*(t)$ , 预测误差则如式(34):

$$\begin{cases} e^*(t) = r(t) - y^*(t) \\ \Delta e^*(t) = \dot{e}^*x(t) = \dot{r}(t) - \dot{y}^*(t) \end{cases} \quad (34)$$

已知 PID 控制器的输出公式如式(35):

$$u(t) = u(t - T) + k_1 \times e^*(t) + k_2 \times \Delta e^*(t) + k_3 \int e^*(t) \quad (35)$$

式(35)中,*t*和*T*为采用时间和采样周期。假设预测误差界于某个正常数*Z*,如式(36)、式(37)所示。误差界值*Z*越小,则意味着灰预测控制系统稳定性越好。

$$\|y^*(t) - y(t)\|_\lambda \leq Z \quad (36)$$

$$\|e^*(t) - e(t)\|_\lambda \leq Z \quad (37)$$

将线性状态方程式(32)代入,由式(33)一式(37)可得结果如式(38):

$$e(t) = r(t) - y(t) = e(t - T) - \int_0^t C\Phi(t - \tau)B \left[ k_1 e^*(\tau) + k_2 \dot{e}^*(\tau) + k_3 \int_0^\tau e^*(\sigma) d\sigma \right] d\tau \quad (38)$$

令  $H(t-T) = C\Phi(t-\tau)B$ , 则化简如式(39):

$$\int_0^t H(t-T)k_2 e^*(\tau) d\tau = H(0)k_2 e^*(t) - \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} [H(t-\tau)k_2] e^*(\tau) d\tau \quad (39)$$

将式(39)代入式(38), 化简结果如式(40):

$$e(t) = e(t-T) - H(0)k_2 e^*(t) - \left\{ H(t-T)k_1 - \frac{\partial}{\partial \tau} [H(t-\tau)k_2] \right\} e^*(\tau) d\tau - \int_0^t \int_0^\tau H(t-\sigma)k_3 e^*(\sigma) d\sigma d\tau \quad (40)$$

为便于本文讨论分析验证, 阐述本文所用函数如式(41)、式(42)、式(43)、式(44)所示:

$$\|f(t)\|_\lambda = \sup e^{-\lambda t} \|f(t)\| \quad (41)$$

$$\|f(t)\|_\infty = \sup \|f(t)\| \quad (42)$$

$$m_1 = \sup \|H(t-\tau)k_1 - \frac{\partial}{\partial \tau} [H(t-\tau)k_2]\|_\infty \quad (43)$$

$$m_2 = \sup \|H(t-\tau)k_3\|_\infty \quad (44)$$

对式(40)两边进行处理, 结果如式(45):

$$\begin{aligned} \|I + H(0)k_2\| \cdot \|e(t)\| &\leq \|e(t-T)\| + \|H(0)k_2\| \|e^*(t) - e(t)\| + \\ &\int_0^t m_1 \|e^*(\tau) - e(\tau)\| d\tau + \int_0^t m_1 \|e(\tau)\| d\tau + \\ &\int_0^t \int_0^\tau b_2 \|e^*(\sigma) - e(\sigma)\| d\sigma d\tau + \\ &\int_0^t \int_0^\tau b_2 \|e^*(\sigma) - e(\sigma)\| d\sigma d\tau + \\ &\int_0^t \int_0^\tau b_2 \|e(\sigma)\| d\sigma d\tau \end{aligned} \quad (45)$$

对式(45)化简结果如式(46):

$$\begin{aligned} \|I + H(0)k_2\| \cdot \|e(t)\|_\lambda &\leq \|e(t-T)\|_\lambda + \\ &\|H(0)k_2\| Z + m_1 \frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda} Z + m_1 \frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda} \|e(t)\|_\lambda + \\ &m_2 \left(\frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda}\right)^2 Z + m_2 \left(\frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda}\right)^2 \|e(t)\|_\lambda \end{aligned} \quad (46)$$

令:

$$\eta_1(t) = \left[ \|I + H(0)k_2\| - m_1 \frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda} - m_2 \left(\frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda}\right)^2 \right]^{-1}$$

$$\eta_2(t) = \|H(0)k_2\| + m_1 \frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda} + m_2 \left(\frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda}\right)^2$$

对式(46)整理结果如式(47):

$$\|e(t)\|_\lambda \leq \eta_1(t) \|e(t-T)\|_\lambda + \eta_1(t) \eta_2(t) Z \quad (47)$$

则当  $\lambda$  足够大时, 误差  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\|_\lambda$  收敛于正常数。

### 4 实验验证及结果分析

为了验证本文所设计控制器在磁悬浮球系统中有效性和控制效果, 采用 MATLAB/Simulink 进行仿真研究, 选择超调量  $\sigma$ , 峰值时间  $t_r$ , 调节时间  $t_s$  作为衡量控制器性能的指标。设定 PID 控制器参数  $k_p, k_i, k_d$  的初始值为 -480、-3 200、-10; 设置粒子群算法参数, 惯性因子  $w=0.6$ , 学习因子  $c1$  与  $c2$  均为 2, 粒子群规模为 20, 最大迭代次数为 25, 粒子速度范围为  $[-1, 1]$ , 维数为 3。采用 ITAE 指标作为优化算法适应度函数, 其函数公式为  $\int_0^\infty t|e(t)| dt$ 。

采用阶跃函数和正弦函数作为输入激励信号分别来衡量系统的控制器性能优劣和轨迹跟踪能力, 其仿真结果分别如图 5 所示、图 6 所示。

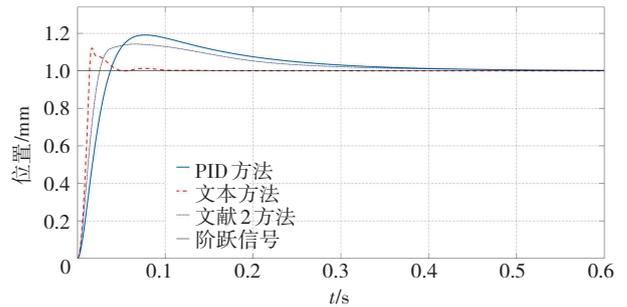


图 5 阶跃输入信号下磁悬浮球响应曲线图

Fig. 5 The response curve of magnetic levitation ball under step input signal

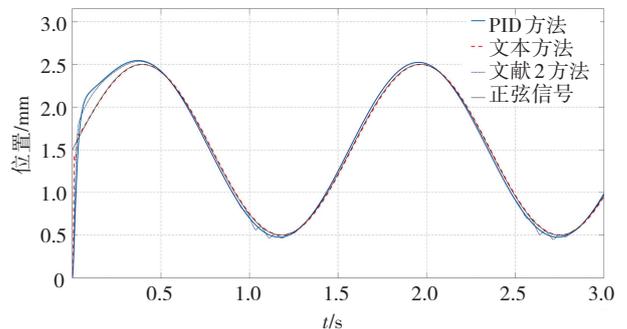


图 6 正弦信号下磁悬浮球轨迹对比图

Fig. 6 The comparison chart of magnetic levitation ball trajectory under sinusoidal signal

由图 5 可知, 磁悬浮球系统在输入为阶跃响应信号的作用下, PID 策略可以使系统实现较好的稳定, 但依然存在较大的超调量。本文引入灰色预测思想, 能够明显的降低超调量, 文献[2]方法为模糊 PID 控制策

略,文献[2]方法调节时间相比较于原 PID 方法有一定程度的减少,但仍待改善,本文引入粒子群优化算法,其调节时间明显要低于其他两种策略。三种控制方法在阶跃输入信号下暂态性能对比如表 1 所示。

表 1 暂态性能对比表

Table 1 Comparison of transient performance

方 法	指 标		
	超调量( $\sigma/\%$ )	峰值时间( $t_p/s$ )	调节时间( $t_s/s$ )
PID	19.08	0.077	0.245
文献[2]	14.2	0.065	0.205
<b>本文方法</b>	<b>12.09</b>	<b>0.017</b>	<b>0.033</b>

注:加粗表示在该指标下效果最佳。

为检验本文控制器在目标跟踪上响应速度和准确性的表现,故对其进行位置跟踪测试。给定磁悬浮球正弦目标轨迹信号,正弦信号是一种典型的周期信号,将其作为位置跟踪测试信号,其目标轨迹函数如式(48):

$$y = \sin 4\pi t + 1.5 \quad (48)$$

此外在同等条件下,使用文献[2]方法、PID 方法和本文方法对磁悬浮球模型进行仿真测试,其轨迹跟踪效果如图 6 所示。由图 6 正弦轨迹位置响应曲线图可以看出磁悬浮球系统在本文方法控制器作用下跟踪效果表现最好,期望目标轨迹与实际位置误差最小,响应速度快、滞后小。同时,从图 6 中可以看出本文控制方法的抗饱和能力反应速度和跟踪能力都优于文献[2]和 PID 控制器。

## 5 结 论

本文针对磁悬浮球系统实时性和稳定性较差问题,设计了一种基于粒子群优化的自适应灰预测控制策略。通过在 PID 控制模块的反馈环中引入等维新息灰色预测模型,实现对系统误差进行及时反馈修正,提高控制系统的响应速度和鲁棒性;并融入粒子群算法对控制器参数迭代优化,以提高控制系统控制精度和抗干扰能力,实现精准快速控制。通过仿真对比实验结果显示本文控制策略模型的超调量、峰值时间、调节时间显著改善,为其在实际应用中奠定良好的理论研究和实际应用价值。

## 参考文献(References):

[1] 周丹峰,李杰,余佩倡,等.磁浮交通轨排耦合自激振动分析及自适应控制方法[J].自动化学报,2019,45(12):2328—2343.  
ZHOU Dan-feng, LI Jie, YU Pei-chong, et al. Analysis and adaptive control method of coupled self-excited vibration of magnetic levitation traffic rails[J]. Acta Automatica Sinica, 2019, 45(12): 2328—2343.

[2] 刘丽丽,左继红.磁悬浮球系统模糊 PID 参数自调整控制方法[J].控制工程,2021,28(2):354—359.  
LIU Li-li, ZUO Ji-hong. Fuzzy PID parameter self-adjustment control method for magnetic levitation ball system[J]. Control Engineering, 2021, 28(2): 354—359.

[3] 王永涛,肖俊辰.基于改进灰色预测单神经元 PID 的 URV 伺服控制系统研究[J].兵器装备工程学报,2021,42(8):251—257.  
WANG Yong-tao, XIAO Jun-chen. Research on URV servo control system based on improved grey prediction single neuron PID [J]. Chinese Journal of Weaponry and Equipment Engineering, 2021, 42(8): 251—257.

[4] MAJEWSKI P, PAWUS D, SZURPICKI K, et al. Toward optimal control of a multivariable magnetic levitation system[J]. Applied Sciences, 2022, 12(2): 674—678.

[5] WEI W, XUE W, Li D. On disturbance rejection in magnetic levitation[J]. Control Engineering Practice, 2019, 82(1): 24—35.

[6] 吕治国,龙志强.磁悬浮球系统的非线性自适应控制方法[J].控制工程,2020,27(1):127—133.  
LV Zhi-guo, LONG Zhi-qiang. Nonlinear adaptive control method of magnetic levitation ball system[J]. Control Engineering, 2020, 27(1): 127—133.

[7] 王军晓,陈林杰,俞立.基于等价输入干扰滑模观测器的磁悬浮球系统模型预测控制[J].控制理论与应用,2021,38(1):137—146.  
WANG Jun-xiao, CHEN Lin-jie, YU Li. Model predictive control of maglev ball system based on equivalent input disturbance sliding mode observer[J]. Control Theory and Application, 2021, 38(1): 137—146.

[8] 龚事引,李丹.基于粒子群优化的磁悬浮球系统的模糊强化学习控制[J].石河子科技,2021(1):41—43.  
GONG Shi-yin, LI Dan. Fuzzy reinforcement learning control

- of magnetically levitated ball system based on particle swarm optimization[J]. *Shihezi Science and Technology*, 2021 (1): 41—43.
- [9] DONG, KONG D H, LIU X K, et al. Simulation and chaotic characteristics study of magnetic levitation system[J]. *Journal of System Simulation*, 2017, 29(3): 572—580.
- [10] HANG H, YAN J, WANG W, et al. Self-tuning predictive control applicable to ship magnetic levitation damping device[J]. *IET Collaborative Intelligent Manufacturing*, 2022, 4(1): 58—70.
- [11] TANG J, HUANG Z, ZHU Y, et al. Neural network compensation control of magnetic levitation ball position based on fuzzy inference[J]. *Scientific Reports*, 2022, 12 (1): 1—17.
- [12] 魏利胜, 费敏锐. 自适应灰色预测控制的稳定性与仿真研究(英文)[J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(10): 3009—3013.  
WEI Li-sheng, FEI Jian-min. Stability and simulation research of adaptive grey predictive control (English)[J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(10): 3009—3013.
- [13] 梁秀霞, 牛菁洋. 改进灰色预测模糊 PID 控制策略[J]. *中南民族大学学报(自然科学版)*, 2017, 36(1): 87—91.  
LIANG Xiu-xia, NIU Jing-yang. Improved grey prediction fuzzy PID control strategy[J]. *Journal of South-Central University for Nationalities (Natural Science Edition)*, 2017, 36(1): 87—91.
- [14] WEI L, FEI M, HU H. Modeling and stability analysis of grey-fuzzy predictive control[J]. *Neurocomputing*, 2008, 72 (1-3): 197—202.
- [15] 庞伟, 陈机林, 李康, 等. 基于变步长灰色预测模糊 PID 的某武器扫雷犁控制系统设计[J]. *机械制造与自动化*, 2017, 46(1): 194-196, 201.  
PANG Wei, CHEN Ji-lin, LI Kang, et al. Design of a weapon mine-sweeping pear control system based on variable-step gray prediction fuzzy PID[J]. *Machinery Manufacturing and Automation*, 2017, 46(1): 194-196, 201.
- [16] 李宗帅, 张思博. 基于自适应模糊 PID 的飞机客舱温度控制(英文)[J]. *系统仿真学报*, 2018, 30(11): 4395—4402.  
LI Zong-shuai, ZHANG Si-bo. Aircraft cabin temperature control based on adaptive fuzzy PID (English)[J]. *Journal of System Simulation*, 2018, 30(11): 4395—4402.
- [17] 孟建军, 王终军, 胥如迅, 等. 基于模糊复合策略的高速列车主动悬挂控制研究[J]. *系统仿真学报*, 2021, 33 (7): 1554—1564.  
MENG Jian-jun, WANG Zhong-jun, XU Ru-xun, et al. Research on active suspension control of high-speed train based on fuzzy composite strategy[J]. *Journal of System Simulation*, 2021, 33(7): 1554—1564.
- [18] 曾喆昭, 刘文珏. 自耦 PID 控制器[J]. *自动化学报*, 2021, 47(2): 404—422.  
ZENG Zhe-zhao, LIU Wen-jue. Auto coupling PID controller [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(2): 404—422.
- [19] SHEN J, XIN B, CUI H, et al. Control of single-axis rotation INS by tracking differentiator based fuzzy PID[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53 (6): 2976—2986.
- [20] 余伟伟, 谢承旺, 闭应洲, 等. 一种基于自适应模糊支配的高维多目标粒子群算法[J]. *自动化学报*, 2018, 44(12): 2278—2289.  
YU Wei-wei, XIE Cheng-wang, BI Ying-zhou, et al. A high-dimensional multi-objective particle swarm optimization based on adaptive fuzzy domination[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(12): 2278—2289.
- [21] 陆湛文, 程新功, 张永峰. 基于共识粒子群的全局优化求解方法[J]. *系统仿真学报*, 2020, 32(10): 1936—1942.  
LU Zhan-wen, CHENG Xin-gong, ZHANG Yong-feng. A global optimization solution method based on consensus particle swarm [J]. *Journal of System Simulation*, 2020, 32 (10): 1936—1942.
- [22] 马炫, 李星, 唐荣俊, 等. 一种求解符号回归问题的粒子群优化算法[J]. *自动化学报*, 2020, 46(8): 1714—1726.  
MA Xuan, LI Xing, TANG Rong-jun, et al. A particle swarm optimization algorithm for solving symbolic regression problems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(8): 1714—1726.
- [23] 张进峰, 杨涛宁, 马伟皓. 基于多目标粒子群算法的船舶航速优化[J]. *系统仿真学报*, 2019, 31(4): 787—794.  
ZHANG Jin-feng, YANG Tao-ning, MA Wei-hao. Ship speed optimization based on multi-objective particle swarm algorithm [J]. *Journal of System Simulation*, 2019, 31(4): 787—794.