

基于权重控制的齿面重构技术及有限元分析

张凯杰,岳坤明,薛浩

上海理工大学机械工程学院,上海 200093

摘要:针对刀倾法加工的螺旋锥齿轮采用常用的样条拟合方法重构误差不均布,而影响齿面接触仿真分析的精度问题,提出根据齿面控制顶点权重系数实现自适应齿面分区重构的方法。由 Newton-Raphson 方法确定齿面理论控制顶点而实现齿面分区,基于双二次 NURBS 曲面权重系数的计算方法,得出齿面控制顶点的权重分布,根据控制顶点权重系数确定各区域最优插值节点数而实现齿面的重构。以刀倾法加工的螺旋锥齿轮小轮齿面为例,比较基于权重控制的齿面重构方法与基于 CATIA 的样条线重构以及基于 Spline 的插值法重构,研究表明:通过 CATIA 重构的齿面,其齿面误差呈现随机性,齿面误差均值为 $2.62\ \mu\text{m}$,齿长方向的误差敏感度更大,导致接触仿真分析存在斑点歧义;通过 Spline 插值重构方法,其齿面局部区域出现“过拟合”现象,齿高方向的误差敏感度更大,齿面误差均值为 $1.94\ \mu\text{m}$,导致局部区域接触斑点异常;而采用控制顶点权重自适应分配插值节点数进行曲面拟合这一方法,整体上齿面误差分布均匀,齿面误差均值为 $0.79\ \mu\text{m}$,且瞬时接触斑点具有唯一性,为齿轮接触区域修正提供了可靠的保证。

关键词:虚拟加工;权重系数;齿面重构;齿面误差;有限元分析

中图分类号:TH132 **文献标识码:**A **doi:**10.16055/j.issn.1672-058X.2023.0003.005

Tooth Surface Reconstruction Techniques Based on Weight Control and Finite Element Analysis

ZHANG Kaijie, YUE Kunming, XUE Hao

School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract: Aiming at the problem of uneven distribution of the commonly used spline fitting method for the spiral bevel gear processed by the knife pouring method, which affects the accuracy of the tooth surface contact simulation analysis, the method of realizing adaptive tooth surface partition reconstruction was proposed according to the vertex weight coefficient of the tooth surface control. The tooth surface partition was realized by the Newton-Raphson method to determine the tooth face theory control vertex. Based on the calculation method of the double quadratic NURBS surface weight coefficient, the weight distribution of the tooth surface control vertex was obtained, and the reconstruction of the tooth surface was realized by determining the optimal number of interpolation nodes in each region according to the control vertex weight coefficient. Taking the tooth surface of spiral bevel gear small gear machined by knife pouring method as an example, the tooth surface reconstruction side based on weight control was compared with the CATIA-based spline reconstruction and the Spline-based interpolation method reconstruction. The results showed that the tooth surface error of the tooth surface reconstructed by CATIA was random, the average error of the tooth surface was $2.62\ \mu\text{m}$, and the error sensitivity of the tooth length direction was greater, resulting in spot ambiguity in the contact simulation analysis. By using the method of Spline interpolation reconstruction, the local area of the tooth surface appeared “overfitting”, the error sensitivity of the tooth height direction was greater, and the average error of the tooth surface was $1.94\ \mu\text{m}$, resulting in abnormal contact spots in

收稿日期:2022-04-09 **修回日期:**2022-05-06 **文章编号:**1672-058X(2023)03-0034-08

通讯作者:张凯杰(1998—),男,江苏南通人,硕士研究生,从事齿轮动力学性能仿真研究。

引用格式:张凯杰,岳坤明,薛浩.基于权重控制的齿面重构技术及有限元分析[J].重庆工商大学学报(自然科学版),2023,40(3):34—41.

ZHANG Kaijie, YUE Kunming, XUE Hao. Tooth surface reconstruction techniques based on weight control and finite element analysis[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2023, 40(3): 34—41.

the local area. By using the method of surface fitting with the adaptive distribution of the number of interpolation nodes with controlled vertex weights, the overall tooth surface error was uniformly distributed with a mean value of 0.79 μm and the instantaneous contact spots were unique, providing a reliable guarantee for the correction of the gear contact area.

Keywords: virtual processing; weight coefficient; tooth surface reconstruction; tooth surface error; finite element analysis

1 引言

螺旋锥齿轮由于重合系数大、承载能力强、传动效率高、传动平稳^[1]等优势被广泛应用于各种交错轴传动的机械设备中。近几年来,数字化虚拟技术^[2]被广泛应用于螺旋锥齿轮的设计中,用来指导螺旋锥齿轮的实际加工。由于螺旋锥齿轮的齿面形状复杂,因此,很多学者针对齿面重构进行了研究,其中 NURBS 拟合函数得到广泛应用。Rui 等^[3]利用最小二乘法对 NURBS 拟合后的齿面进行二次优化逼近,相比于 CAD/CAM 中立方体非均匀有理 B 样条曲线和曲面的拟合技术,齿面的精度明显提高;林家春等^[4]对齿面测量点进行 NURBS 曲面拟合,并建立真实齿面的三维参数化模型,将建立的参数化模型与理论模型比较得出齿廓偏差,解决了特大型齿轮特征线的测量问题;丁撼等^[5]结合三次 NURBS 曲线曲面造型技术的在 CAD/CAM 中的优势完成球面渐开线齿面的精确拟合,利用蒙皮法构造的 NURBS 齿面基础上提出相关优化方案,为齿面接触分析提供了齿面数据与基础模型;邓辰等^[6]通过循环高斯核的 Kriging 模型得到齿面控制顶点,进而对双重螺旋法加工的齿面进行重构,再通过数值测量验证了重构齿面的整体精度高,最后通过蒙面法实现了齿面的重构;马力全等^[7]详细介绍了双二次 NURBS 曲线及曲面权重系数的计算方法,去掉了传统方法中对相关矩阵的求逆,并增加了一项顶点系数,该方法能够快速计算出每一个控制顶点的权重系数。大部分齿面重构的研究都只是确保了拟合曲面的最大误差以及平均误差,却忽视了误差的整体分布情况以及是否存在局部过拟合等问题;王笑一等^[8]基于齿面误差的 3D 表达提出了特征数据集的定义方法以及基于统计的齿面误差评价指标计算方法。因此,利用统计学方法诠释齿面误差将更好地反映整体齿面拟合情况。

进行刀倾法虚拟切齿时,小轮齿面呈现碎片式现象,不利于后续的网络划分与有限元分析,因此需要对加工后的齿面进行重构处理。由于接触斑点分布是作为螺旋锥齿轮接触性能以及判断其承载能力的一个重要指标,而接触斑点分布直接取决于重构齿面的情况,因此在进行有限元分析时,齿面误差的随机性可能会

导致接触斑点歧义,从而使设计者为达良好接触区域而错误地调整机床参数,从而降低齿轮传动性能。本文采用 Newton-Raphson 方法确定齿面的中央控制顶点,通过虚拟切齿技术确定齿面的边界,从而实现齿面分区,再基于双二次 NURBS 曲面权重系数计算方法计算各控制顶点的权重分布,从而实现对各控制顶点间自适应分配插值节点数,使重构齿面的误差在各齿面划分区域上均匀分布,避免了重构齿面的局部失真而降低齿轮接触仿真分析的准确性。

2 基于权重控制的曲面重构

曲面重构方法分为以下 4 个步骤,如图 1 所示:



图 1 曲面重构流程图

Fig. 1 Flowchart of surface reconstruction

以一对准双曲面齿轮副为研究对象,基于格里森制的 HFT 计算卡解析^[9]刀倾法加工的小轮以及成形法加工的大轮,通过 Visual Basic 程序对轮坯进行参数计算,并利用 CATIA 二次开发进行参数化建模。根据螺旋锥齿轮的切齿加工原理,推导出轮坯与刀具之间的初始相对位置以及运动关系,通过 CATIA 中的 VBA 宏程序控制刀具与轮坯的运动。因此先根据小轮加工参数使刀具相对于轮坯进行空间定位,再通过 CATIA 中的宏命令进行连续切削 50 次,从而得出小轮齿面上完整的刀痕线,但是这种做法会大大降低齿面精度,故需对小轮齿面进行重构。一般而言,型值点越多,曲面拟合越精确,但是其计算成本也会线性增加,故在保证拟合精度的前提下,应尽量提取较少型值点。

为了使重构后的齿面更好贴合理论齿面,通过引入理论点作为齿面上的面控制顶点,从而进行曲面拟合。由于螺旋锥齿轮的齿面相当复杂,其齿面方程不能通过显示函数进行表达,故本节通过齿面共轭原理^[10-11],由 Newton-Raphson 方法计算表面点的坐标值,这个方法包括坐标变换方程、运动方程以及齿坯边界方程,如式(1)所示:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_g(s, \theta, \varphi) = \mathbf{M}_{cg}(X_b, X_d, E_0, \delta_j, S_j, q_a, \theta_q, \theta_z, \varphi) \\ \mathbf{R}_c(s, \theta) \left(\frac{\partial \mathbf{R}_g}{\partial s} \times \frac{\partial \mathbf{R}_g}{\partial \theta} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_g}{\partial \varphi} = f_{gc}(s, \theta, \varphi) = 0(1) \\ f_m = f_m(\delta_m, \delta_g, O_m, O_g, b, d_e) \end{cases}$$

式(1)中, $\mathbf{R}_g(s, \theta, \varphi)$ 表示齿轮在运动过程中的位置向量; $\mathbf{R}_c(s, \theta)$ 表示刀具在运动过程中的位置向量; \mathbf{M}_{cg} ($X_b, X_d, E_0, \delta_j, S_j, q_a, \theta_q, \theta_z, \varphi$) 表示坐标变换矩阵; f_{gc} 表示齿轮啮合方程; $f_m(\delta_m, \delta_g, O_m, O_g, b, d_e)$ 表示由设计参数定义的齿轮边界方程。

其中, s 为刀刃顶距 (mm), θ 为刀转角 ($^\circ$), φ 为床位 (mm), X_b 为机床基点到背部的距离 (mm), X_d 为机床基点到底座的距离 (mm), E_0 为偏移量 (mm), δ_j 为机床根角 ($^\circ$), S_j 为径向轮位 (mm), q_a 为安装角 ($^\circ$), θ_q 为刀倾角 ($^\circ$), δ_m 为面锥角 ($^\circ$), δ_g 为根锥角 ($^\circ$), O_m 为面锥顶点到交叉点距离 (mm), O_g 为根锥顶点到交叉点距离 (mm), b 为齿宽 (mm), d_e 为外端直径 (mm)。

由上述方程组求解得到曲面上 3×7 的点阵坐标, 计算共轭齿面型值点示意图如图 2 所示。

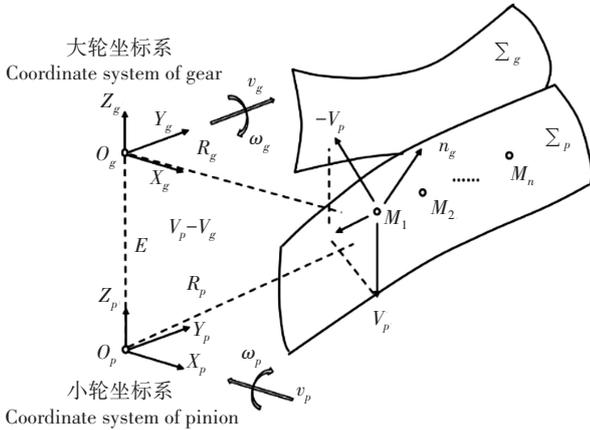


图 2 齿面型值点的计算

Fig. 2 Calculation of points on tooth surface

2.1 权重计算及曲率调整

2.1.1 计算权重系数

双二次 NURBS 曲面的数学表达式^[7]:

$$R(t_1, t_2) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \omega_{i,j} N_{i,2}(t_1) N_{j,2}(t_2)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,2}(t_1) N_{j,2}(t_2)} \quad (2)$$

式(2)中, t 为规范后的参数变量, $t \in [0, 1]$; $\omega_{i,j}$ 为控制顶点的权重系数; $N_{i,2}(t)$ 为 2 次 B 样条基函数。

双二次 NURBS 曲面拟合的研究中, 建立一组合适的权重系数能有效提高曲面拟合精度。由于权重系数能调节曲面形状与控制顶点之间的关系, 故调节各点的权重系数会影响该点自身及其相邻点对应的曲面形状。当权重系数增大, 曲面就会逼近控制顶点, 反之则会远离控制顶点。一个控制顶点的权重系数由其自身和周围的邻点共同确定, 对于双二次 NURBS 曲面而言, 计算一个控制顶点的权重系数需要 9 个顶点。

根据图 3 的齿面分区示意图, 将各区域的顶点作为权重计算的控制顶点。

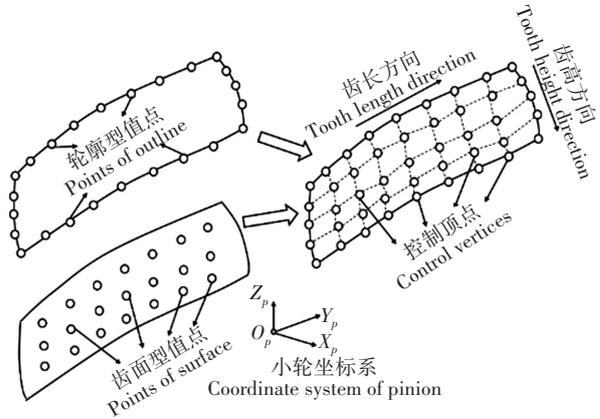


图 3 齿面分区示意图

Fig. 3 The sketch of tooth surface partition

由控制顶点本身及其周围的 9 个点计算出各顶点的权重系数, 表达式如式(3)所示:

$$\omega_{i,j} = \omega_{\min} + (\omega_{\max} - \omega_{\min}) (\mathbf{r}_i^T \mathbf{R}_{i,j} \mathbf{r}_i) b_{i,j} \quad (3)$$

式(3)中, \mathbf{r}_i 为相关矢量, $\mathbf{R}_{i,j}$ 为相关矩阵, $b_{i,j}$ 为顶点系数。根据文献[12]可知, ω_{\min} 为 0.1, ω_{\max} 为 1.0, \mathbf{r}_i , $\mathbf{R}_{i,j}$, $b_{i,j}$ 的计算公式如式(4)、式(6)、式(7)所示:

$$\mathbf{r}_i = \frac{r_i^x + r_j^y}{2} = \frac{R(x_{cp}, t_i^x) + R(y_{cp}, t_j^y)}{2} = \frac{e^{-\Delta |t_i^x - x_{cp}|^p} + e^{-\Delta |t_j^y - y_{cp}|^p}}{2} \quad (4)$$

式(4)中, t_i^x 和 t_j^y 分别为控制顶点坐标 x_i 和 y_j 规范化后的参量, 影响区域因子 Δ 和影响率因子 p 计算公式如式(5)所示:

$$\Delta = \ln(\omega_{\min}), p = \frac{\ln(\ln C)}{\ln\left(\frac{1}{n_c}\right)} \quad (5)$$

式(5)中, C 为相关系数, 一般取 $2^{[13]}$; n_c 为控制顶点数目, 故这里 n_c 等于 45。

$$\mathbf{R}_{i,j} = \mathbf{R}(t_i^x, t_j^y) =$$

$$\begin{bmatrix} R_{i-1,j-1} & R_{i-1,j} & R_{i-1,j+1} \\ R_{i,j-1} & R_{i,j} & R_{i,j+1} \\ R_{i+1,j-1} & R_{i+1,j} & R_{i+1,j+1} \end{bmatrix} = e^{-\theta |t_i^x - t_j^y|^p} \quad (6)$$

$$b_{i,j} = z_{i,j} - z_{\min} \quad (7)$$

式(7)中, $z_{i,j}$ 为控制顶点在 z 方向上的坐标值, z_{\min} 为 45 个控制顶点中最小的 z 值。

上述式(2)一式(7)中的 i, j 分别表示控制顶点在齿长和齿高方向的下标, $i=0, 1, \dots, 8; j=0, 1, \dots, 4$ 。

曲面控制顶点权重系数传递示意图如图 4 所示:

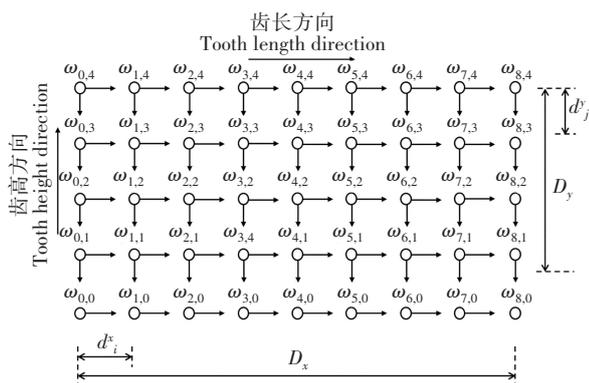


图 4 权重系数传递示意图

Fig. 4 The schematic diagram of weight coefficient

由图 4 所示,可求得控制顶点规范化后的参量 t_i^x 和 t_j^y ,如式(8)所示:

$$t_i^x = \frac{d_i^x + d_{i+1}^x}{D_x}, t_j^y = \frac{d_j^y + d_{j+1}^y}{D_y} \quad (8)$$

其中, d_i^x 为相邻两个控制顶点在齿长方向上的 x 坐标差值, d_j^y 为相邻两个控制顶点在齿高方向上的 y 坐标差值, D_x 为齿长方向首尾控制顶点间的总弦长, D_y 为齿高方向首尾控制顶点间的总弦长。

由式(8),计算得小轮凹面的各控制顶点权重系数,其权重分布如图 5 所示。

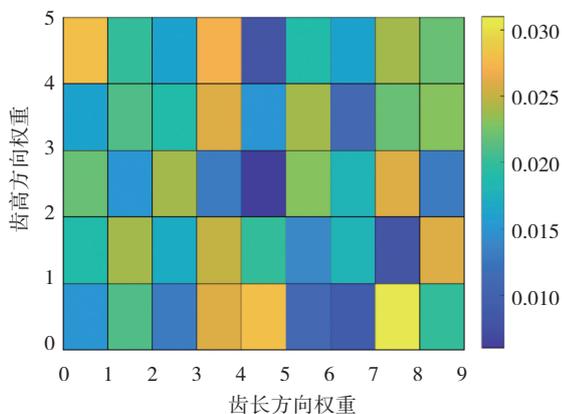


图 5 小轮凹面控制顶点的权重分布

Fig. 5 Weight distribution of points on pinion concave

2.1.2 曲率调整

通过在两两控制顶点间插值,可改变各区域曲面曲率,从而间接影响整体曲面精度。若插值点数量偏少可能导致曲面精度达不到预期要求,而插值数量偏多又会产生“过拟合”现象,反而导致整体或局部曲面精度下降,因此,需要得出各分区控制点间的最优插值点数量。本节将两两控制顶点间的权重系数差值之比转化为各控制点间的插值节点数之比,通过同比例增加各区域插值节点数,直至开始出现局部“过拟合”现象为止,重构齿面的误差均值随插值节点数的增加而

呈现“先降低后上升”的趋势,如图 6 所示,其原因就在于插值点数过多而导致的“过拟合”现象。通过同比例增加插值点数进行曲率调整之后,最终拟合曲面的误差均值仅为 $0.79 \mu\text{m}$ 。

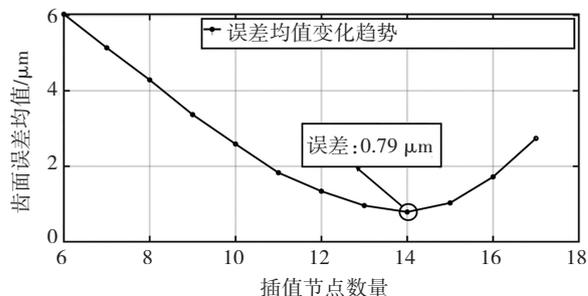


图 6 误差均值变化趋势

Fig. 6 Variation trend of average error

2.2 曲面重构

通过 MATLAB 软件,根据上述控制顶点的权重系数对各齿面区域进行自适应插值,再通过拟合构成的数值点阵实现小轮凹面的重构,如图 7 所示。通过编写的程序将重构后的曲面图像生成“.scr”的脚本文件,在 Windows 操作系统中,它将被默认当作屏保脚本程序。通过实验发现,可以借助 AutoCAD 中“script”命令将此脚本文件打开,实现数据文件的格式转换,使得曲面图像在三维软件中得以呈现,由此方法,同样可以将小轮的凸面图像导入,以小轮凹凸齿面作为轮齿重构的边界条件,实现轮齿包络,进而可以重构出齿面误差比较小的一对齿轮,再将其导入 HyperMesh 中进行网格的划分,以便进行后续的齿面接触分析。

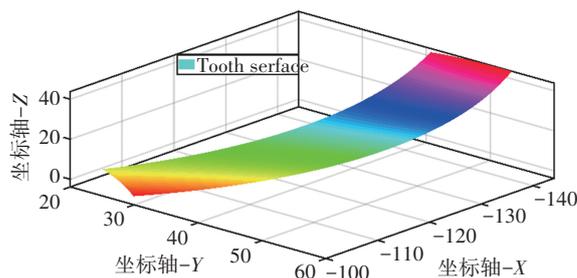


图 7 齿面重构

Fig. 7 Tooth surface reconstruction

3 误差测量与误差分布

为了将统计学原理运用于齿面测量数据实现齿面评价,需要建立数学模型来表达三维齿面误差。从本质上讲,齿面误差评价是对一系列误差数据点进行统计运算,从而获得具有代表性的统计量。本节通过 Newton-Raphson 方法^[10-11]计算小轮凹面近似点坐标,得到齿高方向 25 点、齿长方向 81 点的特征数据集,所

谓齿面误差是指数据点与拟合齿面的法向偏差,以增加实体材料方向为正,减少实体材料方向为负^[8]。

再对一系列数据点偏差 X_1, X_2, \dots, X_n 进行均值和标准差的计算,并将其作为重构齿面的精度统计指标。

其均值与标准差分别定义为

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i| \tag{9}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2} \tag{10}$$

3.1 基于 Catia 曲面重构的误差测量

利用 Catia 的多截面拟合算法进行齿面重构时,齿面的精度依赖于辅助截面的数量,辅助截面数量越多,齿面精度也越高,但计算成本也因此线性增长。误差测量使用的是 Catia 中的测量模块,将 81×25 特征数据集导入,测量其到重构齿面的法向距离,如图 8 所示,数据点到重构齿面之间的法向距离,随着辅助截面的数量增加,齿面的误差均值不断减小,并逐渐趋于稳定,最终稳定值为 $2.62 \mu\text{m}$,齿长误差均值为 $3.29 \mu\text{m}$,齿高误差均值为 $1.95 \mu\text{m}$,表明齿长方向的误差敏感度更大,此时的误差分布情况如图 9(a) 所示,并通过在齿长与齿高方向上等距选择误差点阵,表示齿长与齿高误差,如图 10(a)、图 10(b) 所示。

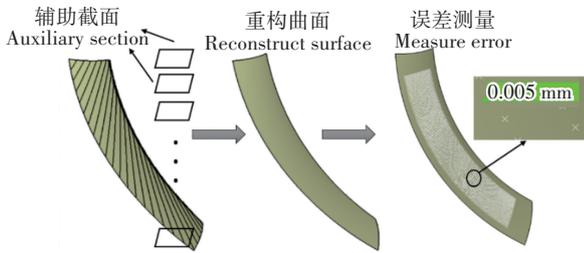
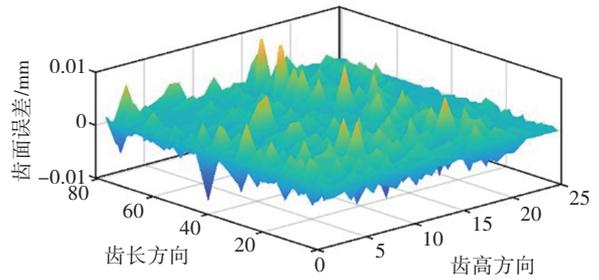


图 8 基于 Catia 的误差测量
Fig. 8 Error measurement by Catia

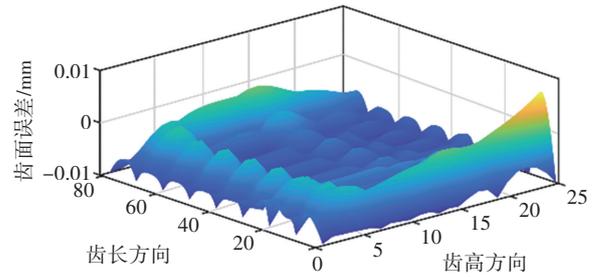
3.2 基于插值法曲面拟合的误差测量

MATLAB 中有一些快速插值的拟合算法,本节以分段三次样条插值(Spline)为例,如果直接对控制顶点间进行均匀插值拟合,则会非常容易出现局部“过拟合”现象,从而导致局部区域的齿面误差偏大。为了验证直接插值的拟合度优劣性,本节依旧使用控制顶点进行插值拟合,得出重构曲面,再将计算的 81×25 的特征数据点阵导入,测量点阵到拟合曲面之间的法向距离。得出结论:由分段三次样条直接插值拟合的齿面,其齿面误差均值为 $1.94 \mu\text{m}$,齿长误差均值为 $1.76 \mu\text{m}$,齿高误差均值为 $2.12 \mu\text{m}$,表明齿高方向的误差敏感度更大,其齿面误差分布情况如图 9(b) 所示,其齿长与齿高误差分别如图 11(a)、图 11(b) 所示。而先通过

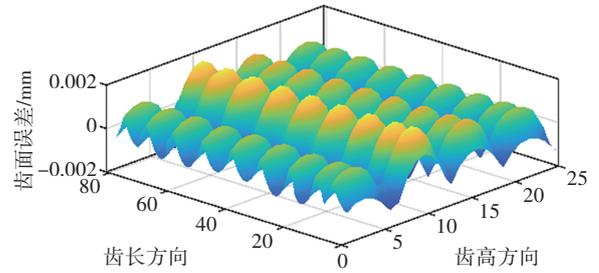
控制顶点权重系数自适应分配各控制顶点间的插值节点数之后再数值拟合曲面操作,其曲面误差均值仅为 $0.79 \mu\text{m}$,比之前的 3 种拟合效果更佳,其齿长误差均值为 $0.76 \mu\text{m}$,齿高误差均值为 $0.82 \mu\text{m}$,相比之下,误差相差较小,则可表明误差敏感度基本一致,从均值误差的角度来看,通过控制顶点权重系数进行自适应插值这一拟合方法更有意义。其齿面误差分布情况如图 9(c) 所示,其齿长与齿高误差分别如图 12(a)、图 12(b) 所示。



(a) 基于 Catia 拟合的曲面误差分布



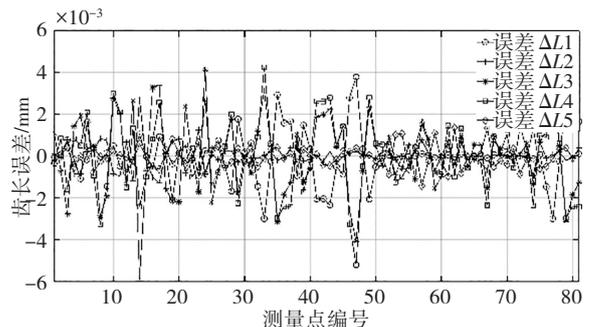
(b) 基于 Spline 直接插值的曲面误差分布



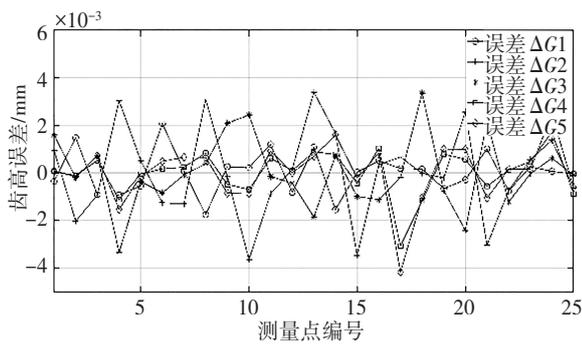
(c) 基于权重控制自适应插值的曲面误差分布

图 9 齿面误差分布情况对比

Fig. 9 Comparison of error distribution on tooth surface



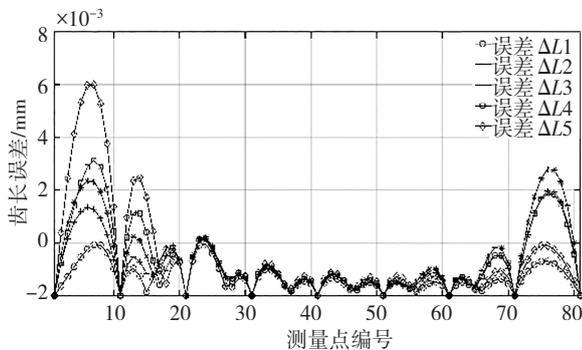
(a) 基于 Catia 拟合的齿长误差



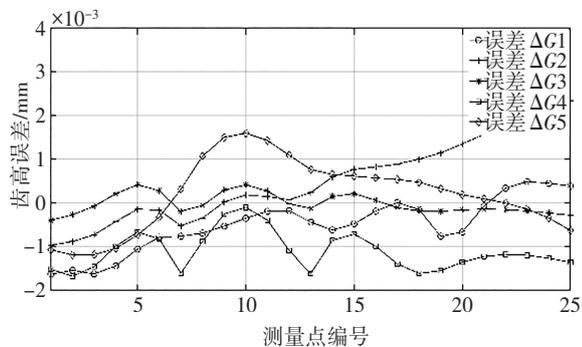
(b) 基于 Catia 拟合的齿高误差

图 10 基于 Catia 拟合的齿面误差敏感性分析

Fig. 10 Sensitivity analysis of tooth surface error based on Catia fitting



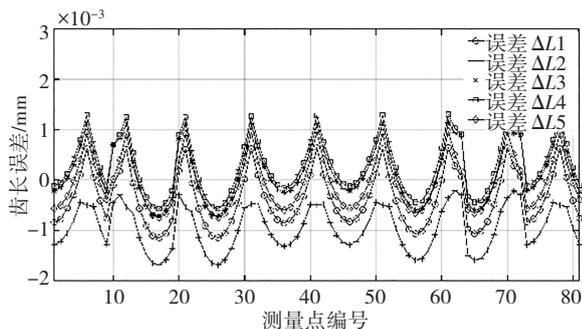
(a) 基于 Spline 直接插值的齿长误差



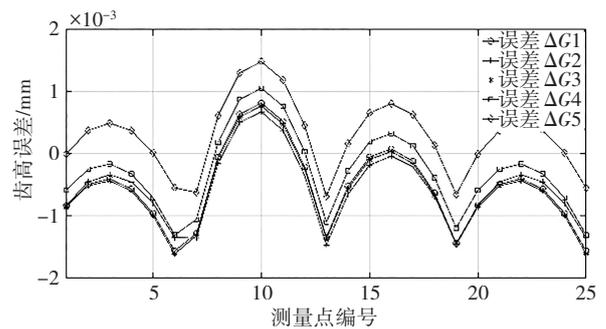
(b) 基于 Spline 直接插值的齿高误差

图 11 基于 Spline 拟合的齿面误差敏感性分析

Fig. 11 Sensitivity analysis of tooth surface error based on Spline fitting



(a) 基于权重控制自适应插值的齿长误差



(b) 基于权重控制自适应插值的齿高误差

图 12 基于权重控制拟合的齿面误差敏感性分析

Fig. 12 Sensitivity analysis of tooth surface error based on weight control fitting

通过这 3 种拟合方式下的齿面误差分布情况对比,可以看出:通过 Catia 进行多截面拟合的齿面,其误差分布整体上比较凌乱;基于 Spline 进行直接插值拟合的齿面,其误差分布相对来说呈现一定的规律性,但是存在局部“过拟合”现象;而通过控制顶点权重系数自适应分配各区域插值节点数后,再进行齿面的插值拟合,其误差分布整体上具有均匀性,并且不存在局部“过拟合”现象。此外,通过计算 3 种拟合方式下的数据点偏差的标准差,得出:图 9(a)的标准差为 $0.795 \mu\text{m}$,图 9(b)的标准差为 $0.549 \mu\text{m}$,图 9(c)的标准差为 $0.083 \mu\text{m}$,由此再次证明基于权重控制自适应插值的曲面拟合效果最好。

4 重构齿面的有限元分析

4.1 轮齿重构及网格划分

将上述重构的齿面分别导入 Catia 中,与轮坯齿顶面和齿根面形成包络体,通过封闭曲面并实体化得出单个轮齿,再由阵列得出重构全齿模型。由于网格质量直接影响有限元分析结果的可靠性,故将全齿模型导入 Hypermesh 中,进行手动划分网格,这样比在 Abaqus 中进行自动划分的网格质量高,由于本节研究的是大小齿轮正转过程中的齿面接触斑点分布情况,故需对小轮凹面及大轮凸面进行网格加密,因为全齿模型呈中心对称结构,故可先切割出单齿进行网格划分,在阵列单齿网格过程中,为了确保每个轮齿的左右端面网格节点一一对应,故需预先在单齿的一端面划分 2D 过渡网格,再将其复制旋转到另一端面,这样阵列出全齿网格模型在两两单齿之间无缝衔接,有效地保证了网格划分的正确性。

4.2 重构模型的有限元分析

4.2.1 Abaqus 分析前处理

将 Hypermesh 中划分的网格模型导入 Abaqus 中进行有限元分析,定义材料为 20CrMnTi,模型材料参数如表 1 所示。这里采用 Static、General 求解器^[14],

将齿面设置为通用接触,接触面的切向摩擦因子为 0.15,法向摩擦为硬接触,将齿坯内表面耦合至其轴线上的一点,对此耦合点施加位移和载荷可间接控制齿坯运动。为了求解的收敛性以及结果的正确性,设置 3 个分析步骤:第 1 步大轮固定,旋转小轮 0.005 rad,使其接触上大轮,消除装配之间的间隙;第 2 步放开大轮旋转自由度,并添加阻力矩,同时旋转小轮 0.2 rad,使其受力逐渐稳定;第 3 步为主要的接触分析步,大轮的设置继承第 2 步,待力平衡关系建立后,旋转小轮 3.14 rad,设置完成,最后提交作业,完成接触分析。

表 1 模型材料参数

Table 1 Material parameters of model

材 料	密 度	杨氏模量	泊松比
20CrMnTi	7 850	210 000	0.3

4.2.2 重构齿面的接触斑点对比

将小轮作为主动轮,大轮作为从动轮,在从动轮的内圈耦合点上施加 $100 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的阻力矩。选择小轮某一轮齿的凹面作为观察对象,观察从啮入到啮出这一周期内不同时刻的齿面接触斑点分布情况,其中,以小轮和大轮刚啮合的时刻定为起始 0° 转角,选取小轮转角为 5° 、 10° 、 15° 、 20° 、 25° 、 30° ,得出一个啮合周期内不同时刻的齿面接触斑点,如表 2 所示。从表 2 中可以看出,这 3 种重构方法下的齿面接触线形状基本都为椭圆形,满足赫兹理论,说明这对螺旋锥齿轮副的接触情况符合一般规律。但由于通过不同的拟合方法进行轮齿的重构,故导致这 3 种方法下的齿面接触情况略有差异。

表 2 重构齿面的接触斑点

Table 2 Contact spots of refactoring tooth surface

重构类型	旋转角度					
	5°	10°	15°	20°	25°	30°
基于 Catia 重构的齿面						
基于 Spline 直接重构的齿面						
基于权重控制的重构齿面						

由表 2 中 3 种重构方式下的齿面接触斑点情况可以看出:首先这 3 种重构齿面的接触斑点具有相似之处,当小轮转过 25° 时,在靠近小轮齿顶位置均有接触

斑点的分布,则可说明这是由于加工参数的设计误差导致的齿顶不良接触,而并非是由于齿面重构方法导致的,因此为了确保齿轮的接触强度,可以通过反调加工参数^[15]或者齿面修形^[16]来消除齿顶接触。基于 Catia 重构的齿面由于其齿面误差的随机性造成接触斑点不连续以及部分齿面区域存在应力歧义的问题;基于 Spline 直接插值法进行重构的齿面因为齿长方向的“龙格”问题导致刚啮入时的接触线偏长,并且因为偏齿根处的齿面误差偏大而导致在整个啮合周期内均有疑似齿根接触现象;基于权重控制的重构齿面,其瞬时接触斑点具有唯一性,则可说明这种齿面重构方法具有良好的鲁棒性与准确性,可为齿轮的有限元接触分析提供正确的指导。

5 结 论

通过数值拟合技术与有限元分析相结合,对螺旋锥齿轮曲面重构进行了以下研究:

通过 Catia 对螺旋锥齿轮进行高精度切齿,可有效保证切齿文件的可读性与切齿的精度,同时为避免从齿面直接选取的数据点出现异常值,故而根据“牛顿-拉夫逊”方法对齿面近似理论点进行计算,并结合切齿后的齿坯轮廓点进行齿面分区,有效避开从“碎片式”表面上取点的随机性。

基于双二次 NURBS 曲面权重系数计算方法得出各控制顶点的权重分布,由此自适应分配各控制顶点间的插值节点数,从而实现齿面的重构,可有效避免随机插值的“过拟合”现象,并保证齿面拟合误差在各齿面分划区域中均匀分布。

将统计方法运用于齿面测量数据实现重构齿面的评价,并比较了基于 Catia 重构齿面的方法、基于直接插值拟合齿面的方法以及基于权重控制的重构齿面方法下的齿面误差。其中,利用 Catia 重构的齿面整体误差均值为 $2.62 \mu\text{m}$,标准差为 $0.795 \mu\text{m}$,齿长方向误差为 $3.29 \mu\text{m}$,齿高方向误差为 $1.95 \mu\text{m}$,表明在 Catia 软件中进行的曲面拟合,拟合误差在齿长方向更为敏感;利用 Spline 进行直接均布插值重构的齿面整体误差均值为 $1.94 \mu\text{m}$,标准差为 $0.549 \mu\text{m}$,齿长方向误差为 $1.76 \mu\text{m}$,齿高方向误差为 $2.12 \mu\text{m}$,表明通过直接插值法进行的曲面拟合,拟合误差在齿高方向更为敏感;基于权重控制重构的齿面整体误差均值为 $0.79 \mu\text{m}$,标准差为 $0.083 \mu\text{m}$,齿长方向误差为 $0.76 \mu\text{m}$,齿高方向误差为 $0.82 \mu\text{m}$,表明根据控制顶点权重系数自适应分配插值节点数进行的曲面拟合,误差分布相对比较均匀,齿长方向与齿高方向的拟合误差敏感度基本一致,相比于另外两种方法,齿面的重构情况得到了较大的改善。

基于有限元法,对比了不同重构方式下的齿面瞬

时接触斑点,发现经 Catia 重构的齿面上接触斑点存在歧义,其原因在于齿面误差的随机性;通过 Spline 直接插值拟合的齿面上有偏向齿根侧接触斑点,是由于齿长方向的“过拟合”而导致偏齿根处的齿面误差偏大所造成;而基于权重控制的重构齿面上的瞬时接触斑点具有唯一性,为技术人员观察有限元结果来反调加工参数或齿面修形提供正确指导。

参考文献(References):

- [1] 汪中厚. 准双曲面齿轮动态性能仿真[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
WANG Zhong-hou. Simulation of dynamic performance of hypoid gears[M]. Beijing: Science Press, 2013.
- [2] 许文全, 曾辉藩. 螺旋锥齿轮数字化制造的关键技术及研究现状[J]. 制造业自动化, 2010, 32(13): 13-14, 26.
XU Wen-quan, ZENG Hui-fan. Key technology and research status of digital manufacture of helical bevel gear [J]. Manufacturing Automation, 2010, 32(13): 13-14, 26.
- [3] ZHAN R, ADAYI X, DING H. Formational principle and accurate fitting methodology for a new tooth surface of the spiral bevel gear [J]. Int J of Simulation and Process Modelling, 2016, 11(1): 76—84.
- [4] 林家春, 石照耀, 潘晨光, 等. 基于 NURBS 曲面拟合的特大型齿轮齿廓偏差评定[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(3): 533—539.
LIN Jia-chun, SHI Zhao-yao, PAN Chen-Guang, et al. Evaluation of extra-large gear profile deviation based on NURBS surface fitting[J]. Chinese Journal of Instrumentation, 2016, 37(3): 533—539.
- [5] 丁撼, 阿达依 谢尔亚孜旦. 球面渐开线齿面的形成理论及其 NURBS 精确拟合方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015, 46(6): 2052—2058.
DING Hao, ADAYI Sher-yazidan. Formation theory of spherical involute tooth surfaces and its PRECISE fitting method for NURBS [J]. Journal of Central South University (Natural Science Edition), 2015, 46(6): 2052—2058.
- [6] 邓辰, 严宏志, 陈义忠, 等. 基于更新 Kriging 模型的双重螺旋法加工齿面的重构方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2019, 50(6): 1351—1356.
DENG Chen, YAN Hong-zhi, CHEN Yi-zhong, et al. Reconstruction method of double helix machining tooth surface based on updated Kriging model[J]. Journal of Central South University (Natural Science Edition), 2019, 50(6): 1351—1356.
- [7] 马力全, 蒋占四, 蒋玉龙, 等. 二次 NURBS 曲线及曲面权重系数的研究[J]. 计算机应用研究, 2015, 32(4): 1253—1256, 1260.
MA Li-quan, JIANG Zhan-si, JIANG Yu-long, et al. Study on quadratic NURBS curve and surface weight coefficient [J]. Computer Application Research, 2015, 32(4): 1253—1256, 1260.
- [8] 王笑一, 石照耀. 基于全信息的齿轮精度评价体系[J]. 中国科学: 技术科学, 2017, 47(1): 46—59.
WANG Xiao-yi, SHI Zhao-yao. Gear accuracy evaluation system based on all-information [J]. Science in China: Technical Sciences, 2017, 47(1): 46—59.
- [9] 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1989.
ZENG Tao. Design and processing of helical bevel gear[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1989.
- [10] 汪中厚, 李刚, 久保爱三. 基于数字化真实齿面的螺旋锥齿轮齿面接触分析[J]. 机械工程学报, 2014, 50(15): 1—11.
WANG Zhong-hou, LI Gang, KUBO Aizo. Contact analysis of tooth surface of helical bevel gear based on digital real tooth surface [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(15): 1-11.
- [11] HUANG De-quan, WANG Zhong-hou, LI Gang, et al. Conjugate approach for hypoid gears frictional loss comparison between different roughness patterns under mixed elastohydrodynamic lubrication regime[J]. Tribology International, 2019, 140(C), ISSN 0301—679X.
- [12] 刘安伟, 肖永明, 刘慎权. NURBS 曲面生成及拼接[J]. 计算机工程, 1992(2): 29—33.
LIU An-wei, XIAO Yong-ming, LIU Shen-quan. NURBS surface generation and stitching [J]. Computer Engineering, 1992(2): 29—33.
- [13] 柳晓燕, 冯锋. 基于能量优化的 NURBS 曲面几何特征修改[J]. 计算机工程与应用, 2008(26): 41—44.
LIU Xiao-yan, FENG Feng. Modification of NURBS surface geometry features based on energy optimization [J]. Computer Engineering and Applications, 2008(26): 41—44.
- [14] 汪中厚, 王杰, 王巧玲, 等. 基于有限元法的螺旋锥齿轮传动误差研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(14): 165—170.
WANG Zhong-hou, WANG Jie, WANG Qiao-ling, et al. Study on transmission error of helical bevel gear based on finite element method [J]. Vibration and Shock, 2014, 33(14): 165—170.
- [15] 汪中厚, 黄从阳, 石照耀, 等. 螺旋锥齿轮虚拟加工及有限元分析[J]. 机械强度, 2021, 43(4): 906—912.
WANG Zhong-hou, HUANG Cong-yang, SHI Zhao-yao, et al. Virtual machining and finite element analysis of helical bevel gear [J]. Mechanical Strength, 2021, 43(4): 906—912.
- [16] 严宏志, 肖蒙, 胡志安, 等. 基于 Ease-off 的螺旋锥齿轮齿面分区修形方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, 49(4): 824—830.
YAN Hong-zhi, XIAO Meng, HU Zhi-an, et al. Zonal reshaping method of tooth surface of spiral bevel gear based on ease-off [J]. Journal of Central South University (Natural Science Edition), 2018, 49(4): 824—830.