

## 数控凸轮轴磨床综合误差分析与建模

许海波<sup>1</sup>,王蔚鸿<sup>2</sup>,吴玉国<sup>1</sup>,魏伟<sup>3,4</sup>,时礼平<sup>1,5,6</sup>,李蒙<sup>1,5,6</sup>,王涛<sup>1,5,6</sup>,江海滨<sup>2</sup>

1. 安徽工业大学机械工程学院,安徽马鞍山 243032
2. 安庆中船柴油机有限公司,安徽安庆 246005
3. 安徽工业大学科研处,安徽马鞍山 243032
4. 安徽工业大学液压振动与控制教育部工程研究中心,安徽马鞍山 243002
5. 特种服役环境的智能装备制造国际科技合作基地,安徽马鞍山 243032
6. 特种重载机器人安徽省重点实验室,安徽马鞍山 243032

**摘要:**为提高某数控凸轮轴磨床的磨削精度,保证凸轮轴轮廓误差达到需求标准,针对磨床的运动误差和热误差进行分析和研究;分析了凸轮轴磨床主要运动部件相互之间运动关系,提出了利用耦合关系,耦合磨床运动误差与热误差方法,方法对磨床具有通用性,且可直接观察到误差项的来源,对误差补偿极为有效;首先,运用多体理论及坐标变化方法,将磨床抽象为多体系统;其次,将磨床磨削运动主要部件划分成两条运动链,即“工件-床身”链和“砂轮-床身”链;将运动链与磨削点组成一个闭环系统,此闭环系统即为简化的磨削运动过程;最后,建立各运动体坐标系,求出运动体变换矩阵,耦合热误差与几何误差,建立精密加工约束方程,推导凸轮轴磨床综合误差模型,为加工补偿提供理论基础。该方法已在实际生产中得到验证,结果表明:补偿后的磨床,磨削精度增加,实际凸轮轴轮廓经检测误差降低显著。

**关键词:**闭环系统;多体理论;误差补偿;综合误差模型

**中图分类号:**TH161 **文献标识码:**A **doi:**10.16055/j.issn.1672-058X.2023.0002.004

### Comprehensive Error Analysis and Modeling of CNC Camshaft Grinder

XU Haibo<sup>1</sup>, WANG Weihong<sup>2</sup>, WU Yuguo<sup>1</sup>, WEI Wei<sup>3,4</sup>, SHI Liping<sup>1,5,6</sup>, LI Meng<sup>1,5,6</sup>, WANG Tao<sup>1,5,6</sup>, JIANG Haibin<sup>2</sup>

1. School of Mechanical Engineering, Anhui University of Technology, Anhui Ma'anshan 243032, China
2. Anqing CSSC Diesel Engine Co., Ltd., Anhui Anqing 246005, China
3. Office of Academic Research, Anhui University of Technology, Anhui Ma'anshan 243032, China
4. Engineering Research Center for Hydraulic Vibration and Control of Ministry of Education, Anhui University of Technology, Anhui Ma'anshan 243032, China
5. International Scientific and Technological Cooperation Base for Intelligent Equipment Manufacturing in Special Service Environment, Anhui Ma'anshan 243032, China
6. Anhui Key Laboratory of Special Heavy-duty Robot, Anhui Ma'anshan 243032, China

**收稿日期:**2021-12-17 **修回日期:**2022-03-01 **文章编号:**1672-058X(2023)02-0021-08

**基金项目:**安徽省自然科学基金项目(2108085ME174, 2108085QE228);特种重载机器人安徽省重点实验室开放基金项目(TZJQR003-2020);液压振动与控制教育部工程研究中心开放基金(HVC202003)。

**作者简介:**许海波(1998—),男,安徽合肥人,硕士研究生,从事先进制造研究。

**通讯作者:**时礼平(1983—),男,安徽安庆人,副教授,从事先进制造技术及应用、摩擦学与表面工程研究。Email:Xiaopingguoshi@163.com.

**引用格式:**许海波,王蔚鸿,吴玉国,等.数控凸轮轴磨床综合误差分析与建模[J].重庆工商大学学报(自然科学版),2023,40(2):21-28.

XU Haibo, WANG Weihong, WU Yuguo, et al. Comprehensive error analysis and modeling of CNC camshaft grinder[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2023, 40(2): 21-28.

**Abstract:** In order to improve the grinding accuracy of a CNC camshaft grinder and ensure that the camshaft profile error meets the required standard, the motion error and thermal error of the grinder were analyzed and studied. The motion relation between the main moving parts of the camshaft grinder was analyzed, and a method of coupling the motion error and thermal error of the camshaft grinder was put forward. This method is universal to the grinder, and the source of the error can be directly observed, which is very effective for error compensation. Firstly, the multi-body system of grinding machine was abstracted by using multi-body theory and coordinate change method. Secondly, the main grinding parts of grinding machine are divided into two moving chains, namely the “work-bed” chain and the “grinding wheel-bed” chain. The motion chain and the grinding point were combined into a closed-loop system, which was a simplified grinding motion process. Finally, the coordinate system of key moving parts was established, the transformation matrix of moving parts was obtained, the thermal error and geometric error were coupled, the constraint equation of precision machining was established, and the comprehensive error model of camshaft grinding machine was derived, providing the theoretical basis for machining compensation. The method has been verified in practical production, and the results show that the grinding accuracy of the compensated grinding machine is increased, and the error of the actual camshaft profile is significantly reduced after testing.

**Keywords:** closed-loop system; multi-body theory; error compensation; comprehensive error model

## 1 引言

凸轮轴是船舶柴油机的核心零部件之一,其轮廓精度直接影响进、排气孔的开启与闭合,因此,为保证其在使用过程中的可靠性,必须增加凸轮轮廓精度<sup>[1]</sup>,而磨削是对凸轮轴精度的重要保证。在数控凸轮轴数控磨床误差来源中,其几何误差(仅考虑数控磨床部件之间的运动误差)和热误差是影响凸轮轴精度的主要误差源之一<sup>[2]</sup>,在实际生产工艺过程中,磨床各运动体之间相互移动与转动,都会产生空间位置上的几何误差与相互运动之间的热误差<sup>[3]</sup>,这两项误差占总误差的 70%~80%,因此通过分析这两项误差<sup>[3-4]</sup>,是达到提高数控凸轮轴磨床的关键因素。

近年来,围绕误差建模技术,国内外许多学者利用不同方法、针对不同部件进行了研究,误差建模技术不仅为建立误差模型提供理论基础,还可通过误差模型建立零件制造装配过程中的几何误差、磨削过程中热位移误差与最终磨床空间定位误差之间的关系,进而确定补偿量,完成缩减误差。郑财<sup>[4]</sup>采用齐次坐标变换,针对三轴数控磨床分别从运行误差及热误差的影响单独进行分析研究,但缺乏通用性。杜宏洋等<sup>[5]</sup>采用一阶自回归模型针对主轴轴向热误差进行建模研究。赫焕丽<sup>[6]</sup>采用最小二乘法针对数控磨床的静态误差模型进行预测,预测效果较线性回归法大幅提升,但只针对静态模型,动态磨削未考虑。ZHANG 等<sup>[7]</sup>利用双球杆仪的简便性,针对磨削过程中回转工作台在旋转运动时,存在的误差进行检测,得到回转角与几何误差的曲线图,很大程度上简化工作量,但缺乏直线运动

下磨床精度所受到误差影响。苏妙静<sup>[8]</sup>针对数控磨床的单轴在不同受力下,其几何误差受到的影响进行分析,但是误差考虑因素单一,实践性低。杨拴强等<sup>[9]</sup>通过在研究数控磨床运动副误差基础上,针对运动链各环节的误差,通过引入等效坐标变换构建数学模型,但此模型不够全面具体。姜辉等<sup>[10]</sup>运用灰色理论为基础,在建立机身静态误差模型上,通过对温升进行线性拟合建模,再将两个模型叠加处理,得出结果,但极具时效性。

因此,针对某型数控凸轮轴磨床误差问题,以多体系统理论为基础,通过分析磨床主要运动部件在磨削运动时,其几何位移误差与热偏移误差之间的相互耦合关系,利用线性叠加原理综合数控凸轮轴磨床几何误差与热误差,再建立矩阵方程式,最后,对其进行建模分析。

## 2 数控磨床结构与运动描述

以某型数控凸轮轴磨床为研究对象,如图 1 所示,该磨床主要包括床体、工作台、Z 向导轨、主轴、X 向导轨、砂轮架转轴、砂轮架等零部件,通过多种联结形式配合在一起,完成磨削运动。磨削凸轮轴运动过程如下:首先,工件被固定在磨床工作台上,夹持力一般为 1.4 MPa,保证磨削过程中,凸轮轴在磨削力作用下,坐标位置不变;其次,砂轮架在 X 导轨与 Z 导轨上运动,通过数控指令控制,到达指定磨削位置;最后,根据数控指令,在不同磨削位置,B 轴旋转调换指定砂轮,砂轮开始磨削。

在实际运动过程中会存在姿态误差及运动误差,



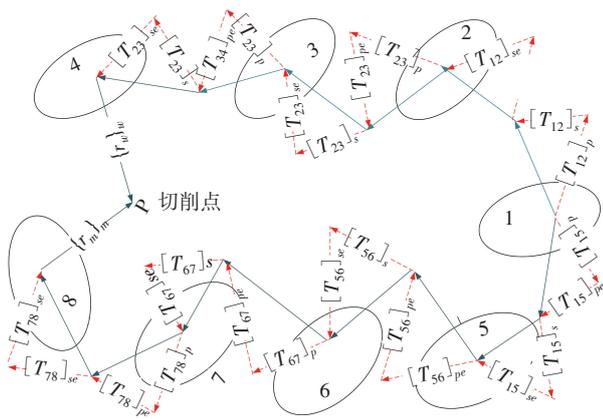


图 2 数控凸轮轴磨床拓扑图

Fig. 2 Topology of CNC camshaft grinder

### 4.2 加工过程中数学模型的建立

通过拓扑结构图,为磨床关键零部件分别建立坐标系,建立每个体元素相对运动坐标矩阵并运算,使复杂的运动变为简明的数学模型。床身坐标系设为  $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ , 砂轮坐标系  $O_m - X_m Y_m Z_m$ , 工件坐标系  $O_w - X_w Y_w Z_w$ , 通过上述拓扑结构低序体阵列分析,设  $P$  为砂轮磨削点,将  $P$  点在“床身-工件”分支的坐标系中, $P$  点相关联运动关系单元为:从床身(1 体)到工作台(2 体)即  $Z$  向平移,再主轴(3 体)即  $C$  轴旋转运动,最后到工件(4 体)的实际位置矩阵表达式为

$$\{P_w\}_o = [T_{12}]_p [T_{12}]_{pe} [T_{12}]_s [T_{12}]_{se} [T_{23}]_p [T_{23}]_{pe} [T_{23}]_s [T_{23}]_{se} [T_{34}]_p [T_{34}]_{pe} [T_{34}]_s [T_{34}]_{se} \{r_w\}_w \quad (2)$$

将  $P$  点在“床身-砂轮”分支的坐标系中, $P$  点相关联运动关系单元为床身(1 体)到  $Z$  轴导轨(5 体)即  $Z$  向平移,再  $X$  轴导轨(6 体)即  $X$  向平移运动,然后到砂轮架(7 体)即  $B$  轴旋转运动,其实际位置的矩阵表达式为

$$\{P_m\}_o = [T_{15}]_p [T_{15}]_{pe} [T_{15}]_s [T_{15}]_{se} [T_{56}]_p [T_{56}]_{pe} [T_{56}]_s [T_{56}]_{se} [T_{67}]_p [T_{67}]_{pe} [T_{67}]_s [T_{67}]_{se} [T_{78}]_p [T_{78}]_{pe} [T_{78}]_s [T_{78}]_{se} \{r_m\}_m \quad (3)$$

式(3)中  $\{r_w\}_w$  与  $\{r_m\}_m$  分代表着在“床身-工件”分支和“床身-砂轮”分支的两种不同惯性坐标系中,磨削点位置点  $P$  的位置矩阵表达式。在磨削凸轮轴过程中,凸轮轴外轮廓的精密磨削是复合而成的,通过凸轮轴工件的旋转运动,确定砂轮的平移运动轨迹,因此为保证磨削精密性,须准确控制砂轮中心的实际轨迹与路线一致,从而得到磨削加工约束方程为  $\{P_w\}_o = \{P_m\}_o$

即保证砂轮磨削点与工件被磨削点重合,便达到精密磨削的要求。

### 4.3 磨削约束方程求解

在运用多体系统理论拓扑结构,简化磨床复杂运动关系,确定凸轮轴磨床各元素部件之间的联系后,进而明确转换关系;通过设置数控磨床各个关键运动体相应坐标系,可直观观察主要运动部件运动时所形成的姿态变化与运动变化,进而确定各个元素体之间变换矩阵。式中  $t_{ac}$  ( $a$  代表磨床运动关键部件在拓扑图中的对应体序号,  $c$  代表在不同坐标系中坐标轴上的投影)代指此元素部件在相邻上一个低序体部件坐标系中的坐标位置情况,即矩阵  $[t_{4x}, t_{4y}, t_{4z}, 1]^T$  代表工件体坐标系在主轴体坐标系中的位置矩阵;  $[t_{8x}, t_{8y}, t_{8z}, 1]^T$  代表砂轮体坐标系在砂轮架坐标系中的位置矩阵。在初始条件下,上述方法确定主要运动部件坐标系在运动情况下误差变化变化情况。

各部件运动几何误差变换矩阵如下:

$$\begin{aligned} [T_{12}]_p &= E_{4 \times 4} \\ [T_{12}]_{pe} &= E_{4 \times 4} \\ [T_{12}]_s &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [T_{12}]_{se} &= \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(Z) & \varepsilon_y(Z) & \delta_x(Z) \\ \varepsilon_z(Z) & 1 & -\varepsilon_x(Z) & \delta_y(Z) \\ -\varepsilon_y(Z) & \varepsilon_x(Z) & 1 & \delta_z(Z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [T_{23}]_p &= E_{4 \times 4} \\ [T_{23}]_{pe} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & S_{XC} & 0 \\ 0 & 1 & -S_{YC} & 0 \\ -S_{XC} & S_{YC} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [T_{23}]_s &= \begin{bmatrix} \cos(C) & -\sin(C) & 0 & 0 \\ \sin(C) & \cos(C) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [T_{23}]_{se} &= \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(C) & \varepsilon_y(C) & \delta_x(C) \\ \varepsilon_z(C) & 1 & -\varepsilon_x(C) & \delta_y(C) \\ -\varepsilon_y(C) & \varepsilon_x(C) & 1 & \delta_z(C) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$[\mathbf{T}_{34}]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_{4x} \\ 0 & 1 & 0 & t_{4y} \\ 0 & 0 & 1 & t_{4z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{34}]_{pe} = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{34}]_s = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{34}]_{se} = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{15}]_p = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{15}]_{pe} = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{15}]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{15}]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(Z) & \varepsilon_y(Z) & \delta_x(Z) \\ \varepsilon_z(Z) & 1 & -\varepsilon_z(Z) & \delta_y(Z) \\ -\varepsilon_y(Z) & \varepsilon_x(Z) & 1 & \delta_z(Z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{56}]_p = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{56}]_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & -S_{XY} & S_{XZ} & 0 \\ S_{XY} & 1 & 0 & 0 \\ -S_{XZ} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{56}]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{56}]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(X) & \varepsilon_y(X) & \delta_x(X) \\ \varepsilon_z(X) & 1 & -\varepsilon_z(X) & \delta_y(X) \\ -\varepsilon_y(X) & \varepsilon_x(X) & 1 & \delta_z(X) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{01}]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(Z) - R_z(Z) & \varepsilon_y(Z) + R_y(Z) & \delta_x(Z) + E_x(Z) \\ \varepsilon_z(Z) + R_z(Z) & 1 & -\varepsilon_x(Z) - R_x(Z) & \delta_y(Z) + E_y(Z) \\ -\varepsilon_y(Z) - R_y(Z) & \varepsilon_x(Z) + R_x(Z) & 1 & \delta_z(Z) + E_z(Z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

以此类推  $X$ 、 $Y$  轴运动,得到综合误差。如上分析,凸轮轴磨床进行磨削加工时,几何误差 37 项,热误差 30 项。为消减矩阵运算时所带来的不必要工作量,将耦合式用其他符号进行代替。以  $Z$  轴为例,根据线性叠加原理,当  $Z$  轴移动距离  $z$  时,即

$$H_{ZZ}(Z, E) = \delta_z(Z) + E_z(Z)$$

$$[\mathbf{T}_{67}]_p = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{67}]_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & -S_{XB} & 0 & 0 \\ S_{XB} & 1 & -S_{ZB} & 0 \\ 0 & S_{ZB} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{67}]_s = \begin{bmatrix} \cos(B) & 0 & \sin(B) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(B) & 0 & \cos(B) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{67}]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(B) & \varepsilon_y(B) & \delta_x(B) \\ \varepsilon_z(B) & 1 & -\varepsilon_z(B) & \delta_y(B) \\ -\varepsilon_y(B) & \varepsilon_x(B) & 1 & \delta_z(B) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{78}]_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_{8x} \\ 0 & 1 & 0 & t_{8y} \\ 0 & 0 & 1 & t_{8z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{T}_{78}]_{pe} = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{78}]_s = E_{4 \times 4}$$

$$[\mathbf{T}_{78}]_{se} = E_{4 \times 4}$$

凸轮轴磨床随着磨削时间的增加,机床温度会持续上升,引起磨床主要零部件产生热误差。在磨床磨削工作时,产生的这种热误差会影响工件轮廓精度。在磨削加工过程中热误差影响占比约为 15%<sup>[11]</sup>。因此,对磨削中的热误差研究十分重要。在几何误差基础上加上热误差得到综合误差,提高磨床精度具有重要作用。在  $Z$  轴平移时,会产生平动热误差  $E_x(Z)$ 、 $E_y(Z)$ 、 $E_z(Z)$ ;旋转热误差  $R_x(Z)$ 、 $R_y(Z)$ 、 $R_z(Z)$ 。在考虑热误差下,误差变化矩阵则变成如下:

$$\gamma(Z, R) = \varepsilon_z(Z) + R_z(Z) \quad (4)$$

当主轴转角  $\theta_z$  时,即

$$H_{ZZ}(\theta_z, E) = \delta_z(B) + E_z(B)$$

$$\gamma(\theta_z, R) = \varepsilon_z(B) + R_z(B) \quad (5)$$

同理,叠加其他各轴上同自由度误差,在得到新的误差矩阵后,利用上述方法,将复杂矩阵式简化成便于

计算的新式。但是由于热误差对旋转角度影响较为复杂,考虑因素较多,且磨床本身对旋转安装精度要求较高,因此仅考虑  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  3 个平移方向上由于部件运动产生的热所形成的位移误差影响,即仅考虑  $H_{ZZ}(\theta_z, E)$ 、 $H_{ZZ}(Z, E)$

$$\begin{aligned} {}'[\mathbf{T}_{12}]_{se} &= \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(Z) & \varepsilon_y(Z) & H_{XZ}(Z, E) \\ \varepsilon_z(Z) & 1 & -\varepsilon_x(Z) & H_{YZ}(Z, E) \\ -\varepsilon_y(Z) & \varepsilon_x(Z) & 1 & H_{ZZ}(Z, E) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}'[\mathbf{T}_{23}]_{se} &= \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(C) & \varepsilon_y(C) & H_{XC}(\theta_c, E) \\ \varepsilon_z(C) & 1 & -\varepsilon_x(C) & H_{YC}(\theta_c, E) \\ -\varepsilon_y(C) & \varepsilon_x(C) & 1 & H_{ZC}(\theta_c, E) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}'[\mathbf{T}_{15}]_{se} &= \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(Z) & \varepsilon_y(Z) & H_{XZ}(Z, E) \\ \varepsilon_z(Z) & 1 & -\varepsilon_x(Z) & H_{YZ}(Z, E) \\ -\varepsilon_y(Z) & \varepsilon_x(Z) & 1 & H_{ZZ}(Z, E) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}'[\mathbf{T}_{56}]_{se} &= \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(X) & -\varepsilon_y(X) & H_{XZ}(X, E) \\ \varepsilon_z(X) & 1 & \varepsilon_x(X) & H_{YZ}(X, E) \\ \varepsilon_y(X) & -\varepsilon_x(X) & 1 & H_{ZZ}(X, E) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ {}'[\mathbf{T}_{67}]_{se} &= \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(B) & \varepsilon_y(B) & H_{XB}(\theta_b, E) \\ \varepsilon_z(B) & 1 & -\varepsilon_x(B) & H_{YB}(\theta_b, E) \\ -\varepsilon_y(B) & \varepsilon_x(B) & 1 & H_{ZB}(\theta_b, E) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

将以上综合误差矩阵替换分别替换其中相对应几何误差表达式,即  $[\mathbf{T}_{12}]_{se}$ 、 $[\mathbf{T}_{23}]_{se}$ 、 $[\mathbf{T}_{15}]_{se}$ 、 $[\mathbf{T}_{56}]_{se}$ 、 $[\mathbf{T}_{67}]_{se}$  分别替换为  $'[\mathbf{T}_{12}]_{se}$ 、 $'[\mathbf{T}_{23}]_{se}$ 、 $'[\mathbf{T}_{15}]_{se}$ 、 $'[\mathbf{T}_{56}]_{se}$ 、 $'[\mathbf{T}_{67}]_{se}$ , 由此,得磨床综合误差变换矩阵:

$$\{\mathbf{P}_w\}_o = [\mathbf{T}_{12}]_p [\mathbf{T}_{12}]_{pe} [\mathbf{T}_{12}]_s {}'[\mathbf{T}_{12}]_{se} [\mathbf{T}_{23}]_p [\mathbf{T}_{23}]_{pe} [\mathbf{T}_{23}]_s {}'[\mathbf{T}_{23}]_{se} [\mathbf{T}_{34}]_p [\mathbf{T}_{34}]_{pe} [\mathbf{T}_{34}]_s {}'[\mathbf{T}_{34}]_{se} \{\mathbf{r}_w\}_w \quad (6)$$

$$\{\mathbf{P}_m\}_o = [\mathbf{T}_{15}]_p [\mathbf{T}_{15}]_{pe} [\mathbf{T}_{15}]_s {}'[\mathbf{T}_{15}]_{se} [\mathbf{T}_{56}]_p [\mathbf{T}_{56}]_{pe} [\mathbf{T}_{56}]_s {}'[\mathbf{T}_{56}]_{se} [\mathbf{T}_{67}]_p [\mathbf{T}_{67}]_{pe} [\mathbf{T}_{67}]_s {}'[\mathbf{T}_{67}]_{se} [\mathbf{T}_{78}]_p [\mathbf{T}_{78}]_{pe} [\mathbf{T}_{78}]_s {}'[\mathbf{T}_{78}]_{se} \{\mathbf{r}_m\}_m \quad (7)$$

根据上述分析及磨床的坐标系设可知,磨削点工件及砂轮的位置矢量为

$$\begin{cases} \{\mathbf{r}_w\}_w = [r \ 0 \ z \ 1]^T \\ \{\mathbf{r}_m\}_m = [R \ 0 \ 0 \ 1]^T \end{cases} \quad (8)$$

式(8)中: $r$ 为工件半径; $R$ 为砂轮半径。

将方程代入上式误差变换矩阵,经 Matlab 计算整理后,略去单位矩阵,消除高级无穷小。最后得如下结果:

$$\begin{cases} x_{mo} = H_{XZ}(Z, E) - t_{8x} \cdot (\sin(B) \cdot (S_{XZ} + \varepsilon_y(Z))) \cdot \\ H_{XB}(\theta_b, E) - t_{8y} \cdot (S_{XY} + \varepsilon_z(Z) + S_{XB}) + x + \\ H_{ZB}(\theta_b, E) \cdot \sin(B) - H_{YB}(\theta_b, E) \cdot \\ (S_{XY} + \varepsilon_z(Z) + \varepsilon_z(X) + S_{XB}) + t_{8z} \cdot \sin(B) - \\ H_{XY}(X, E) \cdot (S_{XY} + \varepsilon_z(Z)) + \\ H_{XZ}(X, E) \cdot (S_{XZ} + \varepsilon_y(Z)) + \\ H_{XX}(X, E) + \cos(B) \\ y_{mo} = H_{YZ}(Z, E) + H_{XX}(X, E) \cdot (S_{XY} + \varepsilon_z(Z)) + \\ (S_{XY} + \varepsilon_z(Z)) \cdot x - H_{XY}(X, E) + R \cdot \varepsilon_z(B) - \\ \varepsilon_x(B) \cdot t_{8z} - t_{8x} \cdot (S_{ZB} + \varepsilon_x(Z) + \\ \varepsilon_x(X)) - \varepsilon_z(B) + H_{YB}(\theta_b, E) - \\ \cos(B) \cdot (S_{XY} + \varepsilon_z(Z) + \varepsilon_z(X) + S_{XB}) \\ z_{mo} = t_{8y} \cdot (S_{ZB} + \varepsilon_x(Z) + \varepsilon_x(X)) - H_{XX}(X, E) \cdot \\ (S_{XZ} + \varepsilon_y(Z)) + H_{YB}(\theta_b, E) \cdot (S_{ZB} + \\ \varepsilon_x(Z) + \varepsilon_x(X)) + H_{ZB}(\theta_b, E) + H_{ZZ}(Z, E) + \\ z - x \cdot (S_{XZ} + \varepsilon_y(Z)) - H_{XB}(\theta_b, E) \cdot \sin(B) + \\ H_{ZB}(\theta_b, E) \cdot \cos(B) - t_{8z} \cdot \sin(B) + t_{8x} \cdot \cos(B) + \\ \sin(B) \cdot (\varepsilon_y(Z) + \varepsilon_y(X) + S_{XZ}) - R \cdot \sin(B) \\ x_{wo} = H_{XZ}(Z, E) + x + H_{ZC}(\theta_c, E) \cdot (S_{XC} + \varepsilon_y(Z)) + \\ t_{4x} \cdot \cos(C) - H_{XC}(\theta_c, E) \cdot \cos(C) - \\ H_{YC}(\theta_c, E) \cdot \sin(C) - t_{4y} \cdot \sin(C) + \\ t_{4z} \cdot (S_{XC} + \varepsilon_y(Z)) + r \cdot \cos(C) + \\ z \cdot (S_{XC} + \varepsilon_y(Z)) \\ y_{wo} = H_{YZ}(Z, E) - H_{ZC}(\theta_c, E) \cdot (S_{YC} + \varepsilon_x(Z)) + \\ H_{XC}(\theta_c, E) \cdot \sin(C) + H_{YC}(\theta_c, E) \cdot \cos(C) - \\ t_{4z} \cdot (S_{YC} + \varepsilon_x(Z)) + \cos(C) \cdot t_{4y} + \\ r \cdot \sin(C) - z \cdot (S_{YC} + \varepsilon_x(Z)) + t_{4x} \cdot \sin(C) \\ z_{wo} = H_{YZ}(Z, E) - t_{4y} \cdot \varepsilon_x(C) + H_{ZC}(\theta_c, E) + t_{4z} - \\ r \cdot \varepsilon_y(C) + z + t_{4x} \cdot \varepsilon_y(C) - \sin(C) \cdot \\ (S_{XC} + \varepsilon_y(Z)) \end{cases}$$

在实际磨削过程中,实际砂轮中心点位置坐标系与 NC 数控系统中理论位置坐标在运动磨削过程中的任意时间内都重合,此即为达到数控加工中精密磨削的必要条件,将上式两个理论点位置计算结果代入式(9)中,即

$$\begin{cases} x_{wo} = x_{mo} \\ y_{wo} = y_{mo} \\ z_{wo} = z_{mo} \end{cases} \quad (9)$$

便可计算出凸轮轴磨床的精密加工约束条件方程组,在求得方程组情况下,通过对相对应参数进行测量和辨识<sup>[12]</sup>,然后将得到参数带入建立的砂轮路线及数控指令当中,通过数控指令补偿程序,修正磨床的综合误差,从而达到减小磨削误差,提升凸轮轮廓精度的目的。

### 5 实验仿真与验证

在实际加工生产中,几何误差参数通过双球杆仪的测量,利用多体系统理论将不同误差带入相应的检测结果中,进行误差辨识,从而确定几何误差。针对磨床热误差参数,通过在关键零部件点布置测温器测得。利用耦合关系,将测量结果代入式(4)与式(5)中,耦合几何误差与热误差,得到综合误差参数。最后,将误差参数依照磨床所带数控系统特性进行编程,即将误差参数代入数控指令与理论刀具路径和实际路径映射关系中,将补偿数据输入补偿面板当中,即可减小磨床磨削误差。在实际生产中已经应用此方法,下为数控补偿程序:

```

N35400 G1 G91 CX[M_CX_Z2] = (R9774 * R9764) F =
R9776 * 360/R9740~
N35500 G1 G91 CX[M_CX_Z2] = (R9774 * R9765) F =
R9747 * 360/R9740~
N35600 ELSE~
N35700 G1 G91 CX[M_CX_Z2] = (R9774 * R9784) F =
R9776 * 360/R9740~
N35800 ENDIF~
N35900 TRAILON(M_CX_Z2,M_CX_U1,D_
TRAIL_RATIO * 1);SchragEinstechen on~
N36000 ELSE~
N36100 G1 G91 CX[M_CX_Z2] = (R9774 * R9784) F =
R9776 * 360/R9740~
N36200 TRAILON(M_CX_Z2,M_CX_U1,D_
TRAIL_RATIO * 1);SchragEinstechen off
N36300 ENDIF~
N36400 IF (D_R1950<R1950)~
N36500 R1950=D_R1950~
N36600 ENDIF~
    
```

其数控磨床控制面板在利用上述补偿程序修整后,其修整参数如表 3 所示。通过对磨床进行修整,补偿其运动综合误差,从而达到补偿效果,为验证数控磨床在补偿后达到缩减误差的效果,需要对补偿后磨削

的凸轮轴轮廓进行检测,然后与补偿前的测量数据进行对比,从而直接观察到磨削精度的增加。

表 3 磨床位置修整段

Table 3 Positions of dressing sections on the grinder

修整项	理论位置/mm	调整后位置/mm	修整参数/ $\mu\text{m}$
X	541.858	541.837 0	-21
Z	-113.275	-113.291 0	-16

利用龙门三坐标测量仪对补偿后磨床磨削的凸轮轴轮廓进行检测,得到共 3 600 个数据点。然后将补偿前的数据与补偿后的数据进行对比,得到结果,图 3 为 L21 型凸轮轴排油凸轮轮廓误差图。如图 3 所示,磨床经过误差测定与程序补偿后,凸轮轮廓精度上升,磨床磨削精度明显提高,与补偿后比较,在  $0^\circ \sim 120^\circ$  之间,未补偿前凸轮轮廓误差较大,在  $10^\circ \sim 50^\circ$  之间误差最大达到  $70 \mu\text{m}$ ,补偿后下降明显;但在  $150^\circ \sim 200^\circ$  之间,误差缩减并不明显。因为此部分为凸轮轴轮廓顶起,柴油发动机凸轮轴排气区域,轮廓变化较大,从而在补偿后,仍会产生细小误差量,但船用柴油机精度在  $0.5 \text{ mm}$  之内即可,因此仍在凸轮轴允许精度范围内。经实际验证,此方法可增加磨床磨削精度,从而增加凸轮轴轮廓精度,经比较过后,磨床磨削补偿精度最大处可提高  $30 \mu\text{m}$ ,已达到误差补偿目的。

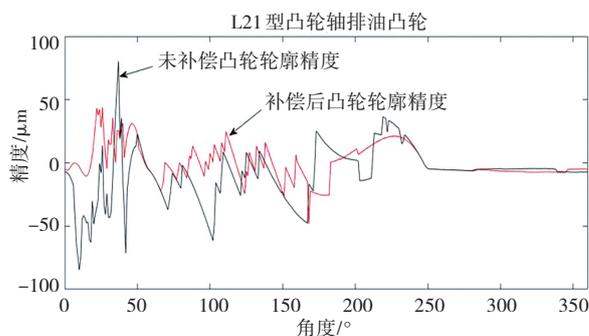


图 3 L21 型凸轮轴排油凸轮轮廓误差

Fig. 3 Profile error of L21 camshaft oil discharge CAM

### 6 结论

(1) 通过建立 SN320 数控凸轮轴磨床三维模型,对其基本结构及磨削的关键零部件的运动进行分析,各元素部件通过刚性联结形式构成,通过滑动导轨实现运动。利用多体系统理论,简化磨床机构,将其简化生成多个部件,构建每个元素部件属于各自的坐标系,并抽象成为两个开环运动分支链:“床身—工件、床身—砂轮”。利用拓扑关系,转化成低序体,建立数控凸轮轴磨床运动矩阵,最后将磨削点与运动链组合,以

此构成闭环系统。

(2) 对磨床运动特性进行分析,得到几何误差 37 项,30 项热误差,然后对几何误差与热误差进行耦合,在部件同一自由度上,对相同误差元素运用线性叠加原理,得到磨床综合误差(热误差仅考虑  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  移动方向)。

(3) 基于多体理论,构建拓扑图及各元素部件之间误差矩阵关系式,在此基础上,分析主要运动部件持续运动时热误差性质,通过耦合关系式,耦合两种误差,得到综合误差矩阵,推导出运动方程约束表达式,得到精密加工的约束条件。该方法已在磨床上得到验证,最大增加精度  $30\ \mu\text{m}$ 。此方法为以后继续研究凸轮轴磨床综合误差做了铺垫,为提高磨削精度研究奠定了基础。

#### 参考文献(References):

- [1] 杨寿智,邓朝晖,吴桂云,等. 凸轮轴数控磨削工件主轴转速优化建模与实验研究[J]. 中国机械工程, 2016, 27(5): 652—657.  
YANG Shou-zhi, DENG Zhao-hui, WU Gui-yun, et al. Modeling and experimental study on workpiece spindle speed optimization in camshaft NC grinding[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(5): 652—657.
- [2] 魏新园,钱牧云,冯旭刚,等. 基于偏最小二乘的数控机床热误差稳健建模算法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(5): 34—41.  
WEI Xin-yuan, QIAN Mu-yun, FENG Xu-gang, et al. Robust modeling algorithm for thermal error of NC machine tools based on partial least squares[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(5): 34—41.
- [3] 张露喜. 五轴数控机床误差补偿及精度可靠性评估[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2021.  
ZHANG Lu-xi. Five-axis CNC machine tool error compensation and accuracy reliability evaluation[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2021.
- [4] 郑财,黄贤振,胡明伟,等. 三轴数控机床加工精度可靠性分析[J]. 机床与液压, 2017, 45(15): 180—183.  
ZHENG Cai, HUANG Xian-zhen, HU Mingwei, et al. Reliability analysis of machining accuracy for three-axis CNC machine tools[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2017, 45(15): 180—183.
- [5] 杜宏洋,陶涛,侯瑞生,等. 机床主轴轴向热误差一阶自回归建模方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(7): 60—67.  
DU Hong-yang, TAO Tao, HOU Rui-sheng, et al. First-order autoregressive modeling method for axial thermal error of machine tool spindle[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(7): 60—67.
- [6] 赫焕丽,王量. 基于最小二乘法的五轴机床静态误差建模[J]. 中国工程机械学报, 2019, 17(3): 268—271.  
HE Huan-li, WANG Liang. Static error modeling of five-axis machine tool based on least square method[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2019, 17(3): 268—271.
- [7] ZHANG Y, YANG J, ZHANG K. Geometric error measurement and compensation for the rotary table of five-axis machine tool with double ballbar[J]. International Journal of Advance Manufacturing Technology, 2013, 65(1/2/3/4): 257—281.
- [8] 苏妙静. 数控机床误差补偿及单轴受力对几何误差影响的研究[D]. 湛江: 广东海洋大学, 2020.  
SU Miao-jing. Research on error compensation of CNC machine tool and influence of uniaxial force on geometric error[D]. Zhanjiang: Guangdong Ocean University, 2020.
- [9] 杨拴强,吴新江. 数控机床空间误差分析及综合误差建模[J]. 福建江夏学院学报, 2019(3): 95—102.  
YANG Shuan-qiang, WU Xin-jiang. Numerical control machine tool spatial error analysis and comprehensive error modeling[J]. Journal of Fujian Jiangxia University, 2019(3): 95—102.
- [10] 姜辉,杨建国,李自汉,等. 基于误差分解的数控机床热误差叠加预测模型及实时补偿应用[J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(5): 744—749.  
JIANG Hui, YANG Jian-guo, LI Zi-han, et al. Thermal error superposition prediction model and real-time compensation application of NC machine tool based on error decomposition[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2013, 47(5): 744—749.
- [11] 贾世豪,张俊,唐宇祥,等. 零件加工误差与机床几何误差映射关系建模[J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(10): 50—59.  
JIA Shi-hao, ZHANG Jun, TANG Yu-xiang, et al. Modeling of mapping relationship between machining errors of parts and geometric errors of machine tools[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(10): 50—59.
- [12] 刘勇军,范晋伟,李云,等. 数控凸轮轴磨床精度可靠性维持技术[J]. 北京工业大学学报, 2013, 39(10): 1446—1451.  
LIU Yong-jun, FAN Jin-wei, LI Yun, et al. Accuracy and reliability maintenance technology of CNC camshaft grinding machine[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2013, 39(10): 1446—1451.