

doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2022.0002.005

# 基于 PULTS 优先度的一致准则决策方法

涂成凤<sup>1</sup>, 毛军军<sup>1,2</sup>, 张 最<sup>1</sup>

(1. 安徽大学 数学科学学院, 合肥 230601; 2. 安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 合肥 230601)

**摘要:**针对准则权重未知的多准则群决策问题,提出了一种新的基于随机优势得到的优先度,在概率不确定语言术语集(Probabilistic Uncertain Linguistic Term Sets, PULTS)环境下,通过充分考虑决策者基于个人偏好对各个准则之间重要性给出的评价来确定准则权重,基于一致准则法提出的一个新的决策方法,综合考虑了专家在进行决策时的犹豫程度和所给评价本身蕴含的信息,在一定程度上减少了决策过程中的信息丢失。首先,在 PULTS 环境下,定义了不确定度和得分函数,实现了由语言集到数字的转化,并且利用得分函数确定了专家权重,进而得出综合得分矩阵;其次,将随机优势的规则应用到概率不确定语言术语集优先度的定义中,根据各个准则之间的优先度确定了准则的权重;最后,在一致准则决策法的基础上做了相关改进,并将其应用到了 PULTS 环境中,通过数值算例验证了新的决策方法的可行性和有效性。

**关键词:**概率不确定语言术语集; 准则权重; 优先度; 多准则群决策

中图分类号: C934

文献标志码: A

文章编号: 1672-058X(2022)02-0030-08

## 0 引言

在解决多准则群决策问题<sup>[1]</sup>的过程中,随着决策过程复杂度的增加,一方面,决策者对于信息掌握的完整性无法得到保证,另一方面,在面对多个决策选择时,决策者通常会表现出犹豫和不确定,因此为了更充分表达决策者所给评价中所含信息, Rodríguez 等<sup>[2]</sup>提出了犹豫模糊语言术语集(HFLT)的概念,另外, Pang Qin 等<sup>[3]</sup>对扎德<sup>[4]</sup>提出的语言术语集进行了扩展,提出了概率语言术语集,不仅考虑到了可能会包含的语言术语,也同时考虑了各个语言术语发生的概率,随后也有许多学者

进行了相关研究<sup>[5]</sup>, Liao 等<sup>[6]</sup>对于语言术语集提出犹豫度和得分函数来刻画决策者的决策信息,使得多准则群决策问题得到了更加广泛的应用。

此外,为了更好地刻画决策者犹豫和不确定的程度,学者们选择通过在语言术语集的基础上进行扩展,形成许多崭新的形式,再针对这些新的形式进行进一步研究,主要的成果有:徐泽水等<sup>[7-10]</sup>在提出了概率不确定语言术语集(PULTS)的概念,将单个的语言术语改为了区间的形式,并分别给出了处于所给各个区间的概率,在此基础上刘玥等<sup>[11]</sup>提出了不确定语言变量集(PULVS)的概念并且对 PULVS 环境下的多属性决策问题进行了相关研究,给出了两个 PULTS 之间大小比较规则,并提出了 PULVS-

收稿日期:2021-04-02;修回日期:2021-05-16.

基金项目:国家自然科学基金面上项目(71871001);国家自然科学基金青年项目(618006001);省级质量工程项目(2019JYXM0068).

作者简介:涂成凤(1998—),女,安徽六安人,硕士研究生,从事统计决策研究.

通讯作者:毛军军(1973—),女,浙江杭州人,教授,博士,从事人工智能、数据挖掘与多属性决策研究. Email: 97033@ahu.edu.cn.

VIKOR 决策模型,为解决多属性决策问题提供了一种新的方法。

但是在阅读和梳理已有文献的过程中发现,在 PULTS 环境下,目前已有的文献中学者们主要研究的是针对个体的多准则决策问题,而针对准则权重未知的多属性群决策问题目前还没有较多研究,因此基于专家的决策心理,本文将语言术语集中犹豫度和得分函数的思想应用到了 PULTS 环境下,并且基于准则评价矩阵,提出了一种基于不确定度的加权方法来确定专家的权重以及根据优先度确定准则的权重,从而更完整地保留了决策者的决策信息,减少了数据处理过程中的信息丢失,同时也降低了由于决策者的主观性对最终决策结果产生的影响,另外在此基础上对一致准则法做了相关改进,并通过决策案例的计算验证了方法的可行性和有效性。

## 1 预备知识

**定义 1**<sup>[9]</sup> (不确定语言术语) 设集合  $S = \{s_i \mid s_0 \leq s_i \leq s_g, i = 0, 1, \dots, g\}$  是一个粒度为  $g$  的语言术语集(LTS), 则  $[s_\alpha, s_\beta]$  表示一个不确定语言术语, 其中  $s_\alpha, s_\beta \in S$ 。

**定义 2**<sup>[3]</sup> (概率语言术语集) 基于以上定义, 设  $X$  为由全体评价对象组成的集合,  $C$  为所有准则组成的集合, 则  $x$  关于准则  $c$  的一个概率语言术语集(PLTS)为

$$L(p) = \{L^{(k)}(p^{(k)}) \mid L^{(k)} \in S, p^{(k)} \geq 0, \\ k = 1, 2, \dots, \#L(p), \sum_{k=1}^{\#L(p)} p^{(k)} \leq 1\}$$

其中,  $\#L(p)$  表示  $L(p)$  中基本元素  $L^{(k)}(p^{(k)})$  的个数,  $p^{(k)}$  为取  $S$  中语言术语元  $L^{(k)}$  的概率。

**定义 3**<sup>[7]</sup> (概率不确定语言术语集) 基于上述定义, 进一步地, PULTS 可定义为

$$S(p) = \{ \langle [s_{L^\lambda}^\lambda, s_{U^\lambda}^\lambda], p^\lambda \geq 0, \lambda = 0, 1, \dots, l, \\ \sum_{\lambda=1}^l p^\lambda \leq 1 \}$$

其中,  $s_{L^\lambda}^\lambda, s_{U^\lambda}^\lambda \in S$  且  $s_{L^\lambda}^\lambda$  和  $s_{U^\lambda}^\lambda$  分别表示不确定语言术语  $[s_{L^\lambda}^\lambda, s_{U^\lambda}^\lambda]$  的上界和下界,  $s_{L^\lambda}^\lambda \leq s_{U^\lambda}^\lambda$ ,  $l$  代表概率不确定语言数  $S(p)$  中基本元素  $\langle [s_{L^\lambda}^\lambda, s_{U^\lambda}^\lambda], p^\lambda \rangle$  的个数。

## 2 PULTS 环境下决策矩阵的规范化处理

对于含有成本型和效益型两种准则的群决策矩阵  $D(S(p_{ij}))$ , 首先参考不确定语言的规范化处理方法<sup>[9]</sup>利用负算子将成本型转为效益型:

$$S(p_{ij}) = \left\{ \begin{array}{l} \langle [Nets_{L_{ij}^\lambda}^\lambda, Net_{U_{ij}^\lambda}^\lambda], p_{ij}^\lambda \rangle, \text{成本型} \\ \langle [s_{L_{ij}^\lambda}^\lambda, s_{U_{ij}^\lambda}^\lambda], p_{ij}^\lambda \rangle, \text{效益型} \end{array} \right\} \\ \lambda = 1, 2, \dots, l$$

如果  $S(p)$  中出现了概率和  $\sum_{\lambda=1}^l p^\lambda < 1$  或者基数  $l$  不相等的情况, 则需进行以下处理:

$$(1) \text{ 当 } 0 < \sum_{\lambda=1}^l p^\lambda < 1 \text{ 时, 令 } \tilde{p}^\lambda = \frac{p^\lambda}{\sum_{\lambda=1}^l p^\lambda}, \text{ 规范}$$

化后的 PULTS 记为

$$\tilde{S}(p) = \{ \langle [s_{L^\lambda}^\lambda, s_{U^\lambda}^\lambda], \tilde{p}^\lambda \rangle \mid p > 0, \\ \lambda = 0, 1, \dots, l, \sum_{\lambda=1}^l \tilde{p}^\lambda = 1 \}$$

(2) 当基数  $l_1 < l_2$  时, 则给  $S_1(p)$  增加  $l_2 - l_1$  个最小的不确定语言术语, 并令其概率为 0, 从而使得  $S_1(p)$  与  $S_2(p)$  基数相等。

另外对于 PULTS 中含有交叉信息的部分则首先需要消除交叉信息, 再做相应的规范化处理, 例如对于  $S_1(p) = \{ \langle [s_1, s_3], 0.2 \rangle, \langle [s_1, s_2], 0.3 \rangle, \langle [s_2, s_3], 0.3 \rangle \}$ , 消除交叉信息后得到:

$$\tilde{S}_1(p) = \{ \langle [s_1, s_2], 0.4 \rangle, \langle [s_2, s_3], 0.4 \rangle \}$$

## 3 得分函数和优先度

**定义 4** (不确定度) 对于概率不确定语言术语集  $S(p)$ , 为了刻画其整体代表的语言信息不确定的程度, 引入不确定度定义如下:

$$H(S(p)) = \frac{1}{g} \sum_{\lambda=1}^l (U^\lambda - L^\lambda) \sin^2(p^\lambda \pi)$$

**定义 5** (得分函数) 通过综合概率不确定语言术语集中不确定语言术语所代表的信息和所含语言信息的不确定程度得出  $S(p)$  的综合得分定义为

$$G(S(p)) = t(1 - H(S(p))) + (1 - t)R(S(p))$$

$$\text{其中, } R(S(p)) = \frac{\sum_{\lambda=1}^l p^\lambda (\frac{U^\lambda + L^\lambda}{2})}{g + 1}, \text{ 其刻画的是}$$

$S(p)$  中包含的不确定语言术语所处位置的优劣,  $t$  是介于 0~1 的常数, 代表着一种偏好, 如果决策者更加看重专家主观上的犹豫程度对决策结果的影响, 则  $t$  取值大于  $\frac{1}{2}$ ; 若决策者更加看重专家用不

确定语言术语给出的评价本身所代表的语言信息, 则  $t$  取值小于  $\frac{1}{2}$ , 本文中  $t$  取值为  $\frac{1}{2}$ 。

**定义 5** (优先度) 基于随机优势规则, PULTS 的优先度  $U(S(p))$  的定义如下:

对于给出的概率不确定语言术语集  $S(p)$  进行预处理后得到包含连续不确定且概率之和为 1 的语言术语集  $\overline{S(p)}$ , 根据  $\overline{S(p)}$  的概率分布可以得到关于不确定语言术语的概率分布函数图像  $F$ , 其中坐标轴横轴 ( $x$  轴) 代表语言术语的下标值, 并且设下标值越大表示重要性程度越高, 对于两个概率不确定语言术语集  $S(p)^1, S(p)^2$  的概率分布函数图像  $F_1, F_2$ , 将两条曲线与  $x$  轴所围成的面积分别记为  $S_1, S_2$ :

(1) 若  $F_1, F_2$  不出现相交, 则认为处在下方的曲线所代表的概率不确定语言术语的优先度更高, 如图 1 所示。

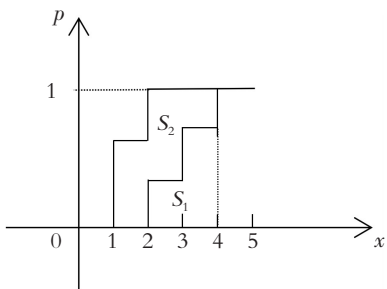


图 1 无交叉情况下的优先度

Fig. 1 The priority without crossover

此时  $S(p)^1$  相对于  $S(p)^2$  的优先度  $U(S(p)^{12}) = S_2 - S_1$ , 相应地,  $S(p)^2$  相对于  $S(p)^1$  的优先度  $U(S(p)^{21}) = S_1 - S_2$ ;

(2) 如果出现交叉的情况, 则通过计算面积差的方式确定优先度, 如图 2 所示。

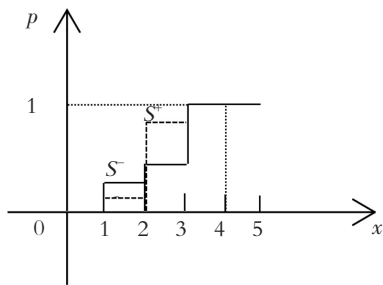


图 2 有交叉情况下的优先度

Fig. 2 The priority with crossover

图 2 中实线代表  $F_1$ , 虚线代表  $F_2$ , 现将  $F_2$  处在  $F_1$  上方的部分面积和记为  $S^+$ , 将  $F_2$  处在  $F_1$  下方的部分面积和记为  $S^-$ , 此时  $S(p)^1$  相对  $S(p)^2$  的优先度  $U(S(p)^{12}) = S^+ - S^-$ 。

### 4 基于一致准则法的决策过程

对于准则权重未知的多准则群决策问题描述如下:

假设现有  $m$  个方案  $a_1, a_2, \dots, a_m$ ,  $n$  个准则  $c_1, c_2, \dots, c_n$  以及  $q$  个专家  $e_1, e_2, \dots, e_q$ , 在 PULTS 环境下利用一致准则法对备选方案进行评价时, 本文通过对专家给出的评价数据进行融合和处理, 从相对客观的角度得到每个备选方案的得分, 另外还将优先度的定义应用到了各准则权重的计算中, 具体流程如下:

**Step 1** 建立个人决策矩阵: 各个专家给出的评价用 PULTS 表示, 分别记为

$$D(S(p_{ij}^1)), D(S(p_{ij}^2)), \dots, D(S(p_{ij}^q))$$

**Step 2** 基于不确定度和得分函数的定义, 得出各个专家的不确定度矩  $H(S(p_{ij}^1)), H(S(p_{ij}^2)), \dots, H(S(p_{ij}^q))$  和得分矩阵  $G(S(p_{ij}^1)), G(S(p_{ij}^2)), \dots, G(S(p_{ij}^q))$ , 进一步地, 可以通过  $H(S(p_{ij}^1)), H(S(p_{ij}^2)), \dots, H(S(p_{ij}^q))$  计算出每个专家的综合

不确定度, 记作  $H'(S(p^q)) = \frac{1}{m \times n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m p_{ij}^q$ , 再通过利用归一法得到各个专家的权重, 记为

$$w_q = \frac{1 - H'(S(p^q))}{\sum_{i=1}^q (1 - H'(S(p^i)))}$$

**Step 3** 基于专家权重和每个专家的得分矩阵:

$G(S(p_{ij}^q)) = \{p_{ij}^q\}$ , 得出综合得分矩阵:

$$D(S(p_{ij})) = \sum_{k=1}^q w_k \cdot p_{ij}^k$$

**Step 4** 在各准则下利用综合得分矩阵排出各个方案的优劣次序,并得出一致性矩阵:

$$II^l = \{\pi_{jk}^l\}, j, k = 1, 2, \dots, m$$

**Step 5** 根据专家们针对准则重要性作出的评价,将每个 PULTS 标准化后计算每个专家每个准则

的优先度  $U(S(p)_k^l) = \sum_{j=1}^n U(S(p))_{jk}^l$ , 进而确定准则

的整体优先度  $U(S(p)^l) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^q U(S(p))_k^l, l = 1, 2,$

$\dots, n, l = 1, 2, \dots, n$ ;

**Step 6** 计算准则权重:

$$w_l = \frac{\sqrt{U(S(p)^l) + 1} [\min(U(S(p)^l))] + 1}{\sum_{l=1}^n \sqrt{U(S(p)^l) + 1} [\min(U(S(p)^l))] + 1}$$

其中,  $[\ ]$  表示取整;

**Step 7** 得出加权的一致性矩阵,记为

$$g_{jk} = \sum_{l=1}^m \pi_{jk}^l \cdot w_l$$

**Step 8** 最后通过求解下面的线性规划问题确定方案最终排序:

$$\max \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m g_{jk} x_{jk}$$

受约束于:  $\sum_{j=1}^m x_{jk} = 1, k = 0, 1, \dots, m$

$$\sum_{k=1}^m x_{jk} = 1, j = 0, 1, \dots, m$$

## 5 案例分析

为了验证上述决策方法的合理性,先就多属性决策问题进行计算,再将其扩展到多属性群决策问题中,通过引用文献[8]中的实例数据进行计算,得出的得分矩阵如下:

$$\begin{pmatrix} 0.5989, 0.6667, 0.9063, 0.4375 \\ 0.6928, 0.7552, 0.7032, 0.6407 \\ 0.5833, 0.625, 0.4583, 0.5052 \\ 0.3021, 0.4792, 0.5886, 0.6094 \\ 0.6094, 0.6402, 0.5053, 0.4444 \end{pmatrix}$$

根据上述决策流程计算得出方案的排序结果为  $x_2 > x_1 > x_5 > x_3 > x_4$ , 对比文献[8]中结果可得  $x_3$  和  $x_5$  的排序有变化,其他不变,从而也验证了本文决策方法的可行性。

将其扩展到多准则群决策问题中:假设现邀请 4 位专家  $e_1, e_2, e_3, e_4$  对 4 种方案  $a_1, a_2, a_3, a_4$  的 4 项指标  $c_1, c_2, c_3, c_4$  进行评估,用于判断四项指标优劣程度的 LTS 确定为  $S_1 = \{s_0: \text{非常差}, s_1: \text{差}, s_2: \text{有点差}, s_3: \text{中等}, s_4: \text{有点好}, s_5: \text{好}, s_6: \text{非常好}\}$ , 用于评估标准重要性的 LTS 被定义为  $S_2 = \{s_0: \text{非常不重要}, s_1: \text{不重要}, s_2: \text{不太重要}, s_3: \text{中等}, s_4: \text{有点重要}, s_5: \text{重要}, s_6: \text{非常重要}\}$ , 专家可以根据他们犹豫不决的看法做出多种选择,专家对备选方案的语言评估以及专家对于准则重要性的评价见表 1—表 5。

表 1 专家  $e_1$  的评价信息

Table 1 The evaluation information made by expert  $e_1$

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
$a_1$	$\{ \langle [s_3, s_5], \frac{2}{3} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{1}{3} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{7}{10} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{3}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_1], \frac{2}{9} \rangle, \langle [s_1, s_3], \frac{6}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_5], \frac{1}{2} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{2}{5} \rangle \}$
$a_2$	$\{ \langle [s_1, s_3], \frac{2}{3} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{1}{3} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_2], \frac{2}{3} \rangle, \langle [s_2, s_3], \frac{1}{3} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{1}{2} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{1}{2} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_3], \frac{5}{10} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{3}{10} \rangle \}$
$a_3$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{2}{8} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{6}{8} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_5], \frac{5}{9} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{4}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{6}{10} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{3}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{3}{7} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{4}{7} \rangle \}$
$a_4$	$\{ \langle [s_1, s_3], \frac{4}{7} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{3}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_2], \frac{3}{9} \rangle, \langle [s_2, s_4], \frac{5}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_2], \frac{5}{8} \rangle, \langle [s_2, s_4], \frac{3}{8} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_3], \frac{3}{5} \rangle, \langle [s_3, s_5], \frac{2}{5} \rangle \}$

表 2 专家  $e_2$  的评价信息Table 3 The evaluation information made by expert  $e_2$ 

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
$a_1$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{3}{5} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{1}{5} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{2}{7} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{5}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_1], \frac{1}{8} \rangle, \langle [s_1, s_3], \frac{7}{8} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_5], \frac{4}{6} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{1}{6} \rangle \}$
$a_2$	$\{ \langle [s_1, s_3], \frac{7}{10} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{3}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{7}{10} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{2}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_4, s_5], \frac{8}{10} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{2}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{8}{10} \rangle, \langle [s_3, s_5], \frac{1}{10} \rangle \}$
$a_3$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{7}{10} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{3}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{4}{7} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{3}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{2}{9} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{7}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{1}{2} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{1}{2} \rangle \}$
$a_4$	$\{ \langle [s_1, s_2], \frac{7}{10} \rangle, \langle [s_2, s_3], \frac{3}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_1], \frac{3}{10} \rangle, \langle [s_1, s_2], \frac{7}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{4}{5} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{1}{5} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_2], \frac{7}{10} \rangle, \langle [s_2, s_4], \frac{3}{10} \rangle \}$

表 3 专家  $e_3$  的评价信息Table 3 The evaluation information made by expert  $e_3$ 

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
$a_1$	$\{ \langle [s_0, s_3], \frac{5}{7} \rangle, \langle [s_3, s_5], \frac{2}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_4], \frac{7}{10} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{3}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_2], \frac{5}{9} \rangle, \langle [s_2, s_4], \frac{4}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_5], \frac{5}{10} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{4}{10} \rangle \}$
$a_2$	$\{ \langle [s_1, s_3], \frac{4}{7} \rangle, \langle [s_3, s_5], \frac{3}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_3], \frac{6}{9} \rangle, \langle [s_3, s_5], \frac{3}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{1}{2} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{1}{2} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_3], \frac{5}{9} \rangle, \langle [s_3, s_6], \frac{3}{9} \rangle \}$
$a_3$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{3}{8} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{4}{8} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{5}{9} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{4}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_4], \frac{3}{9} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{5}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{3}{8} \rangle, \langle [s_3, s_6], \frac{4}{8} \rangle \}$
$a_4$	$\{ \langle [s_0, s_1], \frac{3}{7} \rangle, \langle [s_1, s_3], \frac{3}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{5}{9} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{4}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_3], \frac{4}{9} \rangle, \langle [s_3, s_5], \frac{5}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_3], \frac{2}{5} \rangle, \langle [s_3, s_6], \frac{3}{5} \rangle \}$

表 4 专家  $e_4$  的评价信息Table 4 The evaluation information made by expert  $e_4$ 

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
$a_1$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{9}{10} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{1}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{8}{9} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{1}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_0, s_1], \frac{1}{9} \rangle, \langle [s_1, s_2], \frac{7}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_4, s_5], \frac{1}{10} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{8}{10} \rangle \}$
$a_2$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{1}{7} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{6}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{1}{9} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{8}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{1}{6} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{5}{6} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{1}{10} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{9}{10} \rangle \}$
$a_3$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{1}{7} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{6}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{7}{9} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{1}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_2], \frac{6}{8} \rangle, \langle [s_2, s_3], \frac{1}{8} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{1}{7} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{6}{7} \rangle \}$
$a_4$	$\{ \langle [s_0, s_1], \frac{2}{7} \rangle, \langle [s_1, s_2], \frac{5}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{1}{9} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{7}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_1, s_2], \frac{8}{10} \rangle, \langle [s_2, s_3], \frac{1}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{1}{5} \rangle, \langle [s_3, s_4], \frac{4}{5} \rangle \}$

表 5 各个专家基于准则之间重要性给出的评价

Table 5 The evaluation of each expert based on the importance of the criteria

	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$
$c_1$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{5}{7} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{2}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{1}{9} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{7}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{3}{9} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{5}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{2}{9} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{7}{9} \rangle \}$
$c_2$	$\{ \langle [s_3, s_5], \frac{7}{9} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{2}{9} \rangle \}$	$\{ \langle [s_3, s_4], \frac{6}{8} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{2}{8} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{3}{8} \rangle, \langle [s_3, s_5], \frac{5}{8} \rangle \}$	$\{ \langle [s_4, s_5], \frac{4}{9} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{5}{9} \rangle \}$
$c_3$	$\{ \langle [s_3, s_5], \frac{1}{4} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{3}{4} \rangle \}$	$\{ \langle [s_4, s_5], \frac{2}{7} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{5}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_4, s_5], \frac{1}{4} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{3}{4} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{3}{7} \rangle, \langle [s_4, s_6], \frac{4}{7} \rangle \}$
$c_4$	$\{ \langle [s_4, s_5], \frac{4}{7} \rangle, \langle [s_5, s_6], \frac{3}{7} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{1}{3} \rangle, \langle [s_3, s_5], \frac{2}{3} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_4], \frac{2}{10} \rangle, \langle [s_4, s_5], \frac{7}{10} \rangle \}$	$\{ \langle [s_2, s_3], \frac{5}{8} \rangle, \langle [s_3, s_6], \frac{3}{8} \rangle \}$

通过计算得知:

$$G(S(p_{ij}^1)) = \begin{pmatrix} 0.5133, 0.6277, 0.5929, 0.6101 \\ 0.5114, 0.5764, 0.7781, 0.6267 \\ 0.6185, 0.6222, 0.6943, 0.5537 \\ 0.5685, 0.4766, 0.6353, 0.4756 \end{pmatrix}$$

$$G(S(p_{ij}^2)) = \begin{pmatrix} 0.6340, 0.5390, 0.4439, 0.5579 \\ 0.4911, 0.4196, 0.5179, 0.324 \\ 0.7054, 0.5909, 0.6165, 0.5736 \\ 0.4511, 0.4295, 0.4339, 0.3985 \end{pmatrix}$$

$$G(S(p_{ij}^3)) = \begin{pmatrix} 0.4035, 0.5033, 0.3116, 0.4568 \\ 0.3668, 0.3542, 0.4524, 0.3374 \\ 0.5155, 0.4545, 0.4088, 0.4065 \\ 0.3236, 0.4545, 0.3022, 0.3731 \end{pmatrix}$$

$$G(S(p_{ij}^4)) = \begin{pmatrix} 0.6698, 0.7384, 0.5431, 0.8097 \\ 0.7798, 0.7226, 0.7679, 0.8305 \\ 0.7798, 0.6860, 0.5489, 0.7798 \\ 0.4848, 0.7336, 0.5668, 0.6781 \end{pmatrix}$$

$$H(S(p_{ij}^1)) = \begin{pmatrix} 0.3591, 0.2038, 0.0732, 0.2917 \\ 0.3273, 0.2758, 0.1152, 0.0894 \\ 0.3273, 0.3168, 0.2066, 0.5000 \\ 0.1202, 0.2182, 0.1152, 0.3273 \end{pmatrix}$$

$$H'(S(p^1)) = 0.2417$$

$$H(S(p_{ij}^2)) = \begin{pmatrix} 0.3750, 0.4363, 0.3186, 0.4841 \\ 0.3750, 0.3750, 0.5000, 0.6091 \\ 0.2500, 0.4849, 0.2958, 0.4752 \\ 0.4754, 0.4268, 0.4268, 0.6030 \end{pmatrix}$$

$$H'(S(p^2)) = 0.4319$$

$$H(S(p_{ij}^3)) = \begin{pmatrix} 0.5094, 0.4363, 0.6466, 0.6508 \\ 0.6337, 0.6250, 0.6667, 0.6983 \\ 0.4512, 0.6466, 0.6983, 0.6423 \\ 0.4572, 0.6466, 0.8082, 0.7538 \end{pmatrix}$$

$$H'(S(p^3)) = 0.6232$$

$$H(S(p_{ij}^4)) = \begin{pmatrix} 0.0318, 0.0390, 0.0884, 0.0735 \\ 0.0625, 0.0388, 0.0833, 0.0318 \\ 0.0628, 0.0884, 0.1077, 0.0628 \\ 0.2038, 0.0884, 0.0735, 0.1152 \end{pmatrix}$$

$$H'(S(p^4)) = 0.0782$$

得专家权重分别为  $w_1 = 0.29, w_2 = 0.22, w_3 = 0.14,$

$w_4 = 0.35$ 。

$$D(S(p_{ij})) = \begin{pmatrix} 0.5793, 0.6295, 0.5033, 0.6470 \\ 0.5806, 0.5620, 0.6717, 0.5910 \\ 0.6797, 0.6142, 0.5683, 0.6166 \\ 0.4791, 0.5531, 0.5204, 0.5152 \end{pmatrix}$$

$$H^1 = \begin{pmatrix} 0, 0, 1, 0 \\ 0, 1, 0, 0 \\ 1, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}, H^2 = \begin{pmatrix} 1, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 1, 0 \\ 0, 1, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}$$

$$H^3 = \begin{pmatrix} 0, 0, 0, 1 \\ 1, 0, 0, 0 \\ 0, 1, 0, 0 \\ 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}, H^4 = \begin{pmatrix} 1, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 1, 0 \\ 0, 1, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}$$

计算得准则权重分别为  $w_1 = 0.25, w_2 = 0.19,$   
 $w_3 = 0.41, w_4 = 0.15。$

得到加权的一致性矩阵为 
$$\begin{pmatrix} 0.34, 0.25, 0.41 \\ 0.41, 0.25, 0.34, 0 \\ 0.25, 0.75, 0, 0 \\ 0, 0, 0.41, 0.59 \end{pmatrix},$$

求解线性规划问题得到结果: 
$$\begin{pmatrix} 0, 0, 1, 0 \\ 1, 0, 0, 0 \\ 0, 1, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix},$$
 最终方

案排序为  $a_1 > a_3 > a_2 > a_4。$

## 6 偏好指数 $t$ 的对比分析

对于  $t$  取不同的值意味着改变专家的犹豫度这一因素在整个决策过程中所占的比例,为了探究专家的犹豫度对于决策结果会产生何种影响, $t$  取不同值的决策结果如表 6 所示。

表 6 不同偏好指数对应结果对比

Table 6 Comparison of the results of different preference index

$t$ 的取值	排序结果
$t=0$	$a_3 > a_1 > a_2 > a_4$
$t=0.3$	$a_3 > a_2 > a_4 > a_1$
$t=0.5$	$a_1 > a_3 > a_2 > a_4$
$t=0.7$	$a_2 > a_3 > a_1 > a_4$
$t=1$	$a_1 > a_3 > a_2 > a_4$

从表 5 中看出,在对  $t$  取不同的值时决策结果发生了较显著的变化,这表示专家的犹豫程度对决策结果有重要的影响,这也意味着在进行决策时需要充分考虑对于专家所给出评价不确定的程度这一因素。

## 7 结束语

在 PULTS 环境下,定义了一种新的得分函数,对于一个概率不确定语言术语集,综合考虑了它本身所含的信息以及其体现出的不确定度,利用得分函数确定了专家权重;另一方面基于随机优势定义了优先度,进一步确定了准则权重,随后利用在一致准则法的基础上做了相关改进得到的决策方法,确

定了方案的最终排序。另外,通过对得分函数中的变量  $t$  进行讨论发现专家的犹豫度对最终的决策结果有显著影响,这意味着在决策过程中专家的犹豫度需要作为一项重要的影响因素去考虑。

## 参考文献 (References):

- [1] ROHAN K. GAVADE. Multi-criteria decision making: an overview of different selection problems and methods [J]. International Journal of Computer Science & Information Technology, 2014, 5(4): 5643—5646.
- [2] RODRIGUEZ R M, MARTINEZ L, HERRERA F. Hesitant fuzzy linguistic terms sets for decision making [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems: A Publication of the IEEE Neural Networks Council, 2012.
- [3] PANG Q, WANG H, XU Z S. Probabilistic linguistic term sets in multi-attribute group decision making [J]. Information Sciences, 2015, 297: 316—331.
- [4] ZADEH L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I [J]. Information Sciences. 1975, 8(3): 199—249.
- [5] ZHANG C, LI D Y, LIANG J. Multi-granularity three-way decisions with adjustable hesitant fuzzy linguistic multigranulation decision-theoretic rough sets over two universes [J]. Information Sciences. 2020, 507: 665—683.
- [6] LIAO H C, QIN R. Score-HeDLiSF: a score function of hesitant fuzzy linguistic term set based on hesitant degrees and linguistic scale functions: an application to unbalanced hesitant fuzzy linguistic MULTIMOORA [J]. Information Fusion, 2019, 48: 39—54.
- [7] XU Z S, WANG H. Managing multi-granularity linguistic information in qualitative group decision making: an overview [J]. Granular Computing, 2016, 1(1): 21—35.
- [8] LIN M, XU Z, ZHAI Y, et al. Multi-attribute group decision-making under probabilistic uncertain linguistic environment [J]. Journal of the Operational Research Society, 2017(22): 1—15.
- [9] XU Z S. Uncertain linguistic aggregation operators based approach to multiple attribute group decision making under uncertain linguistic environment [J]. Information Sciences, 2004, 168(1/2/3/4): 171—184.
- [10] WEI G W. Uncertain linguistic hybrid geometric mean

operator and its application to group decision making under uncertain linguistic environment [J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based System, 2009, 17(2): 251—267.

[11] 刘玥, 龚日朝. 基于概率不确定语言术语集和 VIKOR 法的多属性决策研究[J]. 南华大学学报(自然科学

版), 2019, 33(2) 61—69.

LIU Yue, GONG Ri-zhao. Research on multi-attribute decision making based on probabilistic uncertain language terms set and VIKOR[J]. Journal of University of South China (Natural Science Edition), 2019, 33(2) 61—69.

## A Consistent Criterion Decision-making Method Based on the Priority of Probabilistic Uncertain Linguistic Term Sets

TU Cheng-feng<sup>1</sup>, MAO Jun-jun<sup>1,2</sup>, ZHANG Zui<sup>1</sup>

(1. School of Mathematical Science, Anhui University, Hefei 230601, China;

2. Key Laboratory of Intelligence Computing and Signal Processing of Ministry of Education, Anhui University, Hefei 230601, China)

**Abstract:** Aiming at the multi-criteria group decision-making problem with unknown criteria weights, a new decision making method is proposed based on the priority obtained from the stochastic advantages, under the environment of Probabilistic Uncertain Linguistic Term Sets (PULTS), by determining the criteria weights through sufficiently considering decision-makers' evaluation on the importance between each criterion on the basis of individual preference, based on consistent criterion, and after comprehensively considering the hesitant degree when the experts make decision and the information in the evaluation made by the experts, which reduce the information loss in the process of decision making to some extent. Firstly, under PULTS environment, the uncertainty and score function are defined, the transformation from the linguistic set to number is realized, the expert weights are determined by using score function, and the comprehensive score matrix is further obtained. Secondly, the definition rule of stochastic advantages is applied to the definition of the priority of probabilistic uncertain linguistic set, and the weight of each criterion is determined according to the priority of each criterion. Finally, the related improvement is conducted on the basis of the consistent criterion decision-making law and is applied to PULTS environment. The feasibility and effectiveness of the new decision-making method are verified by numerical examples.

**Key words:** Probabilistic Uncertain Linguistic Term Sets; criteria weight; priority; multi-criteria group decision-making

责任编辑: 罗姗姗

引用本文/Cite this paper:

涂成凤, 毛建军, 张最. 基于 PULTS 优先度的一致准则决策方法[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2022, 39(2): 30—37.

TU Cheng-feng, MAO Jun-jun, ZHANG Zui. A Consistent criterion decision-making method based on the priority of probabilistic uncertain linguistic term sets[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2022, 39(2):

30—37.