

doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2021.0005.013

# 基于改进蚁群算法的 CVRP 问题研究\*

程亮<sup>1,2</sup>, 干宏程<sup>1,2\*\*</sup>, 刘勇<sup>1,2</sup>

(1. 上海理工大学超网络研究中心, 上海 200082; 2. 上海理工大学管理学院, 上海 200082)

**摘要:** 车辆路径优化问题归属于 NP-hard 问题; 针对基本蚁群算法求解效率低下, 可行解质量不高, 容易陷入局部最优解的情况, 在充分考虑具有一般性的车辆路径优化问题的数学模型与解决方案后, 提出了一种带有轮盘赌运算与 2-opt 优化运算相结合的改进蚁群算法, 算法在运算过程中对选取路径的概率进行二次计算, 扩大了全局的搜索范围; 同时对得到的路径进行内部优化, 增强了局部搜索能力, 提高了解的质量; 通过 MATLAB 软件进行仿真实验的结果表明: 相较于基本的 ACO 算法以及遗传算法得到的结果, 改进的蚁群算法在性能上和求解的质量具有很大的优势, 可以更好地解决带有容量约束的车辆路径优化问题, 为相应的企业更好地节省物流成本。

**关键词:** 物流配送; 蚁群算法; 2-opt; CVRP 问题

**中图分类号:** O224

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1672-058X(2021)05-0081-06

## 0 引言

物流, 即物的流动, 企业通过使用物流的各项基本功能来为客户进行服务。在世界经济快速发展的今天, 中国的物流行业也得到了迅速的发展。但由于各种因素的限制如: 基础设施不完善、路线布局不合理、人员管理不到位等等, 导致了一系列不必要的损失, 损害了企业的经济利益。其中, 大部分企业损失最大的部分依然在于运输上, 因此对于物流运输中车辆路径的优化研究是十分有必要的。

VRP (Vehicle Routing Problem) 问题是由 DANTZIG 教授<sup>[1]</sup>在 1959 年提出来的, 归属于 NP-hard 问题。从那时起, 对 VRP 问题的求解一直是研究的热点。马良等<sup>[2]</sup>是最早一批研究蚁群算法的学者, 并将蚁群算法带入组合优化问题中, 为后续

VRP 问题的研究做出了重要贡献。胡祥培<sup>[3]</sup>提出了新型的环形 VRP 问题并对其进行了建模与求解。刘冉<sup>[4]</sup>研究了半开放式多车场问题, 并通过三种不同类型的求解算法对结果进行了对比分析。冀德刚等<sup>[5]</sup>通过将  $k$ -means 聚类与人工鱼群算法相结合来解决物流配送问题, 并通过实例验证了算法的可行性。邓灵斌等<sup>[6]</sup>研究了果蔬配送的实例, 并通过蚁群算法对其进行了求解。马秋卓等<sup>[7]</sup>调研了市区内快递公司, 提出了多车辆 VRP 问题并把碳排放纳入了需要考虑的因素里。郭咏梅等<sup>[8]</sup>研究了带有时间窗因素的应急物流, 同时使用了算法对问题进行了求解, 具有很大的实际应用价值。芦娟等<sup>[9]</sup>通过禁忌搜索算法对需求依背包拆分的 VRP 问题进行了求解, 验证了算法的有效性。罗鹏<sup>[10]</sup>通过对蚁群算法进行改进, 将其运用到铁路联合路径的规划上并取得了良好的效果。罗梓瑄<sup>[11]</sup>使用了蚁群

收稿日期: 2020-09-24; 修回日期: 2020-11-19.

\* 基金项目: 国家自然科学基金面上项目(71871143).

作者简介: 程亮(1998—), 男, 安徽芜湖人, 硕士研究生, 从事低碳物流研究.

\*\* 通讯作者: 干宏程(1978—), 男, 浙江宁波人, 教授, 博士, 从事交通系统工程、物流管理研究. Email: hongchenggan@126.com.

算法对 CVRP 问题进行了求解,并考虑了各种参数之间的影响。MING<sup>[12]</sup>对具有单元需求的车辆路径问题的指数多插入邻域进行了扩展分析,提升了算法的性能。PIRMIN<sup>[13]</sup>研究了人的行为策略对 VRP 问题的影响,考虑了众多现实因素,具有很大的研究价值。虽然国内也不断涌现出与现实实例相结合的 VRP 问题,但基于我国物流发展的现状,对比国外研究的差距,基础设施的布局不够完善导致大部分国内学者研究的 VRP 问题依然采用的是基准案例。因此研究的重点就放在了求解方法上,通过不断对算法进行优化与改进,以获得更加满意的可行解或者最优解。通过对 CVRP 问题进行分析,建立了以总成本为目标的数学模型,并对基本的蚁群算法进行改进,插入轮盘赌运算和 2-opt 优化算法,提升算法的性能。并通过对比基本 ACO 算法以及遗传算法的运行结果,验证了算法的可行性和有效性,为更好地解决与 VRP 相关的问题如 FSVRP、VRPTW 等问题提供了一定的理论依据与参考价值。

## 1 车辆路径问题概述

CVRP 问题的定义:VRP 问题是指在一定的区域范围内,由已经确定好的配送中心向分散在各地的客户提供服务,所有的车辆都是在满足客户需求的约束条件下进行配送,并在配送完成后返回配送中心的过程,具体过程如图 1 所示。

其中配送中心的位置与客户位置是固定不变的,配送中心所拥有的车辆数目与每辆车的最大容量限制也是已知的。需要在配送之前合理的计划配送路线与运输方式,使得整个过程达到运输成本最小、运输距离最短、运输车辆最少等目的,从而有利于提高企业的物流效益并降低物流成本。

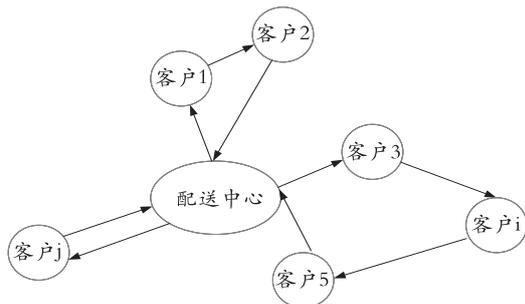


图 1 车辆路径问题示意图

Fig. 1 Schematic diagram of vehicle routing problem

### 1.1 车辆路径问题基本模型

#### 1.1.1 约束条件

(1) 所有的车辆必须从配送中心出发,服务完成后,必须返回配送中心。

(2) 每一个客户点有且只有一辆车可以进行配送服务。

(3) 配送中心的车辆具有相同的最大载重并且行驶时为均速行驶。

#### 1.1.2 基本符号说明

$m$  为配送中心拥有的车辆数。 $C$  为车辆的最大载重。 $q_i$  为客户点  $i$  的需求量。 $c_{ij}$  为从点  $i$  到点  $j$  的总费用。

决策变量:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{第 } k \text{ 辆车从点 } i \text{ 到点 } j \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$i \neq j \quad i, j = 0, 1, 2, \dots, n$$

即车辆  $k$  在服务客户点  $i$  之后,紧接着服务了客户点  $j$ ,此时值为 1。

$$y_{ki} = \begin{cases} 1 & \text{需求点 } i \text{ 由车辆 } k \text{ 送货} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, m$$

即客户点  $i$  是由车辆  $k$  进行配送,此时值为 1。

#### 1.2.3 数学模型

$$\text{Min } z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \sum_{i=1}^n q_i y_{ki} \leq C \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ki} = 1 \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{k0} = m \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ijk} = y_{ki} \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ijk} = y_{kj} \quad (6)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad (7)$$

$$\sum_{j \in V} x_{jik} - \sum_{j \in V} x_{ijk} = 0 \quad (8)$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ 或 } 1 \quad (9)$$

$$y_{ki} = 0 \text{ 或 } 1 \quad (10)$$

目标函数式(1)要求总运输成本最低;约束式

(2)表示每辆车的容量限制;约束式(3)表示每个客户点仅有一辆车进行服务;约束式(4)表示所有车辆服务完后返回配送中心;约束式(5)~式(7)保证形成闭回路;约束式(8)为网络流平衡条件;式(9)与式(10)为0或1变量。

## 2 改进的蚁群算法

蚁群算法(Ant Colony Optimization)是由Dorigo教授在1992年提出的,这是一种具有自组织性、系统性并且采用了分布式计算的正反馈算法,根据信息素的浓度来选择路径。选择城市的概率 $P_{ij}^k(t)$ 如下所示:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{j \in N_i^k} [\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}(t)]^\beta} & j \in N_i^k \\ 0 & j \notin N_i^k \end{cases}$$

其中: $\tau_{ij}$ 表示城市 $i$ 、 $j$ 之间的信息素浓度; $\eta_{ij}$ 表示城市 $i$ 、 $j$ 之间的启发式信息; $\alpha$ 表示信息素在蚂蚁的移动过程中的相对重要性,当 $\alpha=0$ 时,蚁群的移动方式会按照启发式信息进行,即蚂蚁将要选择的城市仅仅考虑两个城市之间的距离大小。 $\beta$ 表示启发式信息在蚂蚁的移动过程中的相对重要性,当 $\beta=0$ 时,蚂蚁的移动方式会按照信息素来进行,这样会导致蚁群的路径固定下来,难以寻找到最优解。

由上可以看出蚁群选择城市的主要影响因素是城市间的信息素浓度,信息素浓度过低就会造成比较长的运算时间,信息素浓度过高又会加速收敛,得不到全局最优解。因此通过对算法进行优化来提升算法的性能。

### 2.1 轮盘赌运算

轮盘赌运算是遗传算法中会使用到的一种局部优化方法,以信息素浓度作为参考因素,但又通过随机数降低了信息素浓度的相对重要性程度,从而扩大了蚁群可以搜索的范围,避免快速收敛的同时更有概率获得全局最优解。

### 2.2 2-opt 算法

运用轮盘赌运算会增加算法本身的时间复杂度,因此我们通过2-opt算法来提升蚁群算法运行的性能,即对第一次得到的路径进行二次处理,进行

城市点之间的交换运算得到新路径,再进行比较得到最优路径。

以下是信息素更新规则如下:

局部信息素更新:

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t, t+1)$$

$$\Delta \tau_{ij}(t, t+1) = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t, t+1)$$

全局信息素更新:

$$\tau_{ij}(t+n) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t, t+n)$$

$$\Delta \tau_{ij}(t, t+n) = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t, t+n)$$

算法具体流程如下:

(1)参数初始化,设置蚂蚁数量 $m$ ,城市数 $n$ , $\alpha, \beta$ 与 $\rho$ 三个因子,循环次数 $N_c$ ,最大循环次数 $\text{Max\_Nc}$ ,初始化信息素 $\tau_{ij}=c$ ,计算各个城市之间的距离 $d_{ij}$ 。

(2)开始循环, $N_c=1$ ,每次循环结束 $N_c+1$ 。

(3)每只蚂蚁选择下个城市的概率先根据计算出的 $p_{ij}^k$ 进行选取,然后运用轮盘赌法对 $p_{ij}^k$ 进行随机处理,确定下一步将要访问的城市,并将蚂蚁选择的城市插入禁忌表,同时更新禁忌表。

(4)禁忌表未满足就不断重复步骤(3);否则,计算路径总长度,储存得到的最优解,进行2-opt优化,并将得到的最优解进行比较。

(5)对蚂蚁移动过的路径上的信息素做挥发处理,并根据蚂蚁走过的总长度来计算新的信息素。

(6)将存储的路径进行比较,得到我们需要的那条路径,如果运行次数达到设置的最大次数则停止运算;如果没有运行到最大次数,则清除禁忌表中的所有元素,返回步骤(3)再次运行。

## 3 仿真实验

选取了文献[11]中的基本的ACO算法和文献[12]中的遗传算法、改进的遗传算法来说明改进的蚁群算法的有效性。

文献[11]中基本数据如下:车辆载重 $C=6000$ kg,车辆数为6辆,蚂蚁数 $m=40$ , $\text{Max\_Nc}=100$ , $\alpha=1$ , $\beta=3$ , $Q=100$ , $\rho=0.4$ 。同样经过10次运算结果如表1所示。

表 1 运算结果表  
Table 1 Operation result table

次数	目标值	次数	目标值
1	825.363	6	783.59
2	799.974	7	791.602
3	798.817	8	799.486
4	815.205	9	787.256
5	807.287	10	840.646

10 次实验得到的最优解为 783.591 km,相较于文献[11]中最优解 880.867 km,在最优解上提升了 11.04%。同时 10 次运算的平均值为 804.922 km,相较于文献[11]中平均值 909.186 km,算法在平均值上提升了 11.47%。同时根据表 1 可知,改进的蚁群算法获取目标值在 800 km 左右的概率为 70%,10 次实验最坏解为 840.646 km 依然优于基本的 ACO 算法的最优解,说明改进的蚁群算法在性能上有大幅度的提升,获得解的整体质量上完全超过了基本的蚁群算法,能够很好地处理 CVRP 问题。

最优解 783.591 km 的车辆路径如下:

路径 1: 1-23-27-26-25-24-30-31-22-17-1 (车辆满载率:97%)

路径 2: 1-16-28-19-21-13-1 (车辆满载率:100%)

路径 3: 1-20-18-15-29-14-1 (车辆满载率:96%)

路径 4: 1-6-10-3-2-8-1 (车辆满载率:94%)

路径 5: 1-12-5-7-11-9-4-1 (车辆满载率:80%)

5 条路径的车辆满载率均在 80% 以上,没有造成过多的空间浪费,符合实际。最优解路径如图 2、图 3 所示,计算结果见表 2。

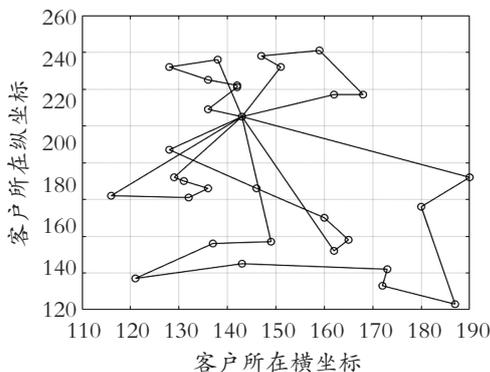


图 2 最优路径图

Fig. 2 Optimal path diagram

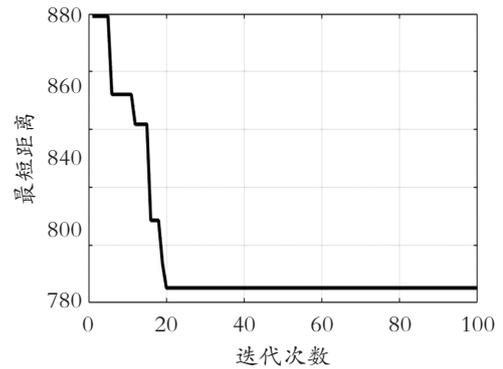


图 3 距离变化趋势图

Fig. 3 Distance change trend graph

由图 3 可知:改进的蚁群算法一般在迭代第 10 次到第 20 次之间可以找到满意解,最优解也仅在第 20 次迭代时找到,说明在提升算法搜索性能的同时也节省了算法运行的时间,提高了收敛速度。

文献[12]结果说明(算法基本参数设置与文献[11]相同)。

表 2 计算结果比较

Table 2 comparison of calculation results

算 法	GA	HGA	KQGA	本文算法
1	142.0	119.6	118.9	120.2
2	133.2	121.3	118.5	115.8
3	140.1	125.2	117.5	109.1
4	138.0	124.5	119.7	113.7
5	139.8	119.8	118.4	117.5
6	135.2	119.4	117.3	110.8
7	145.5	121.5	120.4	121.3
8	141.2	118.5	119.3	109.9
9	147.4	122.5	117.8	118.5
10	138.3	123.4	119.1	109.1
平均	140.1	121.6	118.7	114.6

文献[12]中 KQGA 算法是在遗传算法的基础上采用了优化种群更新操作的手段和 2-opt 算法,但获得的最优解 117.3 km 依然高于本文最优解 109.1 km,说明改进的蚁群算法在获得最优解的性能上有很大的提升,降低了陷入局部最优解的概率。

综上所述,改进的蚁群算法相较于 ACO 算法在性能上有着极大的提升;同时对遗传算法和改进

的遗传算法,可以发现蚁群算法在求解VRP问题有着属于自己的优势,对比结果证明了算法的有效性和可行性。

## 4 结 论

为解决当今物流企业运输过程中所面临的车辆路径问题,提出了结合轮盘赌运算与2-opt优化算法相结合的改进蚁群算法。通过与传统的蚁群算法进行对比发现,改进的蚁群算法在性能上提高了约11%的同时具有更强的稳定性;对比于遗传算法和改进的遗传算法,求解的精度上也有相当大的提升,因此所提出的算法可以更好地解决带有容量约束的车辆路径优化问题,为相应的企业更好地节省物流成本。

### 参考文献(References):

- [1] DANTZIG G, RAMSER J. The Truck Dispatching Problem[J]. *Management Science*,1959(6):80—91
- [2] 马良,项培军. 蚁群算法在组合优化中的应用[J]. *管理科学学报*,2001(2):32—37
- MA L, XIANG P J. Application of Ant Algorithm in Combinatorial Optimization[J]. *Journal of Management Sciences in China*,2001(2):32—37(in Chinese)
- [3] 胡祥培,黄敏芳,Zeng Amy Z. 环状区域的车辆路径方案生成系统及优化模型[J]. *管理科学学报*,2008,11(6):103—111
- HU X P, HUANG M F, ZENG A Z. Scheme Generation System and Integer Programming Model for Vehicle Routing Problem with Circular-area Distribution[J]. *Journal of Management Sciences in China*,2008,11(6):103—111(in Chinese)
- [4] 刘冉,江志斌,耿娜,等. 半开放式多车场车辆路径问题[J]. *上海交通大学学报*,2010,44(11):1539—1545
- LIU R,JIANG Z B,GENG N,et al. The Half Open Multi-depot Vehicle Routing Problem[J]. *Journal of Shanghai Jiao-tong University*, 2010, 44(11):1539—1545(in Chinese)
- [5] 冀德刚,张丽娜,贾鹏. 聚类分析和改进鱼群算法在物流运输路径优化中的应用[J]. *物流技术*,2013,32(23):135—137
- JI D G, ZHANG L N, JIA L. Application of Cluster Analysis and Improved Fish Swarm Algorithm in Optimization of Logistics Routes[J]. *Logistics Technology*, 2013,32(23):135—137(in Chinese)
- [6] 邓灵斌,邵军. 改进蚁群算法在合肥市包河区果蔬配送中的应用研究[J]. *南华大学学报(社会科学版)*, 2015,16(6):23—28
- DENG L B, SHAO J. Application of Improved Ant Colony Algorithm in Fruit and Vegetable Distribution in Baohe District of Hefei City[J]. *Journal of University of South China(Social Science Edition)*, 2015, 16(6):23—28(in Chinese)
- [7] 马秋卓,王健,宋海清. 市区小范围多车辆低碳VRP:以珠海速递公司区域收件网络为例[J]. *管理工程学报*,2016,30(04):153—159
- MA Q Z, WANG J, SONG H Q. Multi-vehicle Low-carbon VRP in S-mall Urban Area: A Case Study of Regional Receiving Network of Zhuhai Express Company[J]. *Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2016, 30(4):153—159(in Chinese)
- [8] 郭咏梅,胡大伟,陈翔. 改进蚁群算法求解带时间窗的应急物流开环车辆路径问题[J]. *长安大学学报(自然科学版)*,2017,37(6):105—112
- GUO Y M, HU D W, CHEN X. Solution of Emergency Logistics Open-loop Vehicle Routing Problem with Time Window Based on Improved Ant Colony Algorithm[J]. *Journal of Chang'an University(Natural Science Edition)*, 2017,37(6):105—112(in Chinese)
- [9] 芦娟,夏扬坤,邹安全,等. 带装载能力的需求依背包拆分车辆路径问题[J]. *工业工程*,2019,22(6):67—73
- LU J, XIA Y K, ZOU A Q, et al. A Capacitated Vehicle Routing Problem with Split Deliveries by Backpack[J]. *Industrial Engineering Journal*, 2019,22(6):67—73(in Chinese)
- [10] 罗鹏. 基于蚁群优化算法的铁路联运路径规划[J]. *国外电子测量技术*,2020,39(7):94—98
- LUO P. Research on Railway Intermodal Route Planning

- Based on Ant Colony Optimization Algorithm[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2020, 39(7): 94—98 (in Chinese)
- [11] 罗梓瑄, 刘学文. 基于蚁群算法的物流配送路径优化研究[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2020, 37(4): 89—94
- LUO Z X, LIU X W. Research on Logistics Distribution Path Optimization Based on Ant Swarm Algorithm[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2020, 37(4): 89—94 (in Chinese)
- [12] MING J L, JIN K H, QING H W. General Swap-based Multiple Neighborhood Adaptive Search for the Maximum Balanced Biclique Problem[J]. Computers and Operations Research, 2020, 20(7): 119—125
- [13] PIRMIN F, FLORIAN T, STEFAN M. Human Solution Strategies for the Vehicle Routing Problem: Experimental Findings and A Choice-based Theory[J]. Computers and Operations Research, 2020, 18(9): 120—125

## Research on CVRP Based on Improved Ant Colony Algorithm

CHENG Liang<sup>1,2</sup>, GAN Hong-cheng<sup>1,2</sup>, LIU Yong<sup>1,2</sup>

(1. Center for Supernetworks Research, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200082, China;

2. School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200082, China)

**Abstract:** Vehicle routing optimization problem belongs to NP-hard problem. In view of the low efficiency of the basic ant colony algorithm, the low quality of feasible solutions, and the tendency to fall into local optimal solutions, after fully considering the mathematical model and solution of the general vehicle routing problem, an improved ant colony algorithm with roulette operation and 2-opt optimization operation is proposed. The algorithm performs a second calculation on the probability of the selected path during the operation process, which expands the global search range; at the same time, the obtained path is internally optimized to enhance improved local search capabilities and improve the quality of the solution. The results of simulation experiments through MATLAB software show that compared with the results obtained by the basic ACO algorithm and genetic algorithm, the improved ant colony algorithm has great advantages in performance and solution quality. It can better solve the vehicle routing problem with capacity constraints for the corresponding enterprises to better save logistics costs.

**Key words:** logistics and distribution; ant colony algorithm; 2-opt; CVRP problem

责任编辑: 田 静

引用本文/Cite this paper:

程亮, 干宏程, 刘勇. 基于改进蚁群算法的 CVRP 问题研究[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2021, 38(5): 81—86  
CHENG L, GAN H C, LIU Y. Research on CVRP Based on Improved Ant Colony Algorithm[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2021, 38(5): 81—86