第 38 卷第 4 期　　重庆工商大学学报(自然科学版)　　2021 年 8 月
Vol. 38 No. 4　　J Chongqing Technol & Business Univ(Nat Sci Ed)　　Aug. 2021
doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2021.0004.012

跳跃扩散过程下企业的最优投资策略

刘彦云, 胡支军**
(贵州大学 数学与统计学院, 贵阳 550025)

摘　要:越来越多的不确定因素使得投资企业很难快速决策以抓住最佳投资时机从而获取最大收益。针对这一问题,假定项目投资成本和产出价格均不确定且受突发事件的影响,通过建立不确定因素服从跳跃扩散过程的实物期权模型,求解了企业的投资期权价值和投资阈值,并分析了最相关参数对企业投资阈值的影响。在以往文献假设不确定因素相互独立的基础上,考虑了不确定因素的随机波动之间具有相关性的情形;在保留突发事件引起的跳跃幅度随机分布的假设框架下,运用均值、波动率、偏度 3 个统计特征参数对突发事件进行了刻画,进而推广了比较静态结果。研究结果表明:投资成本和产出价格的波动相关性越大,投资阈值越小,企业的最优投资策略为加快执行投资期权;而且,投资成本和产出价格的随机波动率对投资阈值的影响不仅与自身有关,而且取决于它们的相对波动率与相关性之间的大小关系;此外,引起投资阈值波动的主要因素是跳跃幅度均值和偏度而不是标准差,因此企业在作出投资策略前应重点考察突发事件的性质和影响方向。

关键词:跳跃扩散过程;投资期权;投资阈值;最优策略;相关性

中图分类号:O224　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-058X(2021)04-0073-11

0 引　言

企业在投资一个新项目时,投资决策的不可逆性、项目收益的不确定性、投资时机的不确定性以及三者之间相互作用影响了企业的最佳投资时机,进而影响到投资项目的成败及项目收益的高低。对于企业来说,选择最佳投资时机的重点在于准确地衡量现实世界中的不确定性,并对其进行科学地刻画。传统的净现值投资决策方法不能适当地处理风险项目中的不确定因素,也没有考虑资本的不可逆性以及项目灵活性的战略意义;实物期权方法突破了传统方法将不确定性视为风险的局限性,把不确定性价值包含在投资项目的价值中。因此,自 Myers(1977)[1] 首次提出利用实物期权方法来描述投资机会价值之后,这一方法迅速被该领域的众多学者广泛采用。

实物期权的观点是将企业所拥有的投资机会视为一个看涨期权,执行这一看涨期权的代价不仅包括投资时需要支付的投资成本,还包括由此丧失的投资机会。从实物期权的观点出发,企业最佳投资时机的选择问题即可转化为投资期权的定价问题。McDonald 和 Siegel(1986)[2] 首次将实物期权方法运用于研究不可逆投资计划的最佳投资时机,讨论了投资期权的定价问题,并推导出最佳投资时机的决定方法。运用实物期权方法研究企业投资问题的大多数文献是从单个因素的不确定性出发,对于多个不确定因素以及不确定性之间具有相关性的研究相对较少。

Dixit & Pindyck(1994)[3] 考察了项目的运营成

收稿日期:2020-09-05;**修回日期**:2020-10-14.

作者简介:刘彦云(1992—),女,甘肃庆阳人,硕士,从事金融统计研究.
** **通讯作者**:胡支军(1975—),男,贵州铜仁人,教授,博士,从事金融数学、服务科学与创新管理研究. Email:Zhijhu@163.com.

本和产出价格均不确定时企业的投资决策;Murto[4]考察了项目投资成本和未来收益不确定时企业的最佳投资策略;Pennings & Sereno[5]考察了制药企业的研发项目在技术和经济环境不确定性下的项目价值问题;Nunes & Pimentel[6]考察了一个成熟企业面临新项目的投资成本和产出需求不确定时的最优投资决策问题。以上学者研究的共同点是假设企业同时面临两种不同来源的不确定性,且不确定因素之间相互独立。在实际的经济环境中,风险之间相关影响是很常见的现象。

现有文献大多都假设不确定因素的变化路径是连续的,并运用几何布朗运动对其进行模拟。Yang & Liu[7]在假设市场需求与投资成本不确定且两者的随机波动彼此相关的条件下,假设两种不确定因素的变化路径服从几何布朗运动,利用期权博弈方法,建立了先占和非先占情况下的双寡头期权博弈模型,得出了企业在各博弈模型中的价值函数和投资临界值,分析了相关参数对企业最优投资决策的影响;Moawia & Alghalith[8]在假设产出价格和市场需求不确定的条件下建立了竞争企业在多重相关不确定性下的动态连续时间模型,但没有考虑不确定因素受到突发事件冲击的情形。然而,越来越多的证据显示,不确定因素的变化路径并不总是连续的,尤其是受到一些突发事件的影响时,往往会发生跳跃进而出现一些不连续点。从资产组合风险管理问题到期权债权的定价问题,现有文献如 Merton[9], Pan[10], Liu & Longstaff[11], Johannes[12], Lee & Mykland[13],Yang & Chen[14],Hagspiel & Huisman[15]等,都证实了突发事件的存在以及对企业投资决策的影响。因此,在研究企业的最优投资策略时,选用合适的模型对突发事件进行模拟尤为重要。Eberlein[16]指出,可以将金融领域的一些先进模型引入跳跃过程来模拟这种由突发事件所导致的跳跃,以期真实准确地描绘不确定因素的变化路径,得到企业的最优投资策略;Yang & Chen[14]在假定跳跃幅度随机但不依赖于具体分布形式的框架下,运用数值分析方法分析了跳跃幅度的 3 个统计特征参数对企业投资策略的影响;Nunes & Rita Pimentel[6]假定产品需求和成本服从跳跃扩散过程,只考察了突发事件到达强度和平均跳跃幅度对投资阈值的影响。

综上所述,现有文献有如下局限性:第一,考虑了多重不确定因素但没考虑不确定因素波动率之间的相关性;第二,忽略了突发事件对不确定因素的影响;第三,考虑了突发事件的存在,但没能全面分析突发事件对企业投资策略的影响。针对现有文献的这些局限性,本文从以下几个方面进行了突破。首先,考虑了不确定因素的随机波动具有相关性的情形。在 Nunes & Pimentel[14]的基础上,放松了投资成本和产出价格的随机波动相互独立的假设;其次,考虑了突发事件对两种不确定因素的影响,在 Yang 和 Chen[12]的基础上,给出了平均跳跃幅度、跃度波动率、跃度偏度值这 3 个统计特征参数对企业投资策略影响的理论证明,并运用数值模拟方法验证了理论证明结果,进而推广了比较静态结果。

1 模型及求解

这一部分,首先给出项目的投资成本和产出价格所服从的随机过程——跳跃扩散过程,其次建立投资期权的定价模型,最后求解模型。

1.1 动态过程

假设企业投资前面临两种不同来源的不确定因素:投资成本和产出价格,分别记为 I,P。它们的变化路径几乎处处连续,间断点是受突发事件的影响而产生的跳跃。基于其变化路径的特点,本文运用跳跃扩散过程对其进行模拟。

跳跃扩散过程表示不确定因素的变化动态由两种不同类型构成:一种是正常的波动,其路径是连续变化的,用几何布朗运动来模拟;一种是非正常的波动,由突发事件引起的一些跳跃构成,用跳跃过程来模拟。

突发事件到达的次数是随机的,记为$\{N_t, t\geqslant 0\}$,假设其服从强度为 λ 的泊松分布。突发事件引起的跳跃幅度$\{U_i\}_{i\in\mathbf{N}}$也是随机的,假设其独立同分布于随机变量 U,即$\{U_i\}_{i\in\mathbf{N}}^{\text{i.i.d}}\sim U$, i. e。假设随机变量 U 的概率密度函数为 $\phi(u)$。

记 $Y=\{Y_t:t\geqslant 0\}$是一个跳跃扩散过程,其微分形式表示如下:

$$\mathrm{d}Y_t=(\mu-\lambda m)Y_t\mathrm{d}t+\sigma Y_t\mathrm{d}W_t+Y_t\mathrm{d}\sum_{i=1}^{N_t}(1+U_i) \tag{1}$$

其中:μ,σ 分别表示随机过程$\{Y_t:t\geqslant 0\}$连续

路径部分的期望增长率和波动率; $Y_t \mathrm{d}\sum_{i=1}^{N_t} U_i$ 表示 $[0,t]$ 内发生的所有突发事件对 Y_t 影响的累计幅度;$m=E(U)$ 表示平均跳跃幅度;$\{W_t, t\geqslant 0\}$ 是概率测度 P 下的标准布朗运动过程,假设与 $\{N_t, t\geqslant 0\}$、随机变量序列 $\{U_i\}_{i\in\mathbf{N}}$ 相互独立。

项目的投资成本和产出价格所服从的跳跃扩散过程分别表示如下:

$$\mathrm{d}I_t = (\mu_I - \lambda_I m_I) I_t \mathrm{d}t + \sigma_I I_t \mathrm{d}W_t^I + I_t \mathrm{d}\sum_{i=1}^{N_t^I}(1 + U_t^I) \tag{2}$$

$$\mathrm{d}P_t = (\mu_p - \lambda_p m_p) P_t \mathrm{d}t + \sigma_p P_t \mathrm{d}W_t^p + P_t \mathrm{d}\sum_{i=1}^{N_t^p}(1 + U_t^p) \tag{3}$$

假设投资成本和产出价格的随机波动之间具有相关性,记为

$$E(\mathrm{d}W_t{}^P \mathrm{d}W_t{}^I) = \rho \mathrm{d}t \tag{4}$$

其中:ρ 表示相关性系数,上标和下标中的 I,P 分别为相应的投资成本和产出价格参数。

1.2　项目价值

投资前,企业只持有一个投资期权。在时刻 τ,企业以一次性支付投资成本 I_τ 的方式执行了该期权,同时拥有了一个价值为 $V(P,I)$ 的项目,则企业的项目价值满足如下方程:

$$V(P,I) = \max_\tau E^{(P,I)}\left[\int_{\tau+n}^{+\infty} qP_t \mathrm{e}^{-rt}\mathrm{d}t - I_\tau \mathrm{e}^{-r\tau} \mid (P_0, I_0) = (P,I)\right] = \max_\tau E^{(P,I)}[\mathrm{e}^{-r\tau} G^{(P,I)}] \tag{5}$$

其中:$G(P,I) = \dfrac{q\mathrm{e}^{-n(r-\mu_P)}}{r-\mu_P}P - I$,$\tau$ 是企业投资的时间,项目产量为常数 q,无风险利率为 r,项目的建造时间为 n,$(P_0,I_0)=(P,I)$ 表示随机过程的初始值。企业的投资问题成为选择最佳的投资时机以最大化项目价值,因此投资问题的求解等同于利用动态规划原理求解一个最优停时问题。

在时间 $[t, t+\mathrm{d}t]$ 内,项目价值 $V(P,I)$ 满足的 HJB 方程 $rV\mathrm{d}t = E(\mathrm{d}V)$,由伊藤引理可得:

$$\frac{\sigma_P{}^2}{2}P^2 V_{PP} + \frac{\sigma_I{}^2}{2}I^2 V_{II} + \rho\sigma_P\sigma_I PIV_{PI} + (\mu_P - \lambda_P m_P)PV_P + (\mu_I - \lambda_I m_I)IV_I - rV + \lambda_P \int_{U^P}[F(P(1+U^P), I) - F(P,I)]\varphi_1(u^p)\mathrm{d}u^p + \lambda_I \int_{U^I}[F(P, I(1+U^I)) - F(P,I)]\varphi_2(u^I)\mathrm{d}u^I = 0 \tag{6}$$

1.3　模型求解

式(6)是含有两个状态变量的偏微分方程,参考 Dixit & Pindyck[3] 以及 Nunes & Pimentel[6] 中求解同时考虑两种不确定因素的投资问题的方法,将二维的投资问题简化至一维并求解。

由于 $V(P,I)$ 关于 (P,I) 是一阶齐次的,故有 $V(P,I) = IV\left(\dfrac{P}{I},1\right)$。作变量变换 $\left\{\theta_t = \dfrac{P_t}{I_t} : t\geqslant 0\right\}$,则有

$$V(P,I) = IV\left(\frac{P}{I},1\right) = If(\theta) \tag{7}$$

其中,f 为待定函数。

$$G(P,I) = Il(\theta) \tag{8}$$

其中:

$$l(\theta) = \frac{q\mathrm{e}^{-n(r-\mu_P)}}{r-\mu_p}\theta - 1 \tag{9}$$

HJB 方程式(6)可用新变量重新表示为

$$\left(\frac{\sigma_P{}^2}{2} + \frac{\sigma_I{}^2}{2} - \rho\sigma_P\sigma_I\right)\theta^2 f''(\theta) + ((\mu_P - \lambda_P m_P) + (\mu_I - \lambda_I m_I))\theta f'(\theta) - rf(\theta + \lambda_P \int_{u^P} f(\theta(1+u^P))\varphi_1(u^p)\mathrm{d}u^p + \lambda_I \int_{u^I}(1+u^I) f\left(\frac{\theta}{1+u^I}\right)\varphi_2(u^I)\mathrm{d}u^I = 0 \tag{10}$$

如果不考虑投资成本和产出价格之间随机波动相关的情况,则方程式(10)可以简化为

$$\left(\frac{\sigma_P{}^2}{2} + \frac{\sigma_I{}^2}{2}\right)\theta^2 f''(\theta) + ((\mu_P - \lambda_P m_P) + (\mu_I - \lambda_I m_I)) \times \theta f'(\theta) - rf(\theta) + \lambda_P \int_{u^P} f(\theta(1+u^P))\varphi_1(u^p)\mathrm{d}u^p + \lambda_I \int_{u^I}(1+u^I) f\left(\frac{\theta}{1+u^I}\right)\varphi_2(u^I)\mathrm{d}u^I = 0 \tag{11}$$

命题 1　HJB 方程式(10)的解 $f(\theta)$ 具有如下形式:

$$f(\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta_1 - 1}\left(\dfrac{\theta}{\theta^*}\right)^{\beta_1}, 0<\theta<\theta^* \\ \dfrac{q\mathrm{e}^{-n(r-\mu_P)}}{r-\mu_P}\theta - 1, \theta\geqslant\theta^* \end{cases} \tag{12}$$

其中:

$$\theta^* = \frac{1}{q}\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}(r-\mu_P)\mathrm{e}^{(r-\mu_P)n} \tag{13}$$

β_1 是 HJB 方程的基本二次型 $J(\beta)$ 的大于 1 的根,$J(\beta)$ 具体表达式如下:

$$J(\beta)=\frac{1}{2}(\sigma_P{}^2+\sigma_I{}^2-2\rho\sigma_P\sigma_I)\beta^2+\left(\left(\mu_P-\lambda_P m_P-\frac{1}{2}\sigma_P{}^2\right)-\left(\mu_I-\lambda_I m_I+\frac{1}{2}\sigma_I{}^2\right)\right)\beta+\rho\sigma_P\sigma_I\beta+((\mu_I-\lambda_I m_I)-(\lambda_P+\lambda_I)-r)+\lambda_P\int_{u^P}f(\theta(1+u^P))\varphi_1(u^p)\mathrm{d}u^p+\lambda_I\int_{u^I}(1+u^I)f\left(\frac{\theta}{1+u^I}\right)\varphi_2(u^I)\mathrm{d}u^I \tag{14}$$

在 Nunes & Pimentel(2017)[6] 模型的基础上考虑了相关性,如果不考虑投资成本和产出价格在几何布朗运动部分的随机波动相关性,则上述基本二次型可简化为

$$J(\beta)=\frac{1}{2}(\sigma_P{}^2+\sigma_I{}^2-2\rho\sigma_P\sigma_I)\beta^2+\left(\left(\mu_P-\lambda_P m_P-\frac{1}{2}\sigma_P{}^2\right)-\left(\mu_I-\lambda_I m_I+\frac{1}{2}\sigma_I{}^2\right)\right)\beta+((\mu_I-\lambda_I m_I)-(\lambda_P+\lambda_I)-r)+\lambda_P\int_{u^P}f(\theta(1+u^P))\varphi_1(u^p)\mathrm{d}u^p+\lambda_I\int_{u^I}(1+u^I)f\left(\frac{\theta}{1+u^I}\right)\varphi_2(u^I)\mathrm{d}u^I \tag{15}$$

考虑了随机波动相关性之后,方程式(14)的根 β_1 与相关性系数 ρ 有关,而方程式(15)的根与 ρ 无关。

2 比较静态分析

下面将给出企业的投资阈值关于最相关参数的变化行为。具体研究之前,先给出投资阈值增大或减小的实际意义。直观来看,投资阈值增大,等待的时间越长,企业的最优策略为延迟执行投资期权;投资阈值减小,等待时间缩短,企业会加快执行投资策略。从投资阈值的表达式 $\theta^*=\frac{P^*}{I^*}$ 来看,对于确定的产出价格,投资阈值增大意味着投资成本降低,企业会延迟执行投资期权以期投资成本降到更低;同时,对于确定的投资成本,投资阈值增大意味着产出价格增大,企业会延迟执行投资期权以期产出价格上涨到更高水平。

接下来,先给出相关参数对投资阈值影响的理论推导过程和结果,再给出具体的数值模拟以验证理论证明结果。通过固定其他参数值,让目标参数在一定的区间范围内变化进而模拟投资阈值的变化趋势。在参数设定上,当考察几何布朗运动参数对投资阈值的影响时,将跳跃过程的参数均设定为 0。对于几何布朗运动部分参数,参考 Dixit & Pindyck[3] 对无风险利率 r,投资成本和产出价格期望增长率 μ_p,μ_I,波动率 σ_p,σ_I,ρ 的设定,以及 Nunes & Pimentel(2017)[6] 关于产量 q,项目建造时间 n 的设定;跳跃参数设定参考 Yang & Chen[12]。下面先给出一个后面的证明需要用到的引理。

引理 1 投资成本和产出价格的相关参数对投资阈值 θ^* 的影响与对基本二次型 $J(\beta)$ 的影响一致,即 $\forall y\in\zeta$, $\frac{\mathrm{d}\theta^*(\zeta)}{\mathrm{d}y}$ 与 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial y}$ 同号,其中 ζ 为投资问题的参数集。

证明 由 $\theta^*=\theta^*(\beta_1)=\frac{1}{q}\frac{\beta_1}{\beta_1-1}(r-\mu_P)\mathrm{e}^{(r-\mu_P)n}$ 可知,$\forall y\in\zeta$,有

$$\frac{\mathrm{d}\theta^*(\zeta)}{\mathrm{d}y}=\frac{\partial\theta^*(\zeta)}{\partial\beta_1}\frac{\mathrm{d}\beta_1(\zeta)}{\mathrm{d}y}=-\frac{1}{q}\frac{1}{(\beta_1(\zeta)-1)^2}(r-\mu_P)\mathrm{e}^{(r-\mu_P)n}\frac{\mathrm{d}\beta_1(\zeta)}{\mathrm{d}y}=\frac{1}{q}\frac{1}{(\beta_1(\zeta)-1)^2}(r-\mu_P)\mathrm{e}^{(r-\mu_P)n}\frac{\frac{\partial J(\beta)}{\partial y}}{\frac{\partial J(\beta)}{\partial\beta}\Big|_{\beta=\beta_1}}$$

因 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial\beta}\Big|_{\beta=\beta_1}>0$,故 $\frac{\mathrm{d}\theta^*(\zeta)}{\mathrm{d}y}$ 与 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial\beta}\Big|_{\beta=\beta_1}$ 同号。

因此,投资阈值 θ^* 关于最相关参数的变化行为依赖于投资问题的 HJB 方程对应的基本二次型 $J(\beta)$ 关于对应的最相关参数的变化行为。换言之,要考察投资阈值关于最相关参数的变化行为,只需要考察基本二次型 $J(\beta)$ 与对应的最相关参数的变化行为即可。

2.1 随机波动率及相关性参数对投资阈值的影响分析

相关性系数是表示两个变量之间相关关系密切程度的统计分析指标。下面给出投资成本和产出价格的随机波动相关性系数 ρ 的实际意义:

(1) $\rho>0$,投资成本和产出价格的随机波动呈现正相关,表示当投资成本的随机波动率增大时,产出价格的随机波动率也随之增大。

(2) $\rho<0$,投资成本和产出价格的随机波动呈现负相关,表示当投资成本的随机波动率增大时,产出价格的随机波动率随之减小。

(3) $\rho=0$,投资成本和产出价格的随机波动之间不存在线性关系,此时模型简化为 Nunes & Pimentel[6] 所用模型。

(4) $\rho=1$,投资成本和产出价格的随机波动之

间完全正相关,表示当投资成本的随机波动率增大(减小)时,产出价格的随机波动率也随之以一定的比例增大(减小)。

(5) $\rho=-1$,投资成本和产出价格的随机波动之间完全负相关,表示当投资成本的随机波动率增大(减小)时,产出价格的随机波动率随之以一定的比例减小(增大)。

下面的命题给出投资成本和产出价格的随机波动相关性参数对投资阈值的影响。

命题 2　投资阈值 θ^* 关于产出价格和投资成本波动相关性系数 ρ 单调递减,即 $\frac{\mathrm{d}\theta^*(\zeta)}{\mathrm{d}\rho}|_{\beta=\beta_1}<0$。

证明　由引理 1 知,考察 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial \rho}|_{\beta=\beta_1}$ 的符号即可。由

$$\frac{\partial J(\beta)}{\partial \rho}|_{\beta=\beta_1}=\frac{\partial}{\partial \rho}(-\rho\sigma_P\sigma_I\beta_1{}^2+\rho\sigma_P\sigma_I\beta_1)=-\sigma_P\sigma_I\beta_1(\beta_1-1)<0$$

故得证。

其他参数设置为 $\mu_I=0.01$, $\mu_p=0.02$, $\sigma_I=0.01$, $\sigma_p=0.02$。

从图 1 来看,无论投资成本和产出价格的随机波动率呈正相关还是负相关,相关性越大,投资阈值越小,企业通过加快执行投资策略的方式来应对不确定因素的随机波动率之间具有的相关性情形。与命题 2 的证明结果一致。

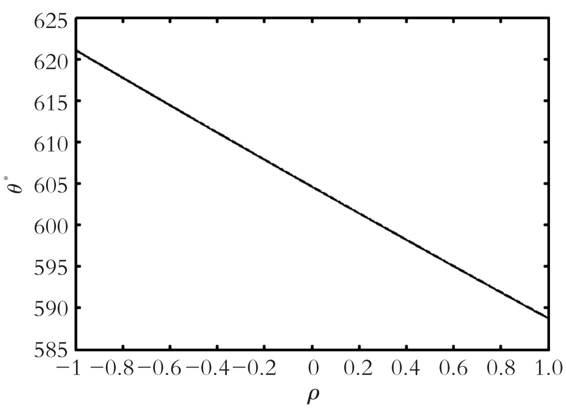


图 1　投资阈值 θ* 关于相关性 ρ 的变化趋势

Fig. 1　The change trend of investment threshold θ^* with respect to correlation ρ

命题 3　投资阈值 θ^* 关于投资成本和产出价格的波动率 σ_I, σ_P 的变化取决于相对波动率 $\frac{\sigma_P}{\sigma_I}$ 和 ρ 的大小关系,具体如下:

(1) 当 $\frac{\sigma_P}{\sigma_I}>\rho$ 时,θ^* 关于 σ_P 单调递增;当 $\frac{\sigma_P}{\sigma_I}<\rho$ 时,θ^* 关于 σ_P 单调递减。

(2) 当 $\frac{\sigma_I}{\sigma_P}>\rho$ 时,θ^* 关于 σ_I 单调递增;当 $\frac{\sigma_I}{\sigma_P}\leqslant\rho$ 时,θ^* 关于 σ_I 单调递减。

特别地,当 $\sigma_P<\sigma_I$ 时,θ^* 关于 σ_P 单调递减;当 $\sigma_P>\sigma_I$ 时,θ^* 关于 σ_I 单调递减。

证明　由引理 1 可知,只需考察 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial \sigma_P}|_{\beta=\beta_1}$ 和 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial \sigma_I}|_{\beta=\beta_1}$ 的符号。

$$\frac{\partial J(\beta)}{\partial \sigma_P}|_{\beta=\beta_1}=\frac{\partial}{\partial \sigma_P}\left(\left(\frac{1}{2}\sigma_P{}^2-\rho\sigma_P\sigma_I\right)\beta^2+\left(-\frac{1}{2}\sigma_P{}^2+\rho\sigma_P\sigma_I\right)\beta\right)=\beta_1(\beta_1-1)(\sigma_P-\rho\sigma_I)$$

$$\frac{\partial J(\beta)}{\partial \sigma_I}|_{\beta=\beta_1}=\frac{\partial}{\partial \sigma_I}\left(\left(\frac{1}{2}\sigma_I{}^2-\rho\sigma_P\sigma_I\right)\beta^2+\left(\frac{1}{2}\sigma_I{}^2+\rho\sigma_P\sigma_I\right)\beta\right)=\beta_1(\beta_1-1)(\sigma_I-\rho\sigma_P)$$

结论显然。

图 2 中: $\mu_I=0.01$, $\mu_p=0.02$, $\sigma_I=0.01$, $\rho=-0.5$;图 3 中: $\mu_I=0.01$, $\mu_p=0.02$, $\sigma_P=0.02$, $\rho=-0.5$。

从图 2 和图 3 来看,当 $\rho<0$ 时,$\frac{\partial J(\beta)}{\partial \sigma_P}|_{\beta=\beta_1}>0$,$\frac{\partial J(\beta)}{\partial \sigma_I}|_{\beta=\beta_1}>0$。其实际意义是:越大的投资成本波动性意味着越小的产出价格波动性以及越大的投资阈值;越大的产出价格波动性意味着越小的投资成本波动性以及越大的投资阈值。即当投资成本和产出价格的随机波动呈负相关时,企业应对不确定因素较高波动性的最优策略为延迟执行投资期权。

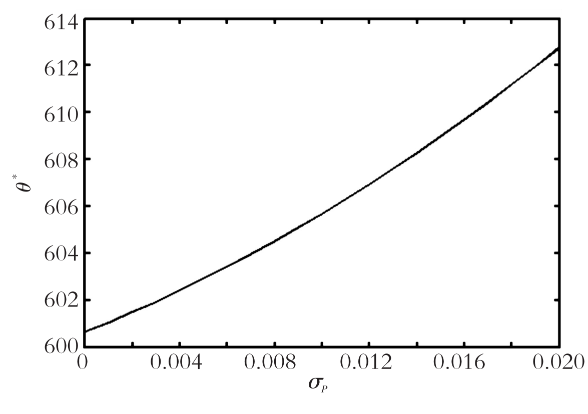


图 2　产出价格波动率对投资阈值的影响($\rho<0$)

Fig. 2　The influence of output volatility on investment thresholod ($\rho<0$)

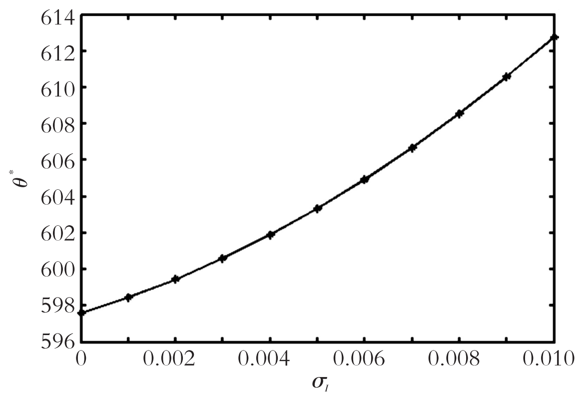


图 3　投资成本波动率对投资阈值的影响(ρ<0)

Fig. 3　The influence of investment cost volatility on investment threshold (ρ<0)

图 4 中: $\mu_I=0.01$, $\mu_p=0.02$, $\sigma_I=0.01$, $\rho=0.5$; 图 5 中: $\mu_I=0.01$, $\mu_p=0.02$, $\sigma_P=0.02$, $\rho=0.5$。

从图 4 和图 5 来看,当 $0<\rho<1$ 时,投资阈值关于波动率的变化趋势取决于相对波动率和相关性系数之间的大小关系。即当产出价格的相对波动率 $\frac{\sigma_P}{\sigma_I}$ 大于相关性 ρ 时,对于确定的投资成本波动性,产出价格的波动性越大,投资阈值越大;类似地,可分析投资成本相对波动性大于 1 的情形,当投资成本的相对波动率 $\frac{\sigma_P}{\sigma_I}$ 大于相关性 ρ 时,对于确定的产出价格波动性,投资成本的波动性越大,投资阈值越大。这也就意味着,当投资成本和产出价格的随机波动呈正相关时,在衡量了两种不确定因素的相对波动性和相关性系数之间的大小关系后,企业应对不确定因素较高波动性的最优策略也是延迟执行投资期权。

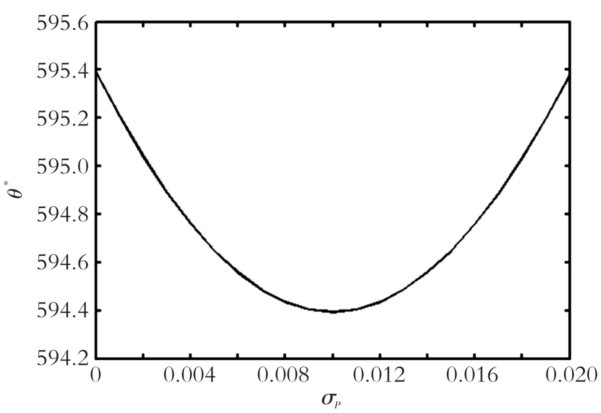


图 4　产出价格波动率对投资阈值的影响($0<\rho<1$)

Fig. 4　The influence of output price volatility on investment threshold ($0<\rho<1$)

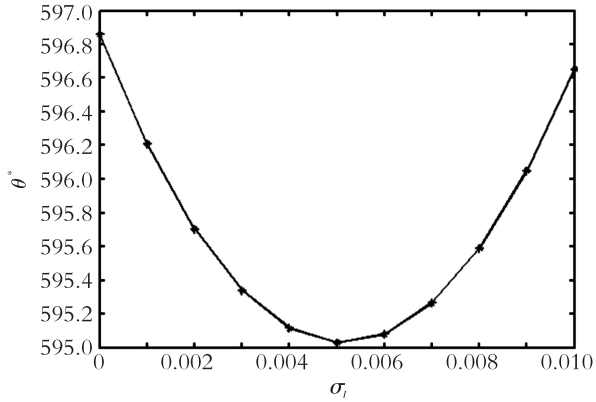


图 5　投资成本波动率对投资阈值的影响($0<\rho<1$)

Fig. 5　The influence of investment cost volatility on investment threshold ($0<\rho<1$)

当 $\rho\to 0$ 时,$\frac{\partial J(\beta)}{\partial\sigma_P}|_{\beta=\beta_1}>0$,$\frac{\partial J(\beta)}{\partial\sigma_I}|_{\beta=\beta_1}>0$,即表明当投资成本和产出价格几乎不相关时,投资成本和产出价格的波动性越大,投资阈值越大,企业的最优策略为延迟执行投资期权。此时模型退化为不考虑相关性的情形,该结果与 Nunes & Pimentel[6] 所得结果一致。

这一结论是本文开创性的成果: Nunes & Pimentel[6] 在假设需求和投资成本相互独立的框架下发现投资阈值关于二者的随机波动率均单调递增。本文放松了投资成本和产出价格两种不确定因素的随机波动相互独立的假设,考虑了彼此相关的情形。研究结果表明:随机波动率对投资阈值的影响不仅与自身有关,还要取决于相对波动率和相关性系数之间的关系。

2.2　突发事件对投资阈值的影响分析

为了更加全面地考察突发事件的影响,本文在 Nunes & Pimentel[6] 仅考察突发事件到达强度和平均跳跃幅度对投资阈值影响的基础上,参考 Yang & Chen[12] 所用的方法,运用跳跃幅度的 3 个统计特征参数:均值、标准差、偏度来考察突发事件对两种不确定因素下企业投资阈值的影响。

这 3 个统计特征参数直观的经济意义如下:

(1) 跳跃幅度的均值 $m=(m_p, m_I)$,表示突发事件对投资成本和产出价格的平均作用强度;

(2) 跳跃幅度的标准差 $\delta=(\delta_p, \delta_I)$,表示突发事件对投资成本和产出价格作用强度的波动率;

(3) 跳跃幅度的偏度 $Skew=(Skew_p, Skew_I)$,代表突发事件对投资成本和产出价格作用的方向。$Skew_p>0$ 代表突发事件有较大可能性将引起产出价格的异常上升;$Skew_p<0$ 则代表突发事件有较大可能

性将引起产出价格的异常下跌。本文假设 $Skew \in (-0.8,0.8)$,根据 Gauss-Statistics 求积原理,采用两节点近似方法后, $J(\beta)$ 中的积分项可分别表示为

$$\int_{u^p}(1+u^p)^{\beta_1}\varphi_1(u^p)\mathrm{d}u^p \approx w_1{}^P(1+x_1)^{\beta_1}+w_2{}^P(1+x_2)^{\beta_1}$$

$$\int_{U^I}(1+u^I)^{1-\beta_1}\varphi_2(u^I)\mathrm{d}u^I \approx w_1{}^I(1+y_1)^{1-\beta_1}+w_2{}^I(1+y_2)^{1-\beta_1}$$

其中: $w_1{}^P$, $w_2{}^P$ 为随机变量 U^P 的 Gauss 系数, $w_1{}^I$, $w_2{}^I$ 为随机变量 U^I 的 Gauss 系数, x_1, x_2 为随机变量 U^P 的 Gauss 节点, y_1, y_2 为随机变量 U^I 的 Gauss 节点。因 $U^P, U^I \in [-1,1]$,故 $x_1, x_2 \in [-1,1]$ 且满足 $x_1<x_2$, $y_1, y_2 \in [-1,1]$ 且满足 $y_1<y_2$。为书写方便,令 $S=\frac{1}{2}Skew$,故 $S\in[-0.4,0.4]$。参考 Yang & Chen[12] 知,有如下方程组成立:

$$\begin{cases} w_1{}^i=\frac{1}{2}(1+S_i\sqrt{S_i{}^2+1}) \\ w_2{}^i=\frac{1}{2}(1-S_i\sqrt{S_i{}^2+1}) \end{cases}, i=P,I$$

$$\begin{cases} x_1=m_P+(S_P-\sqrt{S_P{}^2+1})\delta_P \\ x_2=m_P+(S_P+\sqrt{S_P{}^2+1})\delta_P \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1=m_I+(S_I-\sqrt{S_I{}^2+1})\delta_I \\ y_2=m_I+(S_I+\sqrt{S_I{}^2+1})\delta_I \end{cases}$$

基本二次型式(14)可重新表示为

$$J(\beta)=\frac{1}{2}(\sigma_P{}^2+\sigma_I{}^2-2\rho\sigma_P\sigma_I)\beta^2+\left(\left(\mu_P-\lambda_P m_P-\frac{1}{2}\sigma_P{}^2\right)-\left(\mu_I-\lambda_I m_I+\frac{1}{2}\sigma_I{}^2\right)\right)\beta+((\mu_I-\lambda_I m_I)-(\lambda_P+\lambda_I)-r)+\lambda_P w_1{}^P(1+x_1)^{\beta_1}+w_2{}^P(1+x_2)^{\beta_1}+\lambda_I w_1{}^I(1+y_1)^{1-\beta_1}+w_2{}^I(1+y_2)^{1-\beta_1}$$

至此,基本二次型式(14)中的积分项已经不再依赖于 $\varphi_1(u^p)$, $\varphi_2(u^I)$ 的具体形式,而仅取决于 3 个统计特征参数:均值 $m=(m_p,m_I)$,标准差 $\delta=(\delta_p,\delta_I)$,偏度 $Skew=(Skew_p,Skew_I)$。

下面给出突发事件具体的比较静态分析结果。

命题 4　投资阈值 θ^* 关于跳跃到达强度 $\lambda=(\lambda_p,\lambda_I)$ 单调递增,即 $\frac{\mathrm{d}\theta^*(\zeta)}{\mathrm{d}\lambda_p}>0$, $\frac{\mathrm{d}\theta^*(\zeta)}{\mathrm{d}\lambda_I}>0$。

证明　由引理 1 可知,只需考察 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial\lambda_P}|_{\beta=\beta_1}$ 和 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial\lambda_I}|_{\beta=\beta_1}$ 的符号。

(1) 由 $\frac{\partial J(\beta,\zeta)}{\partial\lambda_P}|_{\beta=\beta_1}=-m_P\beta_1-1+(1+m_P)^{\beta_1}$,令 $D(\beta_1)=-m_P\beta_1-1+(1+m_P)^{\beta_1}$,则 $D'(\beta_1)=-m_P+(1+m_P)^{\beta_1}\ln(1+m_P)$; $D''(\beta_1)=(1+m_P)^{\beta_1}[\ln(1+m_P)]^2>0$,故函数 $D(\beta_1)$ 严格凸;又由于 $D(0)=D(1)=0$, $\beta_1>1$,故 $D(\beta_1)>0$,即 $\frac{\partial J(\beta,\zeta)}{\partial\lambda_P}|_{\beta=\beta_1}>0$。

(2) 由 $\frac{\partial J(\beta,\zeta)}{\partial\lambda_I}|_{\beta=\beta_1}=m_I(\beta_1-1)+(1+m_I)^{1-\beta_1}-1$,令 $\Theta(\beta_1)=m_I(\beta_1-1)+(1+m_I)^{1-\beta_1}-1$,则 $\Theta'(\beta_1)=m_I-(1+m_I)^{1-\beta_1}\ln(1+m_I)$; $\Theta''(\beta_1)=[\ln(1+m_I)]^2\times(1+m_I)^{1-\beta_1}>0$。故可知 $\Theta(\beta_1)$ 是一个严格凸函数,且 $\Theta(0)=\Theta(1)=1$,故 $\Theta(\beta_1)>0$,即 $\frac{\partial J(\beta,\zeta)}{\partial\lambda_I}|_{\beta=\beta_1}>0$。

图 6 中: $\mu_I=0.01$, $\mu_p=0.02$, $\sigma_I=0.01$, $\sigma_P=0.02$, $m_P=0.5$, $\delta_P=0.2$, $S_P=0$, $\rho=0.5$;图 7 中: $\mu_I=0.01$, $\mu_p=0.02$, $\sigma_I=0.01$, $\sigma_P=0.02$, $m_I=0.5$, $\delta_I=0.2$, $S_I=0$, $\rho=0.5$。

由图 6 和图 7 可知,无论突发事件性质如何,跳跃到达强度越大,投资阈值越大,企业的最佳策略为延迟执行投资期权,与命题 4 的结论一致。

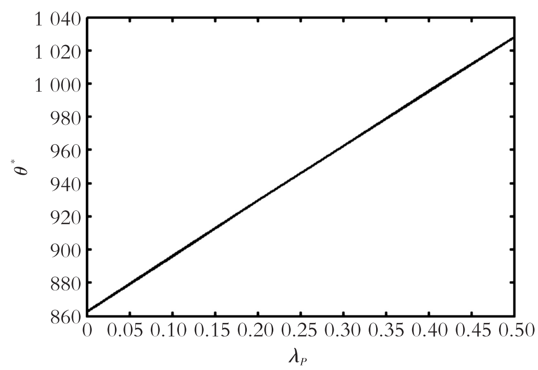


图 6　产出价格突发事件到达强度对投资阈值的影响

Fig. 6　The influence of the arrival intensity of output price's shocks λ_p on investment threshold θ^*

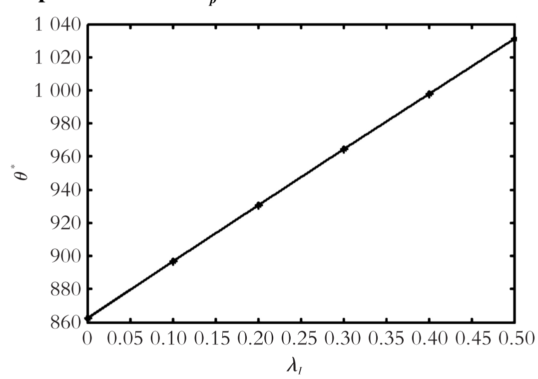


图 7　投资成本突发事件到达强度对投资阈值的影响

Fig. 7　The influence of the arrival intensity of investment cost's shocks λ_I on investment threshold θ^*

命题 5 投资阈值 θ^* 关于突发事件平均跃度 $m=(|m_P|,m_I)$ 单调递增。

证明 由引理 1 可知,只需考察 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial |m_P|}|_{\beta=\beta_1}$ 和 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial |m_I|}|_{\beta=\beta_1}$ 的符号。

首先考察产出价格突发事件对投资阈值的影响。由 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial m_P}|_{\beta=\beta_1}=\lambda_P\beta_1[(1+m_P)^{\beta_1-1}-1]$,令 $D(\beta_1)=(1+m_P)^{\beta_1-1}-1$,且 $D(1)=0$,$D'(\beta_1)=(1+m_P)^{\beta_1-1}\ln(1+m_P)$。

当 $m_P>0$ 时,$D'(\beta_1)>0$,$D(\beta_1)>D(1)=0$,$\frac{\partial J(\beta)}{\partial m_P}|_{\beta=\beta_1}>0$;当 $m_P<0$ 时,$D'(\beta_1)<0$,$D(\beta_1)<D(1)=0$,$\frac{\partial J(\beta)}{\partial m_P}|_{\beta=\beta_1}<0$。故无论 m_P 取何值,都有 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial |m_P|}|_{\beta=\beta_1}\geqslant 0$,$\frac{\mathrm{d}\theta^*(\zeta)}{\mathrm{d}|m_P|}|_{\beta=\beta_1}\geqslant 0$。

其次,考察投资成本突发事件对投资阈值的影响。由 $\frac{\partial J(\beta,\zeta)}{\partial m_I}|_{\beta=\beta_1}=\lambda_I(\beta_1-1)+\lambda_I\beta_1(1+m_I)^{\beta_1-1}$,类似地,无论 m_I 取何值,都有 $\frac{\partial J(\beta,\zeta)}{\partial m_I}|_{\beta=\beta_1}>0$。

命题 6 投资阈值 θ^* 关于产出价格跳跃幅度波动率 δ_P 单调递增,关于投资成本跳跃幅度波动率 δ_I 单调递减。

证明 由引理 1,只需考察 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial \delta_P}|_{\beta=\beta_1}$ 和 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial \delta_I}|_{\beta=\beta_1}$ 的符号。

首先证明投资阈值 θ^* 关于产出价格跳跃幅度波动率 δ_P 单调递增。

$$\frac{\partial J(\beta)}{\partial \delta_P}|_{\beta=\beta_1}=\lambda_P\frac{\partial}{\partial \delta_P}\{w_1{}^P(1+U_1{}^P)^{\beta_1}+w_2{}^P(1+U_2{}^P)^{\beta_1}\}=\frac{1}{2}\lambda_p\beta_1(f(S_P)(1+x_1)^{\beta_1-1}+g(S_P)(1+x_2)^{\beta_1-1})$$

其中:$f(S_P)=-S_P{}^3+(S_P{}^2-1)\sqrt{S_P{}^2+1}$,$g(S_P)=-S_P{}^3-(S_P{}^2-1)\sqrt{S_P{}^2+1}$。又 $(1+x_1)^{\beta_1-1}>0$,$(1+x_2)^{\beta_1-1}>0$,则当 $S_P\in(-0.4,0.4)$ 时,$f(S_P)<0$,$g(S_P)>0$,且 $g(S_P)>|f(S_P)|$,故 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial \delta_P}|_{\beta=\beta_1}>0$。

其次,证明投资阈值 θ^* 关于投资成本跳跃幅度波动率 δ_I 单调递减。

$$\frac{\partial J(\beta)}{\partial \delta_I}|_{\beta=\beta_1}=\lambda_I\beta_1\left\{\{w_1{}^I(1+U_1{}^I)^{\beta_1-1}\frac{\partial U_1{}^I}{\partial \delta_I}+w_2{}^I(1+U_2{}^I)^{\beta_1-1}\frac{\partial U_1{}^I}{\partial \delta_I}\right\}=\frac{1}{2}\lambda_I(1-\beta_1)(f(S_I)(1+y_1)^{-\beta_1}+g(S_I)(1+y_2)^{-\beta_1})$$

其中:$f(S_I)=-S_I{}^3+(S_I{}^2-1)\sqrt{S_I{}^2+1}$,$g(S_I)=-S_I{}^3-(S_I{}^2-1)\sqrt{S_I{}^2+1}$。又 $(1+y_1)^{-\beta_1}>0$,$(1+y_2)^{-\beta_1}>0$,$1-\beta_1<0$,则当 $S_I\in(-0.4,0.4)$ 时,$f(S_I)<0$,$g(S_I)>0$,且 $g(S_I)>|f(S_I)|$,故 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial \delta_I}|_{\beta=\beta_1}<0$。

命题 7 投资阈值 θ^* 关于产出价格跳跃幅度偏度 $Skew(U^P)$ 单调递减,关于投资成本跳跃幅度偏度 $Skew(U^I)$ 单调递增。

证明 由引理 1,只需考察 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial Skew(U^P)}|_{\beta=\beta_1}$ 和 $\frac{\partial J(\beta)}{\partial Skew(U^I)}|_{\beta=\beta_1}$ 的符号。

首先,考察投资阈值 θ^* 与产出价格跳跃偏度 $Skew(U^P)$ 之间的关系。

$$\frac{\partial J(\beta)}{\partial Skew(U^P)}|_{\beta=\beta_1}=\lambda_P\frac{\partial}{\partial Skew(U^P)}\{w_1{}^P(1+x_1)^{\beta_1}+w_2{}^P(1+x_2)^{\beta_1}\}=\frac{1}{2}\lambda_P(\Phi(S_P)+\Psi(S_P))$$

其中:

$$\Phi(S_P)=\left(\sqrt{S_P{}^2+1}+\frac{S_P}{\sqrt{S_P{}^2+1}}\right)((1+x_1)^{\beta_1}-(1+x_2)^{\beta_1})$$

$$\Psi(S_P)=\beta_1\delta_P(f(S_P)(1+x_1)^{\beta_1-1}+g(S_P)(1+x_2)^{\beta_1-1})$$

$$f(S_P)=1-\left(S_P{}^2-\frac{S_P{}^3}{\sqrt{S_P{}^2+1}}\right),g(S_P)=1-\left(S_P{}^2+\frac{S_P{}^3}{\sqrt{S_P{}^2+1}}\right)$$

当 $S_P\in(-0.4,0.4)$ 时,$f(S_P)>0$,$g(S_P)>0$,又 $(1+x_1)^{\beta_1-1}<(1+x_2)^{\beta_1-1}$,故 $\Phi(S_P)<0$;且 $\left(\sqrt{S_P{}^2+1}+\frac{S_P}{\sqrt{S_P{}^2+1}}\right)>1$,故 $\Phi(S_P)$ 呈幂次下降,$\Phi(S_P)+\Psi(S_P)<0$,$\frac{\partial J(\beta)}{\partial S_P}|_{\beta=\beta_1}<0$。

其次考察投资阈值 θ^* 与投资成本跳跃幅度偏度 $Skew(U^I)$ 之间的关系:

$$\frac{\partial J(\beta)}{\partial Skew(U^I)}|_{\beta=\beta_1}=\lambda_I\frac{\partial}{\partial Skew(U^I)}\{w_1{}^I(1+y_1)^{1-\beta_1}+w_2{}^I(1+y_2)^{1-\beta_1}=\frac{1}{2}\lambda_I(\Gamma(S_I)+B(S_I))$$

其中:

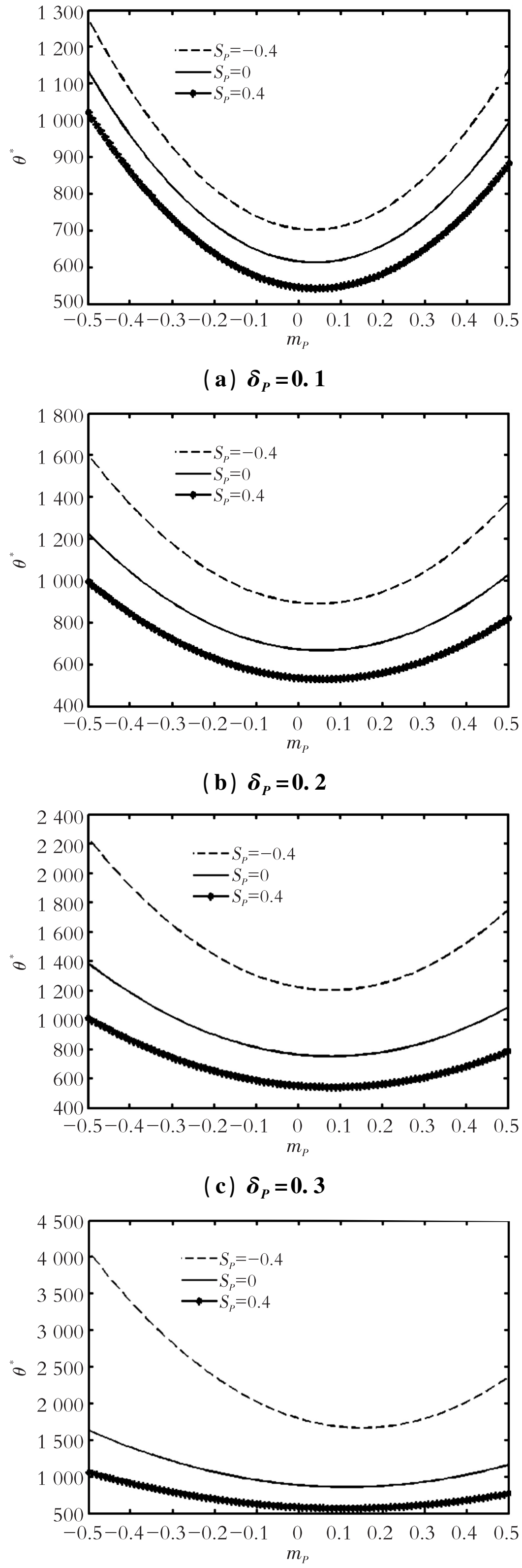
$\Gamma(S_I)=\left(\sqrt{{S_I}^2+1}+\frac{S_I}{\sqrt{{S_I}^2+1}}\right)((1+y_1)^{1-\beta_1}-(1+y_2)^{1-\beta_1})$, $B(S_I)=(1-\beta_1)\delta_I(f(S_I)(1+y_1)^{-\beta_1}+g(S_I)(1+y_2)^{-\beta_1}))$, $f(S_I)=1-\left({S_I}^2-\frac{{S_I}^3}{\sqrt{{S_I}^2+1}}\right)$, $g(S_I)=1-\left({S_I}^2+\frac{{S_I}^3}{\sqrt{{S_I}^2+1}}\right)$。因 $1-\beta_1<0$, $(1+y_1)^{1-\beta_1}>(1+y_2)^{1-\beta_1}$,故 $\Gamma(S_I)>0$。又当 $S_I\in(-0.4,0.4)$ 时, $f(S_I)>0, g(S_I)<0, f(S_I)+g(S_I)>0$,故 $B(S_I)>0$。因 $B(S_I)$ 呈幂次增长,故 $(\Gamma(S_I)+B(S_I))>0$, $\frac{\partial J(\beta)}{\partial Skew(U^I)}|_{\beta=\beta_1}>0$。

在结果分析之前,先给出“无偏倚”事件的定义,即跳跃幅度均值和偏度均为0。从长期来看,其影响并不足以导致投资阈值发生趋势性变化(即均值为0),而且,好事件和坏事件发生的概率平均来看总是相等的(即偏度为0)。

在考察突发事件跳跃幅度对投资阈值的影响时,从一个”无偏倚”的突发事件出发,然后逐步扭曲突发事件的”无偏倚性”,让跳跃幅度均值在[-0.5, 0.5]内变化,跳跃幅度偏度[-0.4, 0.4]内变化,并在4个标准差区间0.1,0.2,0.3,0.4内考察投资阈值关于跳跃幅度的变化趋势。图5为投资阈值 θ^* 关于产出价格跳跃幅度均值、标准差、偏度的变化趋势。

其他参数设置: $\mu_I=0.01$, $\mu_p=0.02$, $\sigma_I=0.01$, $\sigma_P=0.02$, $\rho=0.5$。

从图8来看,无论产出价格跳跃幅度标准差取哪个值,投资阈值关于产出价格跳跃幅度均值和偏度的变化趋势都一致,且投资阈值均关于平均跳跃幅度绝对值单调递增,当固定平均跳跃幅度时,投资阈值关于跳跃幅度偏度单调递减。由此可见,引起投资阈值波动的主要因素是产出价格跳跃幅度均值和偏度而不是标准差,这就意味着在考察产出价格突发事件的影响时,企业应重点考察突发事件的平均作用强度和突发事件的影响方向,即预测即将来临的突发事件是利好消息还是利空消息。而且,投资阈值关于产出价格跳跃偏度单调递减,也就是说,当产出价格的突发事件的利好性质越明显,企业越应加快执行投资期权。同样地,该方法可以分析投资成本突发事件对投资阈值的影响,此处不做赘述。



(a) $\delta_P=0.1$

(b) $\delta_P=0.2$

(c) $\delta_P=0.3$

(d) $\delta_P=0.4$

图8　投资阈值关于产出价格跳跃幅度均值、标准差、偏度的变化趋势

Fig. 8　The change trend of investment threshold θ^* with respect to the mean value m_P, standard deviation δ_P and skewness S_P of output price's jump amplitude

3 结 论

本文假设企业投资前面临两种不确定因素:项目的投资成本和产出价格。通过放松两种不确定因素相互独立的假设,考虑了投资成本和产出价格的随机波动之间具有相关性的情形;同时考虑了突发事件对两种不确定因素的影响,在保留跳跃幅度随机分布的假设框架下,运用 3 个统计特征参数:平均跳跃幅度、跃度波动率、跃度偏度对突发事件进行刻画,并结合理论证明和数值分析研究了突发事件对投资阈值的影响,进而推广了比较静态结果。

结果表明:投资成本和产出价格之间波动相关性越大,企业的投资阈值越小,此时企业的最佳策略为加快执行投资期权。同时发现:投资成本和产出价格的突发事件到达强度及平均跳跃幅度对投资阈值的影响一致,到达强度越大,投资阈值越大;同样地,平均跳跃幅度越大,投资阈值越大,此时企业的最优策略为延迟执行投资期权。而投资成本和产出价格的跳跃幅度波动率和偏度对投资阈值的影响恰好相反,产出价格的跳跃幅度波动率越大,投资阈值越大,跳跃幅度偏度越大,投资阈值越小;而投资成本的跳跃幅度波动率越大,投资阈值越小,跳跃幅度偏度越大,投资阈值越大。这一结果与现实情况符合。同时,在综合分析跳跃幅度均值、波动率、偏度对投资阈值共同的影响时发现:引起投资阈值波动的主要因素是跳跃幅度均值和偏度而不是标准差,因此企业在作出投资策略前应重点考察突发事件的性质和影响方向。

参考文献(References):

[1] MYERS S C. Determinants of Corporate Borrowing[J]. Journal of Financial Economics,1997(5):147—195

[2] MCDONALD R, SIEGEL D. The Value of Waiting to Invest[J]. The Quarterly Journal of Economics, 1986, 101(4):707—727

[3] DIXIT A K, PINDYCK R S. Investment under Uncertainty[J]. Economics Books, 1994, 39(5):659—681

[4] MURTO P. Timing of Investment under Technological and Revenue-related Uncertainties[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2007, 31(5):1473—1497

[5] PENNINGS E, SERENO L. Evaluating Pharmaceutical R&D under Technical and Economic Uncertainty[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 212(2): 374—385

[6] NUNES C, PIMENTEL R. Analytical Solution for an Investment Problem under Uncertainties with Shocks[J]. European Journal of Operational Research,2017,259(3): 1054—1063

[7] 杨巧曼, 刘亚相. 市场需求与投资成本不确定条件下的双寡头期权博弈模型[J]. 系统工程,2018,36(4): 158—162

YANG Q M, LIU Y X. Duopoly Option Game Model of Uncertain Market Demand and Investment Cost [J]. Systems Engineering,2018,36(4):158—162(in Chinese)

[8] ALGHALITH, MOAWIA. Theory of the Firm under Multiple Uncertainties[J]. Mpra Paper, 2016, 251(1): 341—343

[9] MERTON R C . Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous [J]. Journal of Financial Economics, 1976, 3(1):125—144

[10] PAN J. The Jump - risk Premia Implicit in Options: Evidence from an Integrated Time - series Study [J]. Journal of Financial Economics, 2002, 63(1):3—50

[11] LIU J, LONGSTAFF F A, PAN J, et al. Dynamic Asset Allocation with Event Risk [J]. Journal of Finance, 2003, 58(1):231—259

[12] JOHANNES M. The Statistical and Economic Role of Jumps in Continuous - Time Interest Rate Models [J]. Journal of Finance, 2004,59(1):227—260

[13] LEE SS, MYKLAND P A. Jumps in Financial Markets:A New Nonparametric Test and Jump Dynamics[J]. Review of Financial Studies, 2008, 21(6):2535—2563

[14] 杨海生, 陈少凌. 不确定条件下的投资:基于"跳"过程的实物期权模型[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(012):175—185

YANG H S, CHEN S L. Investment under Uncertainty:A Real Option with Jump Process[J]. Systems Engineering Theory & Practce, 2009, 29 (12): 175—185 (in Chinese)

[15] HAGSPIEL V, HUISMAN K J M, NUNESC, et al. Optimal Technology Adoption When the Arrival Rate of New Technologies Changes [J]. European Journal of Operational Research, 2015, 243(3):897—911

[16] GLAU E. Variational Solutions of the Pricing PIDEs for European Options in Levy Models[J]. Applied Mathe - matical Finance, 2014,21(5):417—450

[17] PIMENTEL P, AZEVEDOPEREIRA J, COUTO G, et al. High Speed Rail Transport Valuation [J]. European Journal of Finance, 2012, 18(2):167—183

[18] COUTO G, NUNES C, PIMENTEL P. High-speed Rail Transport Valuation and Conjecture Shocks[J]. European Journal of Finance, 2015, 21(10—12):791—805

[19] HE L, LIANG Z. Applied Stochastic Control of Jump Diffusions [J]. Journal of Industrial & Management Optimization, 2007, 13(2):11—11

[20] ØKSENDAL, BERNT, SULEM, et al. Applied Stochastic Control of Jump Diffusion[J]. Mathematical Methods of Operations Research, 2006, 62(2):345—346

[21] WESTMAN J J, HANSON F B. Nonlinear State Dynamics: Computational Methods and Manufacturing Application[J]. International Journal of Control, 2000, 73(6):464—480

Optimal Investment Strategy under Jump-diffusion Processes

LIU Yan-yun, HU Zhi-jun

(School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: More and more uncertain factors make it difficult for investment enterprises to make quick decisions and seize the best investment opportunity to obtain the maximum revenue. Aiming at this problem, this paper assumes that both the project's investment cost and output price are not only uncertain but also affected by shocks, establishes a real option model under which uncertain factors follow the jump-diffusion processes, solves the optimal investment threshold and the optimal investment option value, as well as analyzes the impact of the most relevant parameters on the optimal investment threshold. Based on the assumption that the uncertain factors are independent of each other in the previous literature, we relax the assumption of the statistical independence between the the volatility of two uncertain factors. In the framework of the hypothesis of random distribution of jump amplitude, this paper uses the three statistical characteristic parameters, namely, mean value, volatility and skewness, to describe the shocks and generalize the comparative static results. The results show that, the greater the volatility correlation between the investment cost and the output price, the smaller the investment threshold, and the firm's corresponding optimal investment strategy is to accelerate the execution of investment options. Moreover, the influence of random volatility of investment cost and output price on investment threshold is not only related to itself, but also depends on the relationship between their relative volatility and correlation, meanwhile, the main factors that cause the fluctuation of investment threshold are the mean and skewness of jump amplitude rather than the standard deviation. Therefore, the firms should focus on the nature and influence direction of shocks before making investment strategies.

Key words: jump-diffusion process; investment option; investment threshold; optimal strategy; correlation

责任编辑:李翠薇

引用本文/Cite this paper:

刘彦云,胡支军. 跳跃扩散过程下企业的最优投资策略[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2021,38(4):73—83

LIU Y Y, HU Z J. Optimal Investment Strategy under Jump-diffusion Processes[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2021, 38(4):73—83