

doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2020.0004.011

剪切流作用下三维液滴变形的相场法数值模拟^{*}

杨钧翔¹, 温茂茜²
(1. 高丽大学 数学系, 首尔 02841; 2. 重庆交通大学 数学与统计学院, 重庆 400074)

摘 要:液滴动力学在工业和自然科学领域有着广泛的应用和科研价值, 其中最为典型的代表便是剪切流作用下的液滴变形特性。针对剪切流作用下三维液滴变形的动力学特性, 利用相场方法进行了数值模拟。为了准确地描述表面张力作用下的两相不可压缩流动, 采用了改进的 Navier-Stokes-Cahn-Hilliard 方程组, 表面张力项和浓度对流项被添加于方程中来实现 Navier-Stokes 方程与 Cahn-Hilliard 方程的耦合; 在数值求解方面, Chorin 的投影方法被用于求解 Navier-Stokes 方程, 并且 Eyre 的非条件稳定方法被用于求解 Cahn-Hilliard 方程。数值模拟结果表明小 Weber 数条件下液滴更快达到稳定形态并且会随流动产生回转运动, 更大的 Weber 数使得液滴呈现持续拉长变形。相同 Weber 数条件下, 较大的 Reynolds 数会使液滴产生明显回转运动趋势。此外, 液滴的变形程度也受到计算域上下边界的位置和速度的影响, 边界距离液滴越近或者边界速度越大, 液滴的变形程度越大。

关键词:液滴变形; 相场方法; 投影法; 非条件稳定方法;
中图分类号: O242.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-058X(2020)04-0074-09

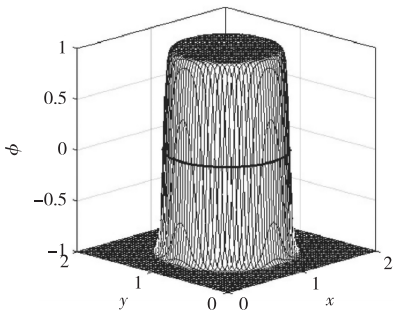
0 引 言

液滴动力学在诸多自然和工程领域有着广泛的应用。例如自然界中液滴的蒸发, 蛛丝线上水珠的形成, 雨滴撞击水面等。在工程应用领域, 诸如生物医药工程中的囊泡运动^[1], 微流器件狭窄通道中的液滴变形^[2], 双重乳液的形成^[3], 喷墨器出口液滴的形成^[4]等问题都涉及液滴动力学, 而在这些问题中, 剪切流条件下液滴的变形这一经典问题因其广泛的应用价值在很长时间内引起了众多学者的关注, 在实验研究领域, Taylor^[5]率先研究了剪切流动条件下液滴的变形行为, 并且通过实验数据得到了液滴变形系数与 Capillary 数的关系。

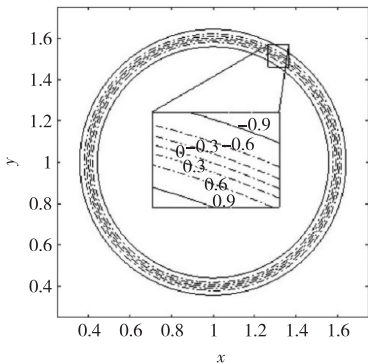
Bentley 和 Leal^[6]通过实验研究了稳定的二维线性流动下液滴的变形与破裂问题, 并且通过实验结果验证了大量的理论与数值计算结果。Ha 和 Leal^[7]研究了在较大的 Capillary 数条件下, 液滴在前切流中的变形和破裂问题, 并且给出了不同流体环境中不同液滴尺寸对变形的影响结果。Lin 等^[8]研究了简单剪切流条件下牛顿流体中液滴的变形行为, 给出了造成液滴破裂现象的 3 种机理。近几年, 随着计算机技术的发展, 众多学者也展开了剪切流条件下液滴变形问题的数值模拟研究。Cristini 等^[8]提出了一种三维边界积分算法来研究黏性流体中液滴的变形, 与实验结果的对比表明方法可以很好地模拟三维液滴的破裂行为。Hua 等^[9]采用浸润边界方法研究了边界限制比率对二维和三维液滴形

收稿日期: 2019-10-13; 修回日期: 2019-12-04.
^{*} 基金项目: 国家建设高水平大学公派研究生项目 (201908260060).
作者简介: 杨钧翔 (1994—), 男, 山东烟台人, 博士研究生, 从事数值模拟研究.

变的影响,结果表明上下边界的限制会使液滴沿流动方向产生较大的倾斜和扭曲。Loannou 等^[10]利用格子玻尔兹曼方法研究了剪切流作用下液滴的变形动力学,数值结果表明增加黏性比率或者边界限制比率会使得液滴的变形更加显著。Komrakova 等^[11]采用格子玻尔兹曼方法研究了 Reynolds 数, Cahn 数, Peclet 数等对液滴变形和破裂行为的影响。Harvie 等^[12]利用流体体积方法对高黏性牛顿流体中液滴的剪切变形进行了研究,结果表明剪切力和表面张力的共同作用使得液滴的形变更为复杂,最终导致液滴破裂. 不同于上述数值方法,采用相场方法研究三维液滴在剪切流作用下的变形动力学。在相场方法中,不同相的流体成分由 Cahn-Hilliard 方程的相场变量 ϕ 所表示,并且整个系统中密度和黏性等变量也均可由相场变量表示。此外,在两相界面处理上相场方法利用间距足够窄的光滑扩散边界代替了突变边界,更加符合实际物理问题的特性。图 1(a)和图 1(b)展示了相场变量的分布及对应的扩散界面剖面图,其中,粗实线代表相场的零水平集,扩散界面区域内相场变量值取为 -0.9 、 -0.6 、 -0.3 、 0 、 0.3 、 0.6 、 0.9 。



(a) 相场变量的分布



(b) 扩散界面的剖面图

图 1 相场分布示意图

Fig. 1 Schematic illustration of phase-field distribution

1 Navier-Stokes-Cahn-Hilliard 方程组

研究的主要内容是三维空间中液滴在剪切流作用下的变形动力学问题,在初始时刻,球状液滴浸于周围液体中,液滴与周围液体互不相溶,同时,计算域的上边界与下边界产生大小相同,方向相反的剪切速度。如图 2 所示, Ω_1 和 Ω_2 区域分别表示液滴和周围液体,箭头方向表示速度的方向。为简便起见,将密度和黏性均考虑为常数。由此,描述两相不可压缩,互不相溶流体的无量纲形式控制方程可写成如下形式的 Navier-Stokes-Cahn-Hilliard 方程:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$u_t + u \cdot \nabla u = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta u + F(\phi) \quad (2)$$

$$\phi_t + \nabla \cdot (\phi u) = \frac{1}{pe} \Delta \mu \quad (3)$$

$$\mu = \phi^3 - \phi - \varepsilon^2 \Delta \phi \quad (4)$$

其中, u 表示流体速度矢量, p 表示压力, F 表示表面张力项, $\phi = (M_1 - M_2) / (M_1 + M_2)$ 定义为两相流体的浓度差,其值在液滴内定义为 1,在周围流体中定义为 -1 , M_1, M_2 , 分别表示液滴和周围流体的质量, μ 表示化学势是与扩散界面厚度有关的正数。对于表面张力项,这里采用如下形式的数学模型:

$$F(\phi) = -\frac{1}{We} \kappa \delta \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (5)$$

其中, $\kappa = \nabla \cdot (\nabla \phi / |\nabla \phi|)$ 是界面曲率, $\delta = |\nabla \phi|/2$ 是特定的 Dirac delta 函数, $\nabla \phi / |\nabla \phi|$ 是方向垂直于两相界面的单位矢量。这里,各无量参数分别是 Reynolds 数 (Re), Weber 数 (We), Peclet 数 (Pe) 和 Cahn 数 (ε)。

由于对流项的存在,扩散界面在数值求解中可能不能严格地维持双曲正弦的形状特征,故依赖于扩散界面厚度参数的表面张力模型^[13]会丧失一定的精确性,而式(5)给出的表面张力模型则独立于扩散界面的厚度参数。

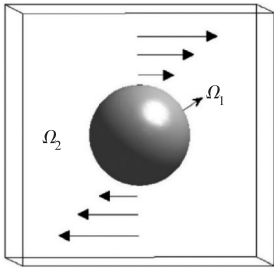


图 2 三维液滴在剪切流作用下的示意图
Fig. 2 The schematic diagram of three-dimensional droplet in shear flow.

2 数值求解方法

首先,将三维计算域进行均匀网格划分,空间步长为 h ,每个网格的中心坐标为 $(a+(i-0.5)h, b+(j-0.5)h, c+(k-0.5)h)$,其中 $i=1, \cdots, N_x, j=1, \cdots, N_y, k=1, \cdots, N_z$,正整数 N_x, N_y, N_z 分别表示 x, y, z 方向上计算域的起始点。网格的顶点坐标为 $(x_{i+1/2}, y_{j+1/2}, z_{k+1/2}) = (a+ih, b+jh, c+kh)$ 。 a, b, c 分别代表沿 x, y, z 方向上计算域的起始点。采用了矩形交错网格格式^[13],在这种格式下,压力值与相场变量值定义在网格中心处,而速度值定义在网格边界处。如图 3 所示,图中 φ 代表相场变量, p 代表压力, u, v, w 分别表示沿 x, y, z 方向上的速度分量。

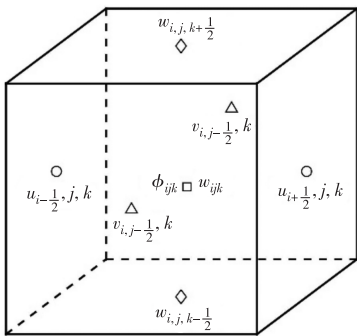


图 3 MAC 格式,压力值和相场变量值定义在网格中心,而速度值定义在网格边界处
Fig. 3 MAC mesh, pressure and phase field variable are defined at the cell centers while the velocities are defined at the cell boundaries.

对于控制方程(1)和式(2),其离散格式为式(6)和式(7),其中 n 表示第 n 次迭代, $n+1$ 表示第 $n+1$ 次迭代。给定 u^n 和 ϕ^n ,通过求解离散方程(6)和式(7),便可得到 u^{n+1}, p^{n+1} 。

$$\nabla_d \cdot u^{n+1} = 0 \tag{6}$$

$$\frac{u^{n+1}-u^n}{\Delta t} = -(u \cdot \nabla_d u)^n - \nabla_d p^{n+1} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta_d u^n + F^n \tag{7}$$

这里,下标 d 代表对空间进行拉普拉斯和哈密尔顿算子。利用 Chorin 的投影法^[14]求解上述离散方程组,其中求解过程在一次时间迭代内可主要分为以下 3 个步骤:

步骤 1 给定无散度速度场的初始值 u^0 。

步骤 2 将压力梯度项从方程式(7)中解耦,求解方程式(8),得到中间速度场 $\tilde{u}$,中间速度场通常不满足不可压缩条件:

$$\frac{\tilde{u}-u^n}{\Delta t} = -u^n \cdot \nabla_d u^n + \frac{1}{\text{Re}} \Delta_d u^n + F^n \tag{8}$$

为了得到 $n+1$ 次迭代的压力值,这里对如下方程进行求解:

$$\nabla_d u^{n+1} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{u^{n+1}-\tilde{u}}{\Delta t} = -\nabla_d p^{n+1} \tag{10}$$

对方程式(10)进行一次求导,结合方程式(9)的条件,便可得到关于压力的泊松方程:

$$\nabla_d p^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \nabla_d \cdot \tilde{u} \tag{11}$$

这里,对于线性方程式(11),采用了 Gauss-Seidel 迭代方法进行求解,最终 $n+1$ 次迭代后的无散度速度场可表示为

$$u^{n+1} = \tilde{u} - \Delta_t \nabla_d p^{n+1}$$

步骤 3 对于方程式(3)和式(4),采用了 Eyre 提出的非条件稳定方法^[15],其离散格式可表示为

$$\frac{\phi_{ijk}^{n+1}-\phi_{ijk}^n}{\Delta t} = -\nabla \cdot (\phi u)_{ijk}^n + \frac{1}{Pe} \Delta_d \mu_{ijk}^{n+1} \tag{12}$$

$$\mu_{ijk}^{n+1} = (\phi_{ijk}^{n+1})^3 - \phi_{ijk}^n - \varepsilon^2 \Delta_d \mu_{ijk}^{n+1} \tag{13}$$

对于离散的对流项 $\Delta \cdot (\phi u)_{ijk}^n$,这里采用了质量守恒的格式:

$$\begin{aligned} &((\phi u)_x + (\phi v)_y + (\phi w)_z)_{ijk}^n = \\ &\frac{u_{i+1/2,j,k}^n (\phi_{i+1,j,k}^n + \phi_{ijk}^n) - u_{i-1/2,j,k}^n (\phi_{ijk}^n + \phi_{i-1,j,k}^n)}{2h} + \\ &\frac{v_{i,j+1/2,k}^n (\phi_{i,j+1,k}^n + \phi_{ijk}^n) - v_{i,j-1/2,k}^n (\phi_{ijk}^n + \phi_{i,j-1,k}^n)}{2h} + \\ &\frac{w_{i,j,k+1/2}^n (\phi_{i,j,k+1}^n + \phi_{ijk}^n) - w_{i,j,k-1/2}^n (\phi_{ijk}^n + \phi_{i,j,k-1}^n)}{2h} \end{aligned}$$

对于方程式(12)和式(13),采用非线性多重网格算法^[16]进行求解,求得 $n+1$ 迭代后的相场变量值 ϕ^{n+1} 。

重复步骤 1—步骤 3,便可得到多次时间步迭代后的相场值,压力值和速度值。

对于边界条件的处理, ϕ 和 μ 在沿 x 和 y 方向的边界上采用周期性边界条件,沿 z 方向的边界上采用 Zero-Neuman 边界条件, p 在沿 x 、 y 、 z 方向的边界上均采用 Zero-Neuman 边界条件, u 在沿 x 和 y 方向的边界上采用周期性边界条件,在沿 z 方向的上下边界上施加剪切流动条件, v 、 w 在沿 x 、 y 方向的边界上采用周期性边界条件,在 z 方向的边界上采用无滑移边界条件。

3 数值模拟

对剪切流作用下三维液滴的变形动力学进行数值模拟研究。计算域 $\Omega=(0,4)\times(0,1)\times(0,1)$ 计算参数为: $h=1/64$, $\Delta t=10\ h^2$,球形液滴的初始值设为

$$\phi(x,y,z,0)=$$

$$\tanh\left(\frac{0.35-\sqrt{(x-2)^2+(y-0.5)^2+(z-0.5)^2}}{\sqrt{2}\varepsilon}\right)$$

这里, $\varepsilon=4h/(2\sqrt{2}\tanh^{-1}(0.9))$,速度和压力初

始值设为

$$u(x,y,z,0)=z-0.5$$

$$v(x,y,z,0)=w(x,y,z,0)=0$$

$$p(x,y,z,0)=0$$

3.1 Peclet 数的影响

Peclet 数是影响界面过渡区相场均匀程度的重要参数。在相场方法中,界面过渡区的相场值的差异是否均匀对数值模拟结果的准确性有着很大的影响,因此在进行模拟之前必选选择合适的 Peclet 数。本小节固定 $Re=200$ 和 $We=50$,采用了一系列不同值的 Peclet 数: $Pe=0.01/\varepsilon$ 、 $1/\varepsilon$ 、 $100/\varepsilon$ 。图 4 (a)、(b)、(c) 分别展示了当 $t=0.610\ 4$ 时,不同 Peclet 数下界面过渡区的相场分布情况。为了更清晰地展示结果,这里仅展示局部二维 x - z 剖面图,剖面等值线的相场值设为: -0.9 、 -0.6 、 -0.3 、 0 、 0.3 、 0.6 、 0.9 。可以发现当 Peclet 数太小时,Cahn-Hilliard 方程起主导作用,液滴变形不明显。但当 Peclet 数太大时,界面过渡区的相场分布不均匀。因此,若无特别指明,在接下来的数值模拟中,Peclet 数均采用 $Pe=1/\varepsilon$ 。

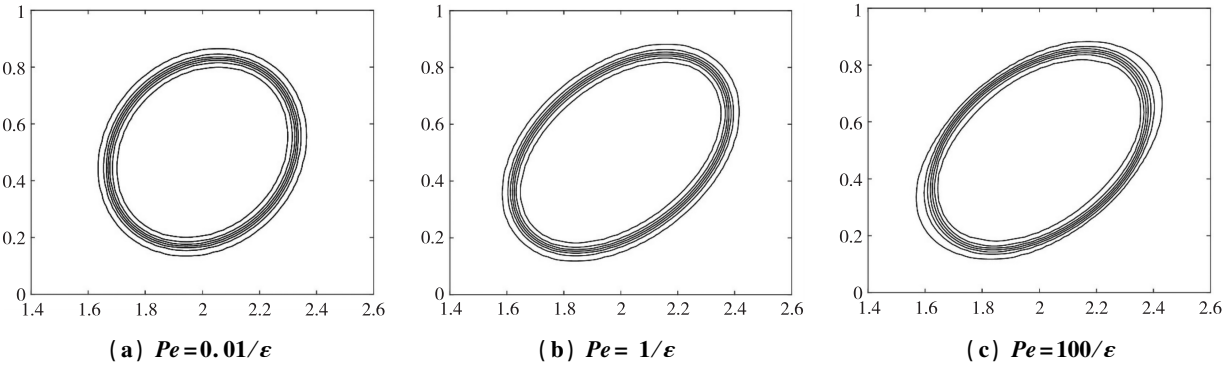


图 4 Pe 数的影响

Fig. 4 The effect of Pe number

3.2 液滴在形状和尺寸随时间的变化

如图 5(a) 展示了在 $We=50$ 条件下,时间从初始零时刻到 $t=2.441\ 4$ 为止,液滴的二维 x - z 剖面图演化过程,其中箭头方向表示液滴形状的变化方向,可以发现在剪切流作用下,液滴沿 x 方向被拉长,沿 z 方向收缩。图 5(b) 和图 5(c) 展示了液滴的长半轴 L ,短半轴 B 以及倾斜角度(图 6) 随时间的变化曲线,可以发现在剪切流作用下,液滴长短

半轴的长度以及倾斜角度均随时间发生着动态的变化,其中 L 代表长半轴, B 代表短半轴, θ 代表倾斜角度。图 7(a)、(b)、(c) 展示了三维空间中液滴随时间变化的图像,图 7(d)、(e)、(f) 展示了相同时间下的 x - z 局部剖面图,从图中可以发现当 $t=0$ 时,计算域内为剪切流场,远离上下边界处流速最小,随着计算时间的推进,可以发现流场沿着两相界面流动,并且剪切力与表面张力的共同作用使得

液滴内部产生漩涡流动。

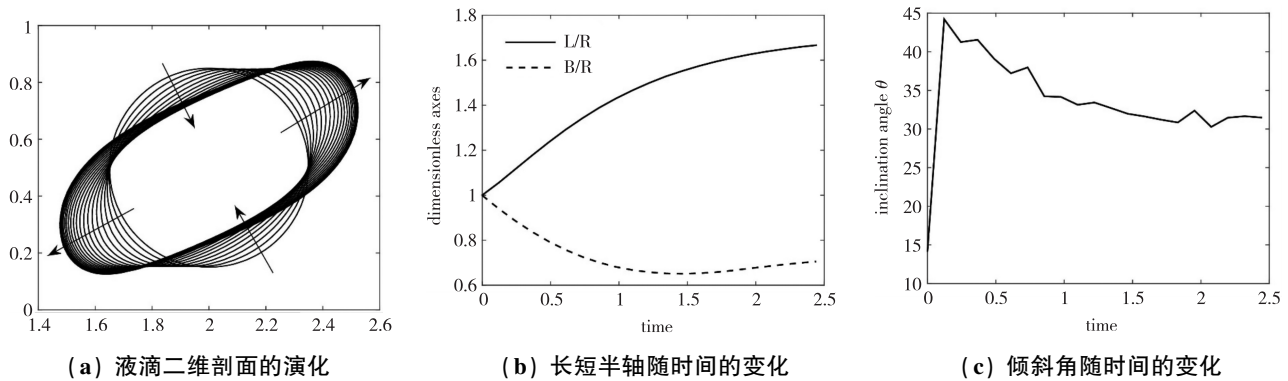


图 5 滴液变形

Fig. 5 Deformation of droplet

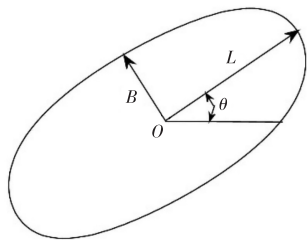


图 6 液滴随时间的变化曲线图

Fig. 6 The curve of droplet chang with time

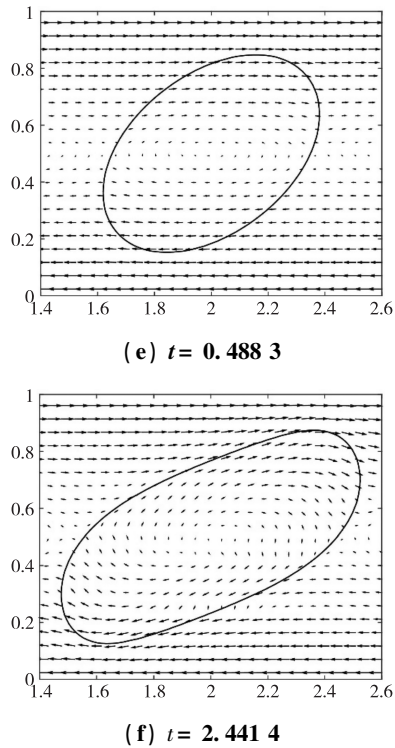
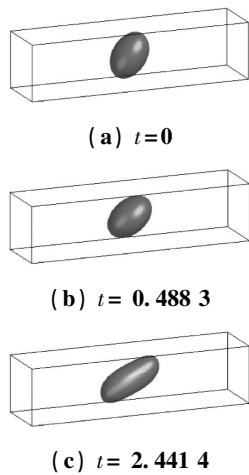
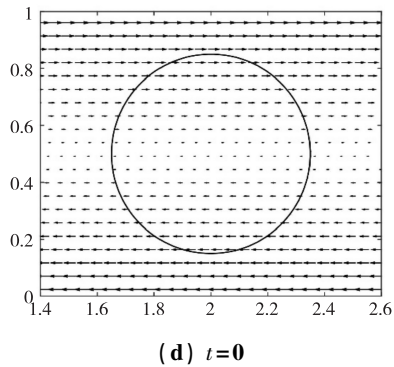


图 7 三维空间中液滴随时间的变化及 $x-z$ 剖面图

Fig. 7 The temporal evolution of a droplet in three-dimensional space and $x-z$ cross-sections.

3.3 Weber 数的影响

无量纲参数 Weber 数的表达式为: $We = \rho U_c^2 L_c / \sigma$, 其中 U_c 和 L_c 分别为特征速度和特征长度, 通常 Weber 数的大小反映了表面张力的作用程度并且与表面张力的大小成反比。在液滴变形模拟中, 通过改变 Weber 数的大小来探究表面张力对液滴变形特性的影响。计算域为 $\Omega = (0, 4) \times (0, 1) \times (0, 1)$, 选取 Weber 数: $We = 20, 200, 2\ 000$, 其他各参数



保持不变,图 8 (a)、(b)、(c)展示了不同 Weber 数下三维液滴随时间的变化图像。可以发现,保持剪切流速度一定,在相同时间内 Weber 数大的液滴变形程度更大,而 Weber 最小的液滴很快达到稳定状态。除此之外,已知在剪切力和表面张力共同作用

下,液滴内流场的速度会产生回转,这时 Weber 小的液滴在达到稳定状态后会随流场产生回转运动并且变形程度逐渐减小,而 Weber 数较大的液滴受回转流场影响小,将保持持续拉长变形状态。无量纲时间为 $t = 0、1.2207、2.4414、3.6621、4.8828$ 。

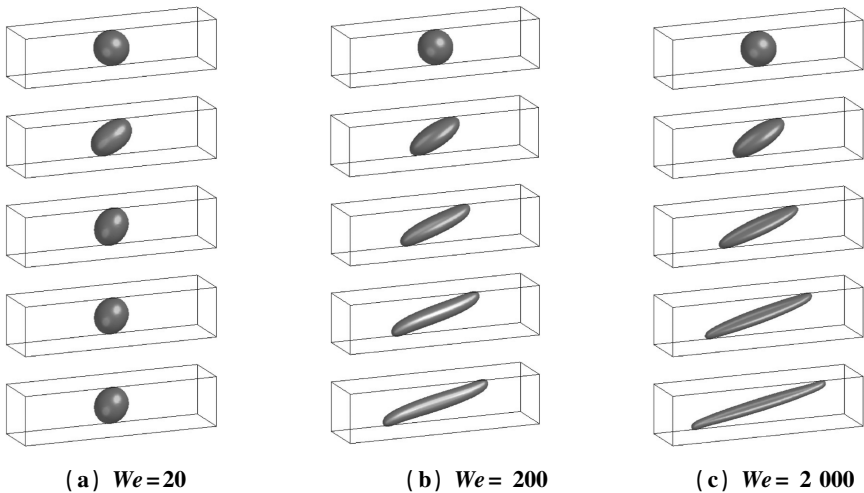


图 8 不同 Weber 数下三维液滴的变形

Fig. 8 The deformation of 3D droplet in various Weber numbers

3.4 Reynolds 数的影响

为了探究 Reynolds 数对液滴变形特性的影响,固定 Weber 数: $We = 100$, 选择一系列不同的 Reynolds 数: $Re = 500、1\ 000$ 和 $4\ 000$ 。图 9 (a)、(b)、(c)分别展示了 $Re = 500、1\ 000$ 和 $4\ 000$ 情况下,三维液滴在 $t = 4.8828$ 时的图像,图 10 展示了不同 Reynolds 数下, $t = 4.8828$ 时液滴的二维 $x-z$ 剖面图,为了更好地展示结果,这里仅显示了部分计算域。可以发现由于 Reynolds 数的增大,流体的黏性明显减小,液滴在拉伸变形的同时受剪切流场的影响从而产生了回转运动的趋势,且 Reynolds 越大,这种现象越明显。

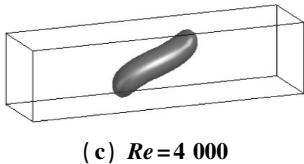


图 9 不同 Reynolds 数下 $t = 4.8828$ 时三维液滴的形态
Fig. 9 The shape of 3D droplet at $t = 4.8828$ in various Reynolds number.

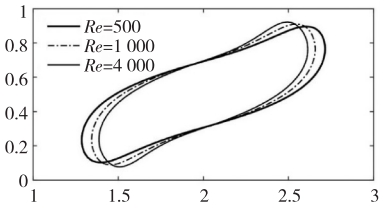
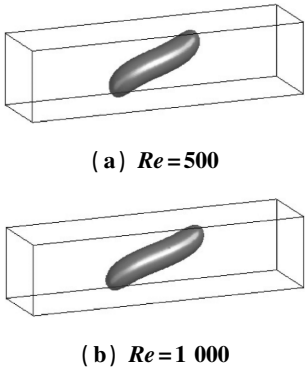


图 10 $t = 4.8828$ 时不同 Reynolds 下液滴的二维剖面图
Fig. 10 The two-dimensional cross sections of a droplet at $t = 4.8828$ in various Reynolds number

3.5 计算与尺寸的影响

在液滴变形模拟中,沿 z 方向上下边界距离液滴的位置会对液滴的形状变化产生一定的影响,为了探究这一因素对三维液滴形状的影响,这里采用两种不同的计算域: $\Omega_1 = (0, 4) \times (0, 1) \times (0, 2)$ 和 $\Omega_2 = (0, 4) \times (0, 1) \times (0, 1)$ 各计算参数为: $h = 1/64, t = 5h^2, Re = 100, We = 100$, 在模拟中液滴的初始值选为



$$\phi(x,y,z,0) = \tanh\left(\frac{0.45 - \sqrt{(x-2)^2 + (y-0.5)^2 + (z-0.5z)^2}}{\sqrt{2}\varepsilon}\right)$$

这里, $\varepsilon = 4h/(2\sqrt{2}\tanh^{-1}(0.9))$, 当计算域为 Ω_1 时, $\tilde{z} = 2$, 当计算域为 Ω_2 时, $\tilde{z} = 1$ 。图 11 (a)、(b) 展示了当 $t=0.732\ 4$ 时, 计算域 Ω_1 和 Ω_2 中三维液滴的形态, 图 11 (c) 和图 11 (d) 展示了对应时间下 Ω_1 和 Ω_2 中三维液滴的局部 x - z 剖面图。从图 11 中可以发现在计算域 Ω_1 中, 上下边界距离液滴较远, 剪切流场对液滴的作用较小, 因此液滴变形程度小, 而在计算域 Ω_2 中, 上边界距离液滴很近, 液滴受剪切流场影响较大, 故液滴的变形程度大。

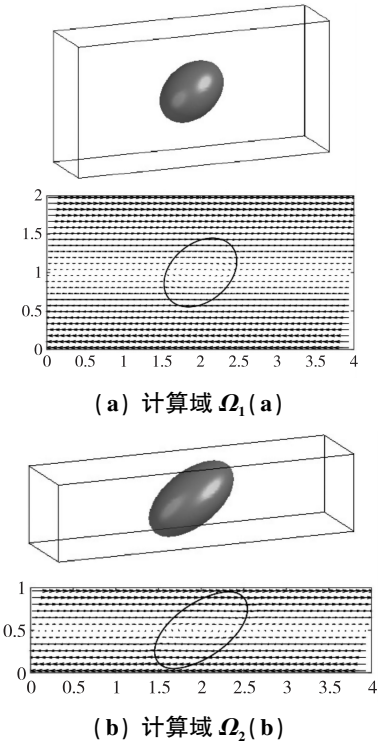


图 11 $t = 0.732\ 4$ 时二维液滴的形态和 x - z 剖面图

Fig. 11 The shapes of 2D droplet and x - z cross-sections at $t = 0.732\ 4$

3.6 上下边界速度对液滴形态的影响

为了探究上下边界剪切速度的大小对液滴形态变化的影响, 在模拟中采用计算域为 $\Omega = (0, 4) \times (0, 1) \times (0, 1)$, 各计算参数为 $h = 1/64, t = 5\ h^2, Re = 100, We = 100$ 液滴的初始值选为

$$\phi(x,y,z,0) = \tanh\left(\frac{0.45 - \sqrt{(x-2)^2 + (y-0.5)^2 + (z-0.5z)^2}}{\sqrt{2}\varepsilon}\right)$$

设置上下边界剪切速度的绝对值为 1、2、4 和

6。图 12 (a)—图 12 (d) 展示了 $t = 0.732\ 4$ 时, 剪切速度绝对值为 1、2、4 和 6 条件下对应的三维液滴的形态, 图 13 展示了不同速度条件下液滴的局部 x - z 剖面图, 可以发现随着上下边界剪切速度的增大, 液滴在靠近上下边界处的部分被明显地拉长。因此, 较大的边界速度会造成在相同时间内, 液滴呈现的几何形态更加复杂, 从而使得 Taylor^[5] 的变形系数公式不再适用。

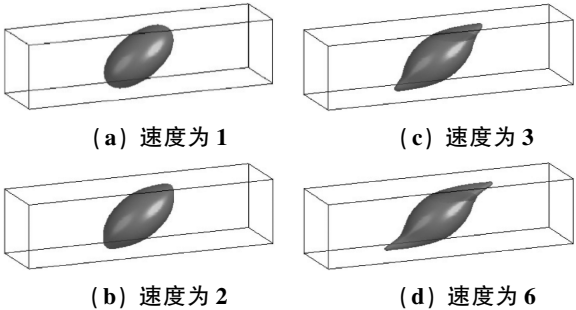


图 12 $t = 0.732\ 4$ 时不同剪切速度下三维液滴的形态

Fig. 12 The shapes of 3D droplet at $t = 0.732\ 4$ in various shear velocities

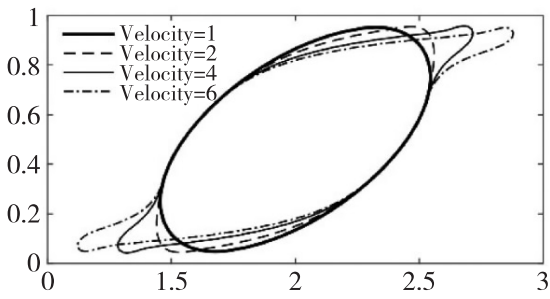


图 13 $t = 0.732\ 4$ 时不同剪切流速度下液滴的二维剖面

Fig. 13 The two-dimensional cross sections of a droplet at $t = 0.732\ 4$ in various shear velocities

3.7 与理论值的对比

Taylor^[5] 通过实验得出了液滴变形参数 $D = (L - B)/(L + B)$ 可表达为 Capillary 数 (Ca) 的函数:

$$D = \frac{19\lambda + 16}{16\lambda + 16} Ca$$

这里, L 和 B 分别表示液滴变形后的长半轴长和短半轴长, λ 为黏性比。在数值实验中, 取 $\lambda = 1, Ca = 0.1, 0.2, 0.3$, 计算域选为 $\Omega = (0, 2) \times (0, 2) \times (0, 2)$, 各计算参数为 $h = 1/32, \Delta t = h^2, \varepsilon = 0.04$, 液滴的初始半径设为 0.5。图 14 (a)、(b)、(c) 展示了不同 Ca 下, 稳定状态时液滴的二维 x - z 剖面图。利用 MATLAB 软件捕捉 x - z 剖面轮廓线上各点的坐标, 计算各点到中心点 (1, 1) 的距离值, 将距离的最大值定为长半轴长 L , 距离的最小值定为短半轴长 B 。表 1 列出了不同的 Ca 下变形系数 D 的理论值与模拟值。可以发现理论值与模拟值的吻合度较好。

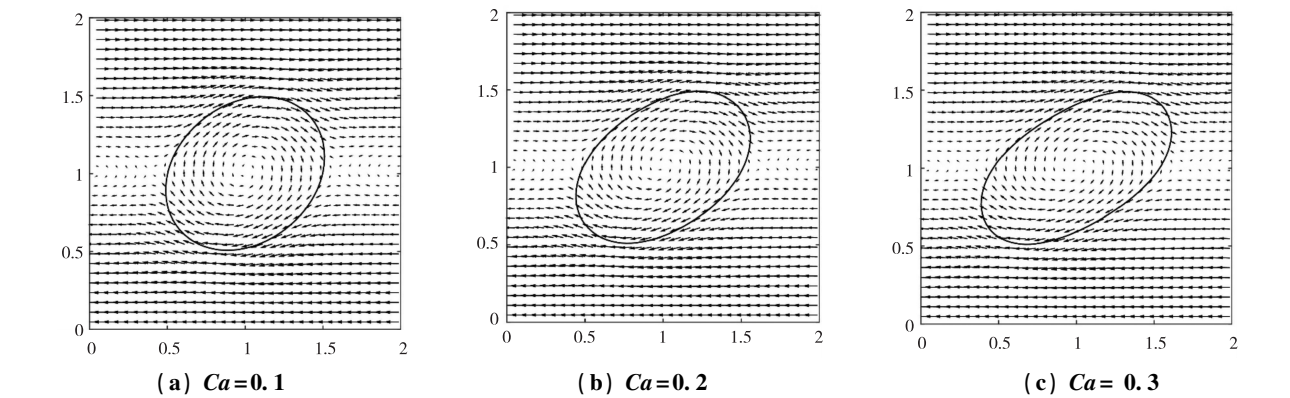


图 14 稳定状态时三维液滴的 x - z 剖面图
Fig. 14 The x - z cross-section of 3D droplet in stable state

表 1 变形系数 D 的理论值与模拟值

Table 1 The theoretical and simulated values of deformation number D			
	$Ca=0.1$	$Ca=0.2$	$Ca=0.3$
理论值	0.109 4	0.218 8	0.328 1
模拟值	0.114 9	0.224 5	0.328 0

4 结 论

液滴变形动力学在诸多工程问题中有着广泛的应用,利用相场方法研究了三维液滴在剪切流作用下的变形动力学特性,在数值方法方面,采用了Chorin的投影方法来求解Navier-Stokes方程,同时,非条件稳定方法用于求解Cahn-Hilliard方程。数值结果表明在剪切流作用下稳定的球形液滴会被逐渐拉伸变形,较大的Weber数使得液滴持续拉长变形,较大的Reynolds数则会使液滴呈现较为明显的回转运动趋势。计算域上下边界距离液滴较远时,由于剪切流速影响变小,液滴的变形程度较小。此外,计算域上下边界的速度越大,液滴在靠近边界处越容易产生拉伸变形。

参考文献(References):

[1] 邓真渝,章林溪. 流场环境下复杂囊泡的动力学行为[J]. 物理学报, 2015, 64(16): 168201
DENG Z Y, ZHANG L X. Dynamics of Complex Vesicles in Shear Flow[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(16): 198—201(in Chinese)

[2] HARVIE D J E, COOPER-WHITE J J, DAVIDSON M R. Deformation of a Viscoelastic Droplet Passing through a Microfluidic Contraction[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2008, 155(1—2): 67—79

[3] PARK J M, ANDERSON P D. A Ternary Model for

Double-emulsion Formation in a Capillary Microfluidic Device[J]. Lab on a Chip, 2012, 12(15): 2672—2677

[4] MILOSEVIC I N, LONGMIRE E K. Pinch-off Modes and Satellite Formation in Liquid/liquid Jet Systems[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2002, 28(11): 1853—1869

[5] TAYLOR G I. The Formation of Emulsions in Definable Fields of Flow[J]. Proceedings of the Royal Society of London Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 1934, 146(858): 501—523

[6] BENTLEY B J, LEAL L G. An Experimental Investigation of Drop Deformation and Breakup in Steady Two-dimensional Linear Flows [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1986, 167: 241—283

[7] HA J W, LEAL L G. An Experimental Study of Drop Deformation and Breakup in Extensional Flow at High Capillary Number[J]. Physics of Fluids, 2001, 13(6): 1568—1576

[8] 林长志,郭烈锦,张西民. 剪切流中液滴变形断裂机理的实验研究[J]. 工程热物理学报, 2007, 28(6): 971—973
LIN C Z, GUO L J, ZHANG X M. Experimental Study of Drop Deformation and Breakup in Shear Flow [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2007, 28(6): 971—973(in Chinese)

[9] CARDINAELS R, VERHULST K, MOLDENAERS P. Influence of Confinement on the Steady State Behavior of Single Droplet in Shear Flow for Immiscible Blends with One Viscoelastic Component[J]. Journal of Rheology, 2009, 53(6): 1403—1424

[10] HUA H, LI Y, SHIN J, et al. Effect of Confinement on Droplet Deformation in Shear Flow [J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2013, 27(8—10): 317—331

[11] IOANNOU N, LIU H, ZHANG Y H. Droplet Dynamics in Confinement[J]. Journal of Computational Science,

2016, 17: 463—474

[12] KOMRAKOVA A E, SHARDT O, ESKIN D, et al. Lattice Boltzmann Simulations of Drop Deformation and Breakup in Shear Flow [J]. International Journal of Multiphase Flow, 2014, 59: 24—43

[13] HARLOW F H, WELCH J E. Numerical Calculation of Time-dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface [J]. The Physics of Fluids, 1965, 8 (12): 2182—2189

[14] CHORIN A J. A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems [J]. Journal of Computational Physics, 1967, 2(1): 12—26

[15] EYRE D J. Computational and Mathematical Models of Microstructural Evolution [J]. The Material Research Society, Warrendale, 1988(12): 1022—1030

[16] TROTTEBERG U, Oosterlee C W, Schüller A. Multigrid [M]. London: Academic Press, 2001

Phase-field Numerical Simulation for Three-dimensional Droplet Deformation in Shear Flow

YANG Jun-xiang¹, WEN Mao-qian²

(1. Department of Mathematics, Korea University, Seoul 02841, Korea;

2. School of Mathematics and Statistics, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: The dynamics of droplet has extensive applications and scientific values in natural and industrial fields, and the most typical example is the droplet deformation in shear flow. According to dynamics properties of three-dimensional droplet deformation in shear flow, phase-field method is used to make numerical simulation. In order to accurately describe two-phase and incompressible flow with surface tension, the modified Navier-Stokes-Cahn-Hilliard equation set is used, and the coupling of Navier-stokes equation with Cahn-Hilliard equation is realized by adding surface tension term and concentration convection term into the equation. For numerical solution, Chorin projection method is used to solve Navier-Stokes equation, and Eyre's unconditionally stable scheme is used for solving Cahn-Hilliard equation. Numerical simulation results show that the droplet reaches a stable state faster as the Weber number is small and then rotates with the motion of flow field while a larger Weber number makes the droplet keep constantly tensile deformation. Under the same Weber number condition, the droplet shows an obvious twist deformation in a larger Reynolds number. Moreover, the droplet deformation degree is affected by the positions and velocities of up and down boundaries, the closer the distance between the droplet and the boundaries is or the larger the boundary velocities are, the larger the deformation degree of the droplet is.

Key words: droplet deformation; phase-field method; projection method; unconditionally stable scheme

责任编辑: 田 静

引用本文/Cite this paper:

杨钧翔, 温茂茜. 剪切流作用下三维液滴变形的相场法数值模拟[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2020, 37(4): 74—82

YANG J X, WEN M Q. Phase-field Numerical Simulation for Three-dimensional Droplet Deformation in Shear Flow[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2020, 37(4): 74—82