doi:10. 16055/j. issn. 1672-058X. 2020. 0003. 017

高中数学课型构建与实例分析*
——以《直线与圆的位置关系》为例

邱小伟[1], 曾昌涛[1]**, 陈 惠[2]
(1. 重庆市第八中学校,重庆 400030;2. 江苏洋思中学,江苏 泰兴 225400)

摘 要:目前高中课堂中的数学课型有概念课、评讲课、知识型课、习题课;选取知识型课为研究对象,从创设情境、引入新知,精选例题、巩固知识,变式迁移、拓展知识,总结方法、归纳知识,课后思考、升华知识这 5 个方面进行数学课型构建,打造高效的高中数学知识型课堂教学;通过高效的高中数学知识型课堂教学,提高数学课堂教学的效率,完成数学课堂教学目标。

关键词:核心素养;课型构建; 知识型课; 课堂教学

中图分类号:G643 **文献标志码**:A **文章编号**:1672-058X(2020)03-0107-08

0 引 言

当前,随着我国教育教学新课程改革的不断深入,六大数学核心素养的提出,如何构建高效的数学课堂,从而促进高中生数学素质和能力的全面发展,越来越受到各位教师的关注。教师在充分了解学情的基础上,借助多媒体和网络信息技术,可以从创设情境、引入新知;精选例题、巩固知识;变式迁移、拓展知识;总结方法、归纳知识;课后思考、升华知识这 5 个方面展开教学设计,构建高效的知识型数学课堂。正如解题一样,解后要总结规律、方法,从而起到举一反三、触类旁通的作用;教师的教学对每种课型设计也应总结出它的课型规律和讲解方法,便于有方法可施、有规律可循,从而提高教学效率。就如何构建高效的知识型数学课堂教学,本文将以普通高中数学人民教育出版社 A 版必修 2 第四章第 2 节“直线与圆的位置关系”为例,进行知识型课教学设计和实施过程的说明。

1 创设情境,引入新知

问题 1 一艘轮船在沿直线返回港口的途中,接到气象台的台风预报:台风中心位于轮船正西 70 km处,受影响的范围是半径为 30 km 的圆形区域。已知港口位于台风中心正北 40 km 处,如果这艘轮船不改变航线,那么它是否受到台风的影响?[1]

分析 为解决这个问题,选择以台风中心为原点 O,东西方向为 x 轴,南北方向为 y 轴,选取 10 km 为单位长度,建立如图 1 所示的平面直角坐标系。

收稿日期:2019-10-08;修回日期:2019-11-06.
* 基金项目:重庆市基础研究与前沿探索项目(CSCT2018JCYJZX0144);重庆市研究生科研创新项目(CYS19290).
作者简介:邱小伟(1991—),男,重庆开州人,硕士研究生,从事中学数学教学研究.
** 通讯作者:曾昌涛(1968—),男,四川广安人,研究员,从事中学数学教材教法和教育教学理论研究. Email:978033221@qq. com.

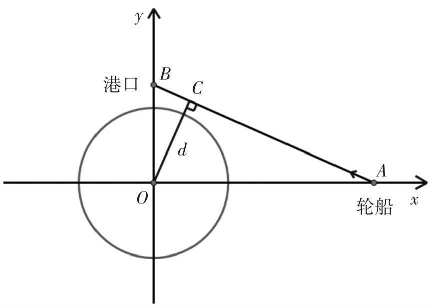

图 1 轮船航行路线

Fig. 1 Ship route

那么,会受到台风影响的区域为圆形,其所对应的方程为 $x^2+y^2=9$;轮船航线所在直线 l 的方程为 $4x+7y-28=0$;问题转化为圆 O 与直线 l 有无公共点。方法一,可以依据圆心 O 到直线 l 的距离 d 与圆 O 的半径 r 的大小关系,判断直线 l 与圆 O 的位置关系;方法二,判断直线 l 与圆 O 的位置关系,就是看由直线 l 的方程与圆 O 的方程组成的方程组有无实数解。

解法一:找出圆心 O 点到直线 l 的距离 d,然后比较 d 与圆 O 的半径 r 的大小关系。以台风中心为原点 O,东西方向为 x 轴,取 10 km 为单位长度,建立如图 1 所示的直角坐标系。轮船开始位于 x 轴上的 A 点,港口位于 y 轴上的 B 点,如图 1 所示;圆 O 的半径 $r=30$ km,在 $Rt\Delta AOB$ 中有:

$$|OA|=70\ \text{km},|OB|=40\ \text{km}$$

$$|AB|=\sqrt{|OA|^2+|OB|^2}=$$

$$\sqrt{70^2+40^2}=10\sqrt{65}\ \text{km}$$

根据 $Rt\Delta AOB$ 面积相等有:

$$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}|OA||OB|=\frac{1}{2}|AB|d$$

所以

$$d=\frac{|OA||OB|}{|AB|}=\frac{70\times40}{10\sqrt{65}}\approx34.7\ \text{km}>r$$

故这艘轮船不会受到台风的影响,不需要改变航线。

解法二:由直线 l 方程与圆 O 的方程,得:

$$\begin{cases}x^2+y^2=9\\4x+7y-28=0\end{cases}$$

消去 y,得 $65x^2-224x+343=0$,因为

$$\Delta=(-224)^2-4\times65\times343=-39\ 004<0$$

所以,直线 l 与圆 O 相离,因此这艘轮船不会受到台风的影响,不需要改变航线。

针对问题 1 概括出如何判断直线 l:$Ax+By+C=0$ 与圆 O:$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 的位置关系。可设圆心 $O(a,b)$ 到直线 l 的距离为 d,圆 O 的半径为 r,判断直线 l 与圆 O 位置的一般方法如下:

方法一:几何法

(1) $d>r\Leftrightarrow$无公共点$\Leftrightarrow$相离;

(2) $d=r\Leftrightarrow$只有一个公共点$\Leftrightarrow$相切;

(3) $d<r\Leftrightarrow$有两个公共点$\Leftrightarrow$相交。

方法二:代数法

将圆 O:$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ 与直线 l:$Ax+By+C=0$ 联立为方程组:

$$\begin{cases}Ax+By+C=0\\x^2+y^2+Dx+Ey+F=0\end{cases}$$

消去 x 或 y,得到关于 x 或者 y 的一元二次方程,利用判别式 Δ 来讨论位置关系。

(1) $\Delta<0\Leftrightarrow$相离;

(2) $\Delta=0\Leftrightarrow$相切;

(3) $\Delta>0\Leftrightarrow$相交。

设计目的:针对本节知识,选取生活中熟悉的航船问题为课堂的引入。这样引入易于学生接受和理解,同时该航船问题源于生活,又应用于生活,体现了数学建模的数学核心素养,将生活实际情景,抽象出数学模型,使问题得以快速解决。师生一起通过对本问题的探究,既可以提高学生的数学兴趣,又可以总结出如何判断直线与圆的位置关系的两种方法(几何法、代数法),两种方法各有优劣,后面的教学环节将进一步进行说明。

在创设情境,引入新知部分,可以根据生活实际引入学生感兴趣,容易接受、理解,简洁明了的情景,快速导入新课。当然,别出心裁的情景设计更能引人入胜。

2 精选例题,巩固知识

例 1 如图 2,已知直线 l:$3x+y-6=0$ 和圆 C:$x^2+y^2-2y-4=0$,判断直线 l 与圆 C 的位置关系,如果

相交求出交点坐标,如果不相交请说明理由[2]。

分析:方法一,判断直线 l 与圆 C 的位置关系,就是看由直线 l 的方程与圆 C 的方程组成的方程组有无实数解;方法二,可以依据圆心 C 到直线 l 的距离 d 与半径 r 进行大小比较,从而判断出直线 l 与圆 C 的位置关系。

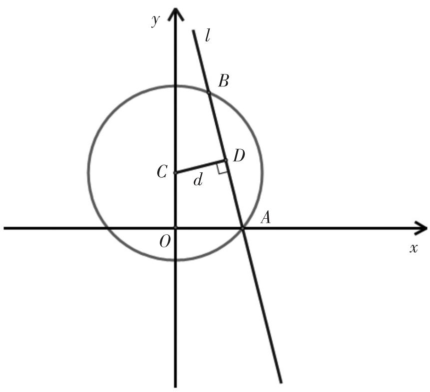

图 2　例题 1 圆 C 坐标图

Fig. 2　Coordinate chart of circle C of example 1

解法一:由直线 l 与圆 C 的方程,得

$$\begin{cases}3x+y-6=0 & (1)\\ x^2+y^2-2y-4=0 & (2)\end{cases}$$

消去 y,得 $x^2-3x+2=0$,因为 $\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=1>0$,所以直线 l 与圆 C 相交,有两个交点。

解法二:圆 C 的方程 $x^2+y^2-2y-4=0$ 可化为 $x^2+(y-1)^2=5$,其圆心 C 的坐标为 $C(0,1)$,半径 $r=\sqrt{5}$,点 $C(0,1)$ 到直线 l 的距离为 d,则:

$$d=\frac{|3\times0+1-6|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{5}{\sqrt{10}}<\sqrt{5}$$

所以直线 l 与圆相交,有两个公共交点。

由 $x^2-3x+2=0$,解得 $x_1=2$,$x_2=1$,把 $x_1=2$ 代入式(1)中,得 $y_1=0$; 把 $x_2=1$ 代入式(1)中,得 $y_2=3$。所以直线 l 与圆 C 有两个交点,它们的坐标分别是 $A(2,0)$,$B(1,3)$。

设计目的:例题 1 是直线与圆的位置关系的判断问题,切中本节知识的重点,通过例题 1 可以加强学生对几何法、代数法判断直线与圆的位置关系的理解与掌握。

例 2　如图 3 所示,求直线 l:$x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$ 被圆 $x^2+y^2=4$ 截得的弦长。

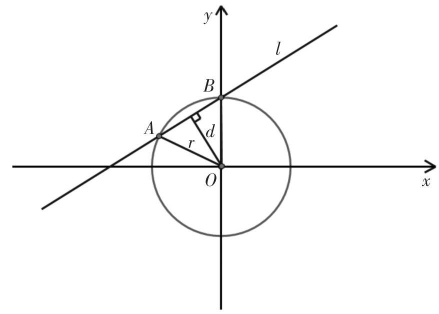

图 3　例题 2 直线 l 与圆的坐标图

Fig. 3　Coordinate chart of Straight l and circle of example 2

分析:方法一,设直线 l 与圆交于 A、B 两点,弦心距为 d,圆的半径为 r,弦长为 $|AB|$,构造"黄金三角形",由勾股定理有 $\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2+d^2=r^2$,则 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$;方法二,联立直线和圆的方程,设直线 l 与圆的两个交点分别为 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则

$$|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{1+k^2}\,|x_1-x_2|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\,|y_1-y_2|$$

其中,k 为直线 l 的斜率;方法三,直接求出直线 l 与圆的交点 A、B 坐标,然后利用两点间的距离公式求出弦长 $|AB|$,本方法适合简单的直线方程、圆的方程,易于求出交点坐标的情况。

解法一:设直线 l 与圆交于 A、B 两点,弦心距为 d,圆的半径为 r,弦长为 $|AB|$。

由勾股定理得:$\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2+d^2=r^2$。

因为 $d=\frac{|0-\sqrt{3}\times0+2\sqrt{3}|}{\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}}=\sqrt{3}$,$r=2$ 所以 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=2$

解法二:设直线 l 与圆的两个交点分别为 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,联立直线方程与圆的方程有:

$$\begin{cases}x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0\\ x^2+y^2=4\end{cases}$$

消去 x,得 $y^2-3y+2=0$,因为 $\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=1>0$,所以 $y_1y_2=2$,$y_1+y_2=3$。

再根据弦长公式有:

$$|AB|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\,|y_1-y_2|=$$

$$\sqrt{1+3}\sqrt{[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2]}=$$

$$2\sqrt{3^2-4\times2}=2$$

解法三:设直线 l 与圆的两个交点分别为 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,联立直线方程与圆的方程有:

$$\begin{cases}x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0\\x^2+y^2=4\end{cases}$$

消去 x,得 $y^2-3y+2=0$,因为 $\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=1>0$,所以 $y_1=1$,$y_2=2$,$x_1=-\sqrt{3}$,$x_2=0$,则 A 点坐标为 $(-\sqrt{3},1)$,B 点坐标为 $(0,2)$,则弦长 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{(-\sqrt{3}-0)^2+(1-2)^2}=2$。

设计目的:例题 2 是直线与圆相交求弦长问题,通过例题 2 总结出求弦长的一般方法。可以采用几何法,数形结合构造“黄金三角形”,使用勾股定理,快速求解出弦长;另外还可以通过弦长公式或者两点间的距离公式直接求解弦长,但是这种方法往往在直线方程、圆的方程比较复杂,数据比较大时,不容易求解交点坐标,或者在联立直线方程和圆的方程进行“消元降次”过程中,计算量特别大,则不适合采用这种方法来快速求解弦长。

例 3 如图 4 所示,过点 $M(2,4)$ 向圆 C:$(x-1)^2+(y+3)^2=1$ 引切线,求其切线的方程。

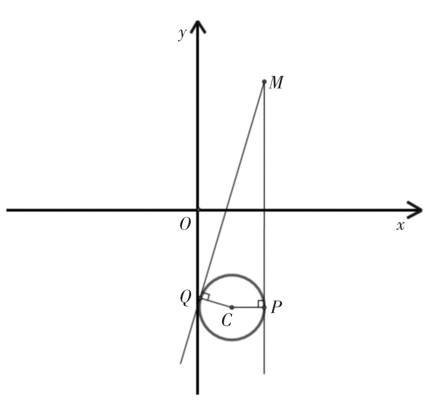

图 4 例题 3 圆 C 坐标图

Fig. 4 Coordinate chart of circle C of example 3

分析:判断点 M 与圆 C 的位置关系,然后利用圆心 C 到切线的距离等于圆的半径建立等式,求解出切线的斜率 k,近而采用点斜式方程求出过 M 点与圆 C 相切的切线方程。

解:由于 $(2-1)^2+(4+3)^2=50>1$,故点 M 在圆 C 外。

① 当过 M 点与圆 C 相切的切线斜率不存在时,直线 $x=2$ 与圆相切;

② 当过 M 点与圆 C 相切的切线斜率存在时,设切线方程为 $y-4=k(x-2)$,即 $kx-y-2k+4=0$,由于直线与圆相切,则 $\frac{|k+3-2k+4|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}=1$,解得 $k=\frac{24}{7}$。

所以切线的方程为 $24x-7y-20=0$。综上所述,切线方程为 $24x-7y-20=0$ 或 $x=2$。

设计目的:例题 3 是直线与圆相切的有关问题,涉及过圆外一点引切线,如何求切线方程。通过例题 3 可以总结出求切线方程的方法和思路,主要抓住圆心到切线的距离 d 与圆的半径 r 相等,建立等式求出切线的斜率 k,从而求出切线的方程。也可以利用代数法,设出切线方程的表达式,然后联立切线方程与圆的方程,通过消元(消去 x 或 y),建立关于 x 或者 y 的一元二次方程,利用 $\Delta=0$,求出 k 的大小,进而采用点斜式方程,求出切线的方程。

在精选例题,巩固知识部分的设计中,例题的精选应当符合学生的认知规律,由浅到深、由简单到复杂,遵循循序渐进的学习规律,抓住知识点之间的内在联系,使例题之间环环相扣,慢慢渗透数学思想方法,培养学生的综合应用能力。在掌握判断直线与圆的位置关系(相交、相切、相离)后。设计例题 1,使学生在课堂中练习掌握判断直线与圆的位置关系的方法。当直线与圆相交,学生自然而然会想到相交弦,故有例 2 弦长的求解问题,有了弦长的求解,学生还会思考弦长所在的直线方程的求解。接着当直线与圆相切时,学生会面临如何求切线方程的问题,相切存在过圆外一点的切线方程与过圆上一点的切线方程,这样就有例题 3 的设计。为提高学生的学习兴趣和探究的深度,可以通过变式、迁移练习来拓展知识面,加深学生对本节重点知识的进一步掌握与融会贯通。

3 变式迁移,拓展知识

变式 1 已知直线 l:$x+y+m=0$ 和圆心为 C 的

圆 $x^2+y^2-2y-4=0$,试确定 m 的取值范围,使得(Ⅰ)直线 l 与圆 C 相交;(Ⅱ)直线 l 与圆 C 相切;(Ⅲ)直线 l 与圆 C 相离。

分析:判断直线 l 与圆 C 的位置关系有两种基本的方法,代数法和几何法。

解法一:(代数法)

由直线 l 与圆 C 的方程得

$$\begin{cases}x+y+m=0\\x^2+y^2-2y-4=0\end{cases}$$

消去 x 得 $(y+m)^2+y^2-2y-4=0$,进一步化简得

$$2y^2+2(m-1)y+m^2-4=0$$

因为 $\Delta=[2(m-1)]^2-4\times2(m^2-4)=-4(m^2+2m-9)$,所以:

(Ⅰ)当直线 l 与圆 C 相交时:

$$\Delta=-4(m^2+2m-9)>0\Rightarrow-1-\sqrt{10}<m<\sqrt{10}-1$$

(Ⅱ)当直线 l 与圆 C 相切时:

$$\Delta=-4(m^2+2m-9)=0\Rightarrow m=-1\pm\sqrt{10}$$

(Ⅲ)当直线 l 与圆 C 相离时:

$$\Delta=-4(m^2+2m-9)<0\Rightarrow$$

$$m>\sqrt{10}-1 \text{ 或 } m<-1-\sqrt{10}$$

解法二:(几何法)

圆 C 的方程 $x^2+y^2-2y-4=0$ 可化为 $x^2+(y-1)^2=5$,其圆心 C 为 $(0,1)$,半径 $r=\sqrt{5}$,圆心 $C(0,1)$ 到直线 l 的距离 $d=\frac{|0+1+m|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|m+1|}{\sqrt{2}}$。

所以,

(Ⅰ)当直线 l 与圆 C 相交时:

$$d<r\Leftrightarrow\frac{|m+1|}{\sqrt{2}}<\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow-1-\sqrt{10}<m<\sqrt{10}-1$$

(Ⅱ)当直线 l 与圆 C 相切时:

$$d=r\Leftrightarrow\frac{|m+1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}\Rightarrow m=\pm\sqrt{10}-1$$

(Ⅲ)当直线 l 与圆 C 相离时:

$$d>r\Leftrightarrow\frac{|m+1|}{\sqrt{2}}>\sqrt{5}\Rightarrow m>\sqrt{10}-1 \text{ 或 } m<-\sqrt{10}-1$$

设计目的:变式 1 为例题 1 的对应拓展。通过变式 1 引导学生去发现在含有字母参数的直线方程中,研究直线与圆的位置关系时,一般采用几何法求解更快捷。因为通过“数形结合”使得求解更直观,学生更容易理解,另外几何法的计算量小,而代数法计算量大、运算复杂,不容易快速求解,并且代数法在一般情况下,还需考虑选择合适的“元”进行“消元降次”,使计算达到优化运算的目的。变式 1 采用代数法和几何法两种方法进行求解,使同学们既可以对比这两种方法的优劣,又可以让同学们明白采用几何法判断直线与圆的位置关系比代数判断直线与圆的位置关系更加快捷[3];当然在采用代数法求解过程中,也锻炼了学生的数学运算的核心素养,为后面同学们学习直线与椭圆、双曲线、抛物线的位置关系打下了运算的基础。

变式 2　已知直线 l 的方程为 $mx-y-m=0$,圆 C 的方程为 $x^2+y^2-2y-4=0$,判断直线 l 与圆 C 的位置关系。

分析:判断直线与圆的位置关系,主要有几何法和代数法两种方法。针对本题还有方法三(过圆内一点的直线必定与这个圆相交)。

解法一:(代数法)

由直线 l 与圆 C 的方程得:

$$\begin{cases}mx-y-m=0\\x^2+y^2-2y-4=0\end{cases}$$

消去 y 得:

$$(m^2+1)x^2-2m(m+1)x+m^2+2m-4=0$$

因为

$$\Delta=16m^2-8m+16=(4m-1)^2+15>0$$

所以直线 l 与圆 C 相交。

解法二:(几何法)

圆 C 的方程 $x^2+y^2-2y-4=0$ 可化为 $x^2+(y-1)^2=5$,其圆心 C 为 $(0,1)$,半径 $r=\sqrt{5}$,圆点 $C(0,1)$ 到直线 l 的距离为

$$d=\frac{|0\times m-1-m|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\frac{|m+1|}{\sqrt{m^2+1}}$$

所以,

$$d^2-r^2=\frac{m^2+2m+1}{m^2+1}-5=$$

$$\frac{-4(m-\frac{1}{4})^2-\frac{15}{4}}{m^2+1}<0$$

则 $d<r$,直线 l 与圆 C 相交。

解法三:由题知直线 $l:mx-y-m=0$ 可转化为 $m(x-1)-y=0$,则直线 l 恒过定点$(1,0)$,又因为点$(1,0)$在圆 C 内部,所以直线 l 必与圆 C 相交。

设计目的:变式 2 相对变式 1 进一步推进和深入挖掘而得到,同样学生可以采用几何法或者代数法判断直线 l 与圆 C 的位置关系。但是,通过观察直线 $l:mx-y-m=0$ 的解析式,可以发现直线 l 恒过定点$(1,0)$,并且定点$(1,0)$在圆 C 内部,则过圆 C 内一点的直线 l 必定与圆 C 相交。通过变式 2 还能培养学生的观察意识,数形结合的意识,发现问题的能力、解决问题的能力,为以后学习解析几何章节打下基础。

变式 3 已知直线 l 过 $P(-4,-3)$,被圆$(x+1)^2+(y+2)^2=25$ 截得的弦长为 8,求 l 的直线方程[4]。

分析:已知过 P 点的弦长为 8,求弦所在直线 l 的方程,可以找出圆心到直线 l 的距离 d,构造“黄金三角形”采用勾股定理求出直线 l 的斜率,从而求出直线 l 的方程。

解:设 l 与圆$(x+1)^2+(y+2)^2=25$ 交于 A、B 两点,则$|AB|=8$,圆的半径 $r=5$。

① 当直线 l 的斜率不存在时,直线 l 的方程为 $x=-4$ 与圆相交的弦长为 8;

② 当过点 $P(-4,-3)$的直线 l 的斜率存在时,设直线 l 的方程为 $y+3=k(x+4)$,即 $kx-y+4k-3=0$,因为圆心$(-1,-2)$到直线 l 的距离为

$$d=\frac{|-k+2+4k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|3k-1|}{\sqrt{k^2+1}}$$

又因为

$$d^2+\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2=r^2$$

所以$\frac{|3k-1|^2}{k^2+1}+4^2=5^2$,解得 $k=-\frac{4}{3}$,则直线 l 的方程为 $4x+3y+25=0$。

综上所述,所求直线 l 的方程为 $x=-4$ 或 $4x+3y+25=0$。

设计目的:变式 3 是例题 2 弦长问题的一个拓展,例题 2 已知弦所在的直线方程,求弦的长度。而变式 3 是已知弦的长度,反过来求弦所在直线方程。通过例题 2 和变式 3 正反两个维度进行练习,可以使学生更加深入和灵活地掌握直线与圆相交的弦长问题的求解。

迁移 1 (1) 过点 $N(1,-2)$向圆 $C(x-1)^2+(y+3)^2=1$ 引切线,求其切线方程;(2) 过点 $P(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}-3)$向圆 $C(x-1)^2+(y+3)^2=1$ 引切线,求其切线方程。

迁移 2 过点 $M(2,4)$向圆 $C(x-1)^2+(y+3)^2=1$ 引切线,求其切线段的长度。

迁移 3 过点 $M(2,4)$向圆 $C(x-1)^2+(y+3)^2=1$ 引切线段 MP、MQ,求$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}$的大小。

迁移 4 过点 $M(2,4)$向圆 $C(x-1)^2+(y+3)^2=1$ 引切线段 MP、MQ,求 PQ 所在的直线方程。[5]

设计目的 针对例题 3 有 4 个对应的迁移练习,主要考察学生对切线问题的理解。迁移 1 是过圆上一点求其切线方程的两种情况,起到锻炼学生数形结合的能力;迁移 2 是过圆 C 外一点 M,求其切线段 MP 的长度,可以先计算出点 M 与圆心 C 之间的距离$|CM|$,然后利用勾股定理$|PC|^2+|MP|^2=|MC|^2$ 求出$|MP|$的大小;迁移 3 是过圆外一点 M 向圆 C 作切线 MP、MQ,求$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}$的值,将切线问题与数量积相结合,具有一定的综合性,同时可以帮助学生复习向量有关的知识;迁移 4 表面上是求 PQ 的直线方程,实际上是圆与圆的方程问题,迁移 4 中的问题,可以看作以线段 MC 为直径的圆与圆 C 相交而形成的弦的方程,本题还能进一步拓展学生的思维和知识面。

4 总结方法,归纳知识

在一节课上完时,教师要及时地对本节课所学习的内容进行归纳、总结,然后进行课堂反馈,提出一些与课堂所教内容相同的、能诊断学生的掌握情况以检验学生是否真正掌握了本节课的重点和难点,让学生在课堂反馈当中找到自信和不足,为后续的学习作一个铺垫,从而进一步促使他们继续努力学习[6]。

学习直线与圆的位置关系的过程,主要体现了数形结合法、几何法、代数法的数学思想方法,贯穿了数学建模、直观想象、数学运算、逻辑推理等核心素养。具体的知识点有:

(1) 直线与圆的位置关系(几何法、代数法、数形结合法);

(2) 弦长问题(构造“黄金三角形”使用勾股定理、弦长公式);

(3) 切线方程(提炼过圆外一点的切线方程,过圆上一点的切线方程的求解方法);

(4) 切点弦 PQ 的方程。

5　课后思考,升华知识

课后思考包括教师对本节课教学设计和教学过程实施后的教学反思以及留给学生有思维份量、与本节课有关或对后续内容有引导作用的课后思考题。另外,反思是进步的起点,没有反思就没有突破和发展。当代著名教育家朱永新说过:“作为老师, 每天一反思,十年后必成大器。[7]”每节课应当反思学生哪些知识点仍未掌握;反思教学环节哪些地方需要优化;反思本堂课的数学思想方法的渗透。作为一名中学数学教师,应该养成教学反思的习惯,通过撰写教学随笔、教学案例,使自己从感性走向理性,从无序走向有序,踏上从教书者走向教育者、研究者的阶梯[8]。当然,每一节高中数学高效课堂之后,都应安排相应的辅导课让学生巩固、理解、掌握、应用新学的知识。有效地给予学生课后辅导,不能浪费学生的时间,在学生对本节所需掌握的知识全部消化的前提之下,教师可以给学生提出下一节要学习的知识,使学生明确预习任务,把每节课的知识连贯起来进行学习和探究[9]。例如可以把迁移 4 留作学生的课后思考题,以便学生的思维在课后连续,同时迁移 4 还起到承前启后的作用,为学习圆与圆的位置关系打下伏笔。

6　结束语

“高效课堂”就是用尽可能少的时间获取最大教学效率的教学活动[10]。在新课改的背景下,教师应立足于教材和课程标准,充分地调动学生的积极性和主动性,从创设情境、引入新知;精选例题、巩固知识;变式迁移、拓展知识;总结方法、归纳知识;课后思考、升华知识这五个方面来构建高效的知识型数学课堂教学,则有章可循的知识型教学将变得从容优雅,从而提高课堂教学效率,完成教学目标。

参考文献(References):

[1] 王申怀,马波,刘绍学,等. 普通高中课程标准实验教科书数学必修二[M]. 北京:人民教育出版社,2004
WANG S H, MA B, LIU S X, et al. Mathematics Compulsory Course Standard Experiment Textbook for Senior High School II [M]. Beijing: People´s Education Press, 2004(in Chinese)

[2] 罗美秀. 在小组合作中体会学习数学之乐趣—以《直线与圆的位置关系》的教学为例[J]. 中学教学参考,2018(17):18
LUO M X. Experience of the Pleasure of Learning Mathematics in Group Cooperation: Take the Teaching of the Position Relation between Straight Line and Circleas an Example[J]. Reference for Middle School Teaching, 2018(17):18(in Chinese)

[3] 申会文. 聚焦核心素养实施问题导学[J]. 中学数学,2018(9):48—49
SHEN H W. Focus on the Implementation of Core Literacy [J]. Middle School Mathematics, 2018(9): 48—49(in Chinese)

[4] 许泽然. 同课异构促交流高效课堂齐探讨[J]. 中国数学教育, 2015(10):8—11
XU Z R. Isomerism Promotes Efficient Communication in the Same Class [J]. Mathematics Education in China, 2015(10):8—11(in Chinese)

[5] 甘志国. 圆的直径式方程的一个应用[J]. 数学教学研究,2018(3):66—67
GAN Z G. An Application of the Diameter Equation of a Circle[J]. Mathematics Teaching Research, 2018(03): 66—67(in Chinese)

[6] 高强,张雨,张志伟,等. 打造高中数学高效课堂方法[C]//教师教育能力建设研究科研成果汇编(第七卷). 北京,2018

GAO Q, ZHANG Y, ZHANG Z W, et al. Creating High School Mathematics Efficient Classroom Method [C]// Research Results Bulletin on Teacher Education Ability Constructisn Resecrvhes(Vol. 7). Beijing,2018(in Chinese)
[7] 刁春玉. 构建高中数学高效课堂的几点认识[J]. 数学学习与研究,2010(11):26
DIAO C Y. Some Understanding of Constructing High School Mathematics Efficient Classroom [J]. Mathematics Learning and Research,2010(11):26(in Chinese)
[8] 丁云霞. 谈教学反思的重要性[J]. 中国校外教育,2013(25):114
DING Y X. On the Importance of Teaching Reflection [J]. Education for Chinese After-school,2013(25):114 (in Chinese)
[9] 王淑贤. 高中数学高效课堂教学模式的调查与研究[D]. 石家庄:河北师范大学,2014
WANG S X. The Survey and Study of the Mode of Mathematic Efficient Teaching in Senior High School [D]. Shijiazhuang: Hebei Normal University, 2014 (in Chinese)
[10] 马春雷. 高中数学教学中高效课堂的构建[J]. 学周刊,2014(14):137
MA C L. The Construction of Efficient Classroom in High School Mathematics Teaching [J]. Learning Weekly,2014(14):137(in Chinese)

Course Type Construction and Example Analysis: Take Positional Relation between Straight Line and Circle as an Example

QIU Xiao-wei[1], **ZENG Chang-tao**[1], **CHEN Hui**[2]

(1. Chongqing No. 8 Middle School, Chongqing 400030, China;
2. Jiangsu Yanysi Middle School,Jiangsu Taixing 225400,China)

Abstract: With the promotion of a new round of curriculum reform and proposal of mathematics core attainment, how to construct highly-efficient classroom to boost all-round development of mathematical quality and capacity for high school students becomes very important. Currently, there are concept class, comment class, knowledge class, and excise class in mathematics class type for high school students. Mathematical course types are built in such five aspects as creating situation to introduce new knowledge, selecting examples to consolidate knowledge, variant transfer to expand knowledge, method summarization to generalize knowledge, and thinking after class to sublime knowledge so as to construct highly-efficient mathematics knowledge type classroom teaching for high school students. Mathematical classroom teaching efficiency is raised and mathematical classroom teaching goal is attained by highly-efficient knowledge type classroom teaching for the mathematics of high schools.

Key words: core attainment; course type construction; knowledge type class; classroom teaching

责任编辑:罗姗姗

引用本文/Cite this paper:
邱小伟,曾昌涛,陈惠. 高中数学课型构建与实例分析[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2020,37(3):107—114
QIU X W, ZENG C T, CHEN H. Course Type Construction and Example Analysis: Take Positional Relation between Straight Line and Circle as an Example[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition),2020,37(3):107—114