doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2020.0003.011

一类带有强制位势的 Klein-Gordon-Maxwell 系统无穷多解的存在性*

苑东磊[1],贺书文[2],文小波[2]

(1.西南大学 数学与统计学院,重庆 400715;2.四川民族学院 理工学院,四川 康定 626001)

摘 要:在非线性项满足局部(AR)条件下,研究并证实了带有强制位势的 Klein-Gordon-Maxwell 系统无穷多解的存在性;证明的困难来源于该系统特有的项 φ 为隐函数,不能用 u 表示出来,利用引理和分析的一些技巧,克服了这一困难;最后基于变分原理,证明了带有强制位势的该系统具有山路几何结构和满足(PS)条件;再结合对称山路引理,获得了该系统无穷多解的存在性结果。

关键词:Klein-Gordon-Maxwell 系统;变分法;对称山路引理;无穷多解

中图分类号:O231.3 **文献标志码**:A **文章编号**:1672-058X(2020)03-0070-05

0 引 言

考虑下面的 Klein-Gordon-Maxwell 系统:

$$\begin{cases}-\Delta u+V(\boldsymbol{x})u-(2\omega+\phi)\phi u=f(\boldsymbol{x},u),\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3\\ \Delta\phi=(\omega+\phi)u^2\end{cases}\tag{1}$$

其中 $\omega>0$ 是常数,$u,\phi:\boldsymbol{R}^3\to\mathbf{R}$,且函数 V 和 f 满足下列条件:

(V) $V(x)\in C(\boldsymbol{R}^3,\mathbf{R})$,$\inf\limits_{\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3}V(\boldsymbol{x})=V_0>0$,且存在常数 $\gamma>0$,使得对 $\forall M>0$,有

$$\lim_{|y|\to\infty}\text{meas}\{\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3:|\boldsymbol{x}-y|\leqslant\gamma,V(\boldsymbol{x})\leqslant M\}=0$$

其中 meas(A)为集合 A 的勒贝格(Lebesgue)测度。

(f_1) $f\in C(\boldsymbol{R}^3,\mathbf{R})$,且存在常数 $C>0$ 与 $p\in(2,6)$,使得

$$|f(\boldsymbol{x},t)|\leqslant C(1+|t|^{p-1}),\forall(\boldsymbol{x},t)\in\boldsymbol{R}^3\times\mathbf{R}$$

(f_2) 存在 $\mu>2$,$L>0$ 使得

$$\mu F(\boldsymbol{x},t)=\mu\int_0^t f(\boldsymbol{x},y)\mathrm{d}y\leqslant tf(x,t),\forall\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3,|t|\geqslant L$$

其中 $F(\boldsymbol{x},t)=\int_0^t f(\boldsymbol{x},s)\mathrm{d}s$。

(f_3) 当 $t\to0$ 时,

$$\frac{f(\boldsymbol{x},t)}{t}\to0,\forall\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3$$

(f_4) $\inf\limits_{\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3,|t|=L}F(\boldsymbol{x},t)>0$。

(f_5) $f(\boldsymbol{x},t)=-f(\boldsymbol{x},-t)$,$\forall(\boldsymbol{x},t)\in\boldsymbol{R}^3\times\mathbf{R}$。

对于满足条件(V)的位势,称之为强制位势。式(1)来源于经典的 KGM 方程改进,在量子力学和半导体中应用广泛,关于具体的物理细节可以参考文献[1-4]。最近有许多文献研究带有强制位势的 Klein-Gordon-Maxwell 系统。文献[5]首次研究了带有强制位势 Klein-Gordon-Maxwell 系统无穷多解的存在性;文献[6]和文献[7]通过减弱非线性项的条

收稿日期:2019-07-01;**修回日期**:2019-09-22.

* **基金项目**:四川省教育厅项目(16ZB0367);四川民族学院科研项目(XYZB16003).

作者简介:苑东磊(1990—),男,河南周口市人,硕士研究生,从事非线性泛函分析研究.

件对 Klein-Gordon-Maxwell 系统进行研究,其中文献[6]利用对称山路引理,文献[7]利用喷泉定理,都得到了无穷多解的存在性;在文献[8]和[9]中,作者研究非线性项具有扰动的情形,并且得到了无穷多解的存在性;在文献[5-8]中,作者研究的是非线性项超四次的情形;文献[9]研究了非线性项满足(AR)条件下的情形。但是,在非线性项超二次的情形下,增加了问题估算的难度。受以上工作的启发,本文研究在局部(AR)条件下,带有强制位势 Klein-Gordon-Maxwell 系统无穷多解的存在性。其中局部(AR)条件得到了山路几何结构和局部(PS)序列的有界性,然后利用对称山路引理得到无穷多解的存在性。主要结果是:

定理 1　假设条件(V)和(f_1)—(f_5)成立,则式(1)有无穷多解。

1　准备工作

在本文中,用 $H^1(\boldsymbol{R}^3)$ 表示的 Sobolev 空间的内积与范数分别定义如下:

$$(u,v)=\int_{\boldsymbol{R}^3}(\nabla u\,\nabla v+uv)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x},\text{且}\ \|u\|_H=(u,u)^{\frac{1}{2}}$$

定义空间

$$E=\{u\in H^1(\boldsymbol{R}^3):\int_{\boldsymbol{R}^3}(|\nabla u|^2+V(x)u^2)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}<\infty\}$$

且范数为

$$\|u\|_E=\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(|\nabla u|^2+V(\boldsymbol{x})u^2)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

同时,定义空间

$$D^{1,2}(\boldsymbol{R}^3)=\{u\in L^6(\boldsymbol{R}^3):|\nabla u|\in L^2(\boldsymbol{R}^3)\}$$

其范数为

$$\|u\|_E=\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(|\nabla u|^2)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

由条件(V)可知,范数 $\|u\|_E$ 和 $\|u\|_H$ 等价,且 E 能连续地嵌入到 $L^s(\boldsymbol{R}^3)$ 中,$s\in(2,6)$,从而存在 $C_S>0$ 使得

$$\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}u^s\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{s}}\leqslant C_S\ \|u\|_E$$

为了获得式(1)无穷多解的存在性,定义 $I:E\to\mathbf{R}$ 为式(1)对应的能量泛函,即

$$I(u)=\frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{R}^3}(|\nabla u|^2+V(\boldsymbol{x})u^2)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{R}^3}\omega\phi_u u^2\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\int_{\boldsymbol{R}^3}F(\boldsymbol{x},u)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}$$

对任意的 $v\in E$,有

$$\langle I'(u),v\rangle=\int_{\boldsymbol{R}^3}(\nabla u\,\nabla v+V(\boldsymbol{x})uv)\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\int_{\boldsymbol{R}^3}(2\omega+\varphi_u)\varphi_u uv\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\int_{\boldsymbol{R}^3}f(\boldsymbol{x},u)v\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}$$

由变分法理论易知,式(1)的解与泛函 I 的临界点一一对应。

下面,定义两个常见的条件。

定义 1　设$(X,\|\cdot\|_X)$为实 Banach 空间,$(X^*,\|\cdot\|_{X^*})$是其对偶空间,并且 $I\in C^1(X,\boldsymbol{R}^1)$。如果对任何的点列 $\{x_n\}\subset X$,有

$$I(x_n)\to c,\ I'(x_n)\to 0$$

存在 $\{x_n\}$ 的子序列在 X 中强收敛,其中 $c\in\boldsymbol{R}^1$,则称 I 满足$(\mathrm{PS})_c$ 条件,也称之为局部(PS)条件。

定义 2　如果存在 $\mu>2,L>0$ 使得 $\mu F(\boldsymbol{x},t)=\mu\int_0^t f(\boldsymbol{x},y)\,\mathrm{d}y\leqslant tf(\boldsymbol{x},t)$, $\forall\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3$, $|t|\geqslant L$ 成立,且 $F(\boldsymbol{x},t)=\int_0^t f(\boldsymbol{x},s)\,\mathrm{d}s$,则称 F 满足(AR)条件。

2　主要结果的证明

为了证明定理 1,需要下面两个引理。

引理 1[5]　对每一个 $u\in E$,存在唯一的 $\phi=\phi_u\in D^{1,2}$,满足方程 $\Delta\phi=(\omega+\varphi)u^2$,并且对 $\{x:u(x)\neq 0\}$,当 $\omega>0$ 时,有

$$-\omega\leqslant\phi_u\leqslant 0\tag{2}$$

引理 2[10]　设 $f\in C^1(X,\boldsymbol{R}^1)$是偶泛函,有下面的条件:

(J_1)　$f(0)=0$。

(J_2) 存在$\rho,\alpha>0$,使得$f|_{X\cap S_\rho}\geqslant\alpha$。

(J_3) X是无限维的,并且对X的每一个有限维子空间V,都存在$R_v>0$,使得当$x\in V$,$\|x\|\geqslant R_V$时,$f(x)\leqslant 0$。

(J_4) f在$f^{-1}(0,+\infty)$上满足(PS)条件。

如果f满足(J_1)—(J_4),则f有无穷多个临界点。

定理 1 的证明 由条件(f_5)可知,$F(x,\cdot)$是偶的,且$I(0)=0$。下面利用对称山路引理,分两步完成定理 1 的证明。

第 1 步 证明泛函I具有山路几何结构。由条件(f_1)—(f_4)知,存在常数$C_1,C_2>0$,使得

$$F(\boldsymbol{x},t)\geqslant C_1\ |t|^{\mu}-C_2\ |t|^2,\ \forall\ (\boldsymbol{x},t)\in\boldsymbol{R}^3\times\mathbf{R} \quad (3)$$

$$I(tu)=\frac{1}{2}\ \|tu\|^2-\frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{R}^3}\omega\varphi_{tu}\ (tu)^2-\int_{\boldsymbol{R}^3}F(\boldsymbol{x},tu)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\leqslant\frac{t^2}{2}\ \|u\|^2+\frac{t^2}{2}\omega^2\int_{\boldsymbol{R}^3}u^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}-C_1t^{\mu}\int_{\boldsymbol{R}^3}|u|^{\mu}\mathrm{d}\boldsymbol{x}+C_2t^2\int_{\boldsymbol{R}^3}u^2\mathrm{d}\boldsymbol{x} \quad (4)$$

当$t\to+\infty$时,对$\forall\ u\in E\setminus\{0\}$,有$I(tu)\to-\infty$,当然存在$t_0,\rho>0$,使得$\|t_0u\|\geqslant\rho$且$I(t_0u)<0$。由条件($f_1$)($f_2$)与(V)可知,存在常数$C>0$,使得

$$|F(\boldsymbol{x},t)|\leqslant\frac{V_0}{4}t^2+C\ |t|^p,\ \forall\ (\boldsymbol{x},t)\in\boldsymbol{R}^3\times\mathbf{R} \quad (5)$$

由式(2)和式(5)可得:

$$I(u)=\frac{1}{2}\ \|u\|^2-\frac{1}{2}\int_{\boldsymbol{R}^3}\omega\phi_u\ (u)^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\int_{\boldsymbol{R}^3}F(\boldsymbol{x},u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\geqslant\frac{1}{2}\ \|u\|^2-\frac{V_0}{4}\int_{\boldsymbol{R}^3}u^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}-C\int_{\boldsymbol{R}^3}|u|^p\mathrm{d}\boldsymbol{x}\geqslant\frac{1}{4}\ \|u\|^2-C\int_{\boldsymbol{R}^3}|u|^p\mathrm{d}\boldsymbol{x} \quad (6)$$

由式(6)可知,存在常数$\alpha>0$和足够小的$\gamma>0$,使得当$\|u\|=\gamma$时,有

$$I(u)\geqslant\frac{1}{4}\gamma^2-C\gamma^p\geqslant\alpha \quad (7)$$

第 2 步 证明泛函I满足局部(PS)条件。

设$\{u_n\}\subset E$满足$I(u_n)$有界,且当$n\to\infty$时,$I'(u_n)\to 0$,则存在$C>0$,使得$|\langle I'(u_n),u_n\rangle|\leqslant C\|u_n\|_E$且$I(u_n)\leqslant C$。

首先证明$\{u_n\}$是有界的,在这里用反证法。假设当$n\to+\infty$,$|u_n|\to+\infty$。令$\omega_n=\dfrac{u_n}{\|u_n\|}$,选取子列,仍记作$\{\omega_n\}$,则有$\|\omega_n\|=1$,在$E$中有$\omega_n$弱收敛于$\omega$,在$L^s(\boldsymbol{R}^3)$($2<s<6$)中,有$\omega_n\to\omega$,且$\omega_n\to\omega$ a. e. $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3$。

令$\Omega=\{\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3:\omega(\boldsymbol{x})\neq 0\}$,若$\mathrm{meas}(\Omega)>0$,则当$n\to\infty$时,$\omega_n\to\omega\neq 0$。由式(3)可知:

$$\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{F(\boldsymbol{x},u_n)}{\|u_n\|_E^{\mu}}\geqslant C_1\lim_{n\to\infty}\int_{\boldsymbol{R}^3}|\omega_n|^{\mu}\mathrm{d}\boldsymbol{x}-C_2\frac{\int_{\boldsymbol{R}^3}u_n^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\|u_n\|_E^{\mu}}$$

因此

$$\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{F(\boldsymbol{x},u_n)}{\|u_n\|_E^{\mu}}\geqslant C_1\lim_{n\to\infty}\int_{\boldsymbol{R}^3}|\omega_n|^{\mu}\mathrm{d}\boldsymbol{x}=C_1\int_{\boldsymbol{R}^3}|\omega|^{\mu}\mathrm{d}\boldsymbol{x}>0 \quad (8)$$

由引理 1 可知,当$n\to\infty$时,有

$$\left|\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{\omega\phi_{u_n}u_n^{\ 2}}{\|u_n\|_E^{\mu}}\right|\leqslant\frac{\omega^2\int_{\boldsymbol{R}^3}u_n^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\|u_n\|_E^{u}}\to 0 \quad (9)$$

结合式(8)和式(9)有

$$0=\lim_{n\to\infty}\frac{I(u_n)}{\|u_n\|_E^{\mu}}=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{\|u_n\|_E^{\mu-2}}-\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{\omega\varphi_{\omega_n}u_n^2}{\|u_n\|_E^{\mu}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}-\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{F(\boldsymbol{x},u_n)}{\|u_n\|_E^{\mu}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right]<0$$

矛盾,则得到$\mathrm{meas}(\Omega)=0$,则说明$\omega(x)=0$ a. e. $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3$,且在$L^s(\boldsymbol{R}^3)$($2\leqslant s<6$)中,当$n\to\infty$时,$\omega_n\to 0$。

由条件(f_1)—(f_4)可得,对于所有的$\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3$与$t\in\mathbf{R}$,都存在$C>0$,使得

$$tf(\boldsymbol{x},t)-\mu F(\boldsymbol{x},t)\geqslant -Ct^2$$

因此,当$n\to+\infty$时,有

$$\frac{1}{\|u_n\|_E^2}(\mu I(u_n)-\langle I'(u_n),u_n\rangle)=\left(\frac{\mu}{2}-1\right)+\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{u_nf(\boldsymbol{x},u_n)-\mu F(\boldsymbol{x},u_n)}{\|u_n\|_E^2}\mathrm{d}\boldsymbol{x}+$$

$$\left(2-\frac{\mu}{2}\right)\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{\omega\phi_{\omega_n}u_n^2}{\|u_n\|_E^2}\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{\phi_{\omega_n}^2u_n^2}{\|u_n\|_E^2}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\geqslant$$

$$\left(\frac{\mu}{2}-1\right)-C\int_{\boldsymbol{R}^3}\omega_n^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\left|2-\frac{\mu}{2}\right|\left|\int_{\boldsymbol{R}^3}\frac{\omega\phi_{\omega_n}u_n^2}{\|u_n\|_E^2}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\geqslant\right.$$

$$\left(\frac{\mu}{2}-1\right)-C\int_{\boldsymbol{R}^3}\omega_n^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\left|2-\frac{\mu}{2}\right|\omega^2\int_{\boldsymbol{R}^3}\omega_n^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}\geqslant\frac{\mu}{2}-1$$

从而推出 $0\geqslant\frac{\mu}{2}-1$ 与 $\mu>2$ 矛盾,由此得出 $\{u_n\}$ 在 E 中有界。由文献[11]知,E 嵌入 $L^s(\boldsymbol{R}^3)(2<s<6)$ 中是紧的,则在 $L^s(\boldsymbol{R}^3)$ 中有 $u_n\to u$,并且 $u_n\to u$ a. e. $\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^3$。因为

$$\|u_n-u\|_E^2=\langle I'(u_n)-I'(u),u_n-u\rangle+$$
$$\int_{\boldsymbol{R}^3}(f(\boldsymbol{x},u_n)-f(\boldsymbol{x},u))(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}+$$
$$2\omega\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}u_n-\phi_u u)(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}+$$
$$\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}^2u_n-\phi_u^2u)(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\qquad(10)$$

再由文献[12]中 Hölder 不等式和 Sobolev 嵌入不等式,可知

$$\left|\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}u_n-\phi_u u)(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right|=$$
$$\left|\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}-\phi_u)u_n(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}+\int_{\boldsymbol{R}^3}\phi_u(u_n-u)^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right|\leqslant$$
$$\left|\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}-\phi_u)u_n(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right|+\left|\int_{\boldsymbol{R}^3}\phi_u(u_n-u)^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right|\leqslant$$
$$\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}-\phi_u)^6\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{6}}\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(u_n)^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(u_n-u)^3\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{3}}+$$
$$\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}\phi_u^6\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{6}}\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(u_n-u)^3\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(u_n-u)^2\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$(11)$$

因为

$$\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}^2u_n)^{\frac{3}{2}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{2}{3}}\leqslant\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}\phi_{u_n}^6\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}u_n^3\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{3}}$$

所以

$$\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}^2u_n-\phi_u^2u)(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\leqslant$$
$$\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}^2u_n-\phi_u^2u)^{\frac{3}{2}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(u_n-u)^3\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{3}}\leqslant$$
$$\left[\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}^2u_n)^{\frac{3}{2}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)+\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_u^2u)^{\frac{3}{2}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)\right]^{\frac{2}{3}}\times$$
$$\left(\int_{\boldsymbol{R}^3}(u_n-u)^3\mathrm{d}\boldsymbol{x}\right)^{\frac{1}{3}}\qquad(12)$$

由于在 $L^s(\boldsymbol{R}^3)(2<s<6)$ 中,当 $n\to\infty$ 时,$u_n\to u$,综合式(11)和式(12),可知

$$\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}u_n-\phi_u u)(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\to0$$
$$\int_{\boldsymbol{R}^3}(\phi_{u_n}^2u_n-\phi_u^2u)(u_n-u)\mathrm{d}\boldsymbol{x}\to0$$

再结合式(10),可知在 E 中,$u_n\to u$,即泛函 I 满足局部(PS)条件。

最后,根据引理 2 可知,式(1)有无穷多个弱解。

参考文献(References):

[1] BENCI V, FORTUNATO D. Solitary Waves of the Nonlinear Klein-Gordon Equation Coupled with the Maxwell Equations [J]. Rev Math Phys, 2002, 14(4): 409—420

[2] BENCI V, FORTUNATO D. The Nonlinear Klein-Gordon Equation Coupled with the Maxwell Equations [J]. Nonlinear Anal,2001,47(9): 6065—6072

[3] CASSANI D. Existence and Non-existence of Solitary Waves for the Critical Klein-Gordon Equation Coupled with Maxwell's Equations[J]. Nonlinear Anal, 2004, 58(7—8): 733—747

[4] DAPRILE T, MUGNAI D. Non-existence Results for the Coupled Klein-Gordon-Maxwell Equations [J]. Adv Nonlinear Stud, 2004, 4(3): 307—322

[5] HE X. Multiplicity of Solutions for a Nonlinear Klein-Gordon-Maxwell System [J]. Acta Appl Math, 2014, 130:237—250

[6] DING L, LI L. Infinitely Many Standing Wave Solutions for the Nonlinear Klein-Gordon-Maxwell System with Sign-changing Potential [J]. Comput Math Appl, 2014, 68(5): 589—595

[7] LI L, TANG C L. Infinitely Many Solutions for a Nonlinear Klein-Gordon-Maxwell System [J]. Nonlinear Anal, 2014, 110:157—169

[8] CHEN S J, TANG C L. Multiple Solutions for Non-homogeneous SchröDinger-Maxwell and Klein-Gordon-Maxwell Equations on $\boldsymbol{R}^3$ [J]. Nonlinear Differential Equations Appl,2010, 17(5): 559—574

[9] CHEN S J, SONG S Z. The Existence of Multiple Solutions for the Klein-Gordon Equation with Concave and Convex Nonlinearities Coupled with Born-Infield Theory on $\boldsymbol{R}^3$[J]. Nonlinear Anal Real World Appl, 2017,38: 78—95

[10] 钟承奎,范先令,陈文源. 非线性泛函分析引论[M]. 兰州: 兰州大学出版社, 2004

ZHONG C K, FAN X L, CHEN W Y. Introduction to Nonlinear Functional Analysis [M]. Lanzhou: Lanzhou University Publishing House, 2004(in Chinese)

[11] BARTSCH T, WANG Z Q. Existence and Multiplicity Results for Some Super-linear Elliptic Problems on $\boldsymbol{R}^N$[J]. Comm Partial Differential Equations,1995, 20(9-10): 1725—1741

[12] BADIALE M, SERRA E. Semi-linear Elliptic Equations for Beginners [C]//Existence Results via the Variational Approach Universitext. London:Springer,2011

The Existence of Infinitely Many Solutions for a Class of Klein-Gordon-Maxwell System Involving the Coercive Potential

YUAN Dong-lei[1], HE Shu-wen[2], WEN Xiao-bo[2]

(1. School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715,China;
2. School of Science and Technology,Sichuan Minzu College, Sichuan Kangding 626001, China)

Abstract: The existence of infinite solutions of Klein-Gordon-Maxwell system with coercive potential is studied and proved under local (AR) condition. The unique term φ of the system is implicit function, which can't be expressed by u. Some techniques of lemmas and analysis are used to overcome this difficulty. Based on variational principle, the existence of infinite solutions of Klein-Gordon-Maxwell system with coercive potential is proved. The system with compulsory potential has the geometric structure of mountain path and satisfies (PS) condition. Combining with the symmetric mountain path lemma, the results of the existence of infinite solutions of the system are obtained.

Key words: Klein-Gordon-Maxwell system ; variational method ; symmetric mountain pass lemma; infinitely many solutions.

责任编辑:李翠薇

引用本文/Cite this paper:
苑东磊, 贺书文, 文小波. 一类带有强制位势的 Klein-Gordon-Maxwell 系统无穷多解的存在性[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2020,37(3):70—74
YUAN D L, HE S W, WEN X B. The Existence of Infinitely Many Solutions for a Class of Klein-Gordon-Maxwell System Involving the Coercive Potential[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition),2020,37(3): 70—74