doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2015.0009.023

融数学建模思想于数学分析教学的探讨*

张四保, 宋爱丽
(喀什师范学院 数学系, 新疆 喀什 844008)

摘　要:“数学分析”是数学类各专业的一门主干基础课程,该课程的教学存在着一定的难度;将数学建模思想与方法融入“数学分析”课程的教学是提高该课程教育教学质量与培养学生创新实践能力的一条有效途径,就融数学建模思想方法于数学分析教学过程中,提出几点想法.

关键词:数学分析;数学建模;思想;教学
中图分类号:G642;O141　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-058X(2015)09-0098-04

“数学分析”课程是数学类数学与应用数学、信息与计算科学、统计学等专业的一门主干基础课程.学好“数学分析”课程是学好其他一些后继课程如“微分方程”、“复变函数”、“实变函数”、“泛函分析”与“概率论与数理统计”等课程的必备基础.同时“数学分析”课程也是以更高层次、更深入地理解中学数学教材所必需的基础.通过“数学分析”课程基本知识的传授与相关习题、实例的训练,使学生养成严谨务实的学风,逻辑思维能力,分析和解决问题的能力有进一步提高.特别是注重学生发现问题、分析问题、解决问题的数学思想的培养.力争为把学生培养成既有严谨的逻辑思维能力、又有科学创新精神的人才打下良好的基础.因此该课程的教学好坏在一定程度上关系到学生数学思维与数学素质的培养与提高.

1　数学建模及其思想内涵

模型是为了一定目的,对客观事物的一部分进行简缩、抽象、提炼出来的原型的替代物,集中反映了原型中人们需要的那一部分特征.

数学模型(Mathematical Model)是关于部分现实世界和为一种特殊目的而做的一个抽象的、简化的结构.具体来说,数学模型就是为了某种目的,用字母、数字及其他数学符号建立起来的等式或不等式以及图表、图像、框图等描述客观事物的特征及其内在联系的数学结构表达式.

数学建模(Mathematical Modeling)简单理解就是建立数学模型的全过程,也就是在深入调查研究,了解实际问题,做出合理的简化假设,分析其内在规律等工作的基础上,获得数学模型,然后通过求解、计算得到的模型结果来解释实际问题,并接受实际的检验.数学建模的一般步骤如图 1 所示,全过程如图 2 所示.

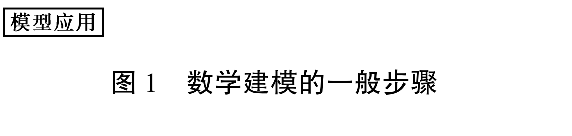

图 1　数学建模的一般步骤

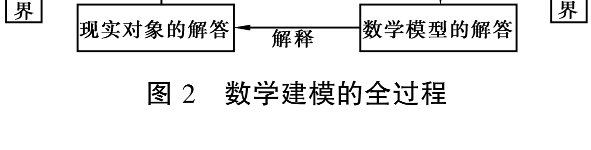

图 2　数学建模的全过程

收稿日期:2014-07-17;修回日期:2015-01-15.
*基金项目:喀什师范学院教研教改重点课题阶段性成果(KJGZ1301).
作者简介:张四保(1978-),男,江西峡江人,讲师,硕士,从事数论研究.

2　融数学建模思想于“数学分析”课程中的作用与意义

作为数学类最重要的基础课之一,数学科学的逻辑性和历史继承性决定了“数学分析”在数学科学中举足轻重的地位,数学的许多新思想,新应用都源于这一坚实的基础.“数学分析”由于对微积分在理论体系上的严格化和精确化,确立了在数学科学中的基础地位,并运用于自然科学的各个领域.同时,数学研究的主体是经过抽象后的对象,数学的思考方式有鲜明的特色,包括抽象化、逻辑推理、最优分析、符号运算等,这些知识和能力的培养需要通过系统、扎实而严格的基础教育来实现,“数学分析”课程正是其中最重要的一个环节.

“数学分析”的教学存在着诸多问题.例如,对于刚进入大学的新生,不太适应大学教师的教学方法与模式;学生认为“数学分析”课程过于抽象,与实际生活距离较远,对该课程缺乏学习热情和动力[1].融数学建模思想方法于“数学分析”课程的教学中,配合适量的数学模型内容进行教学,有利于学生对基础理论知识的掌握,提高学生分析问题、解决问题的数学实践应用能力,同时可以激发学生学习数学的积极性与热情,提高自身素质和素养.可以起到以下作用:激发学生的参与探索的兴趣;增强联系数学理论与实际运用的能力;促进“数学分析”教学的改革;提高大学生的数学素质.

3　融数学建模思想于“数学分析”教学

“数学分析”教学中要求掌握的很多内容可以看作是数学建模的模型求解阶段,比如函数的可微性、定积分、重积分、曲线积分、曲面积分的计算等[2].因此,在实际教学过程中,应适当结合数学模型的建模全过程来进行讲解,使学生了解问题的来龙去脉,逐步的进行分析、求解等,使学生在学习的过程中系统地了解与掌握分析问题、解决问题的思想与方法,以提高学生学习数学的兴趣,更好的培养学生应用数学的能力.

3.1　融数学建模思想于概念、定义教学之中

从恰当的案例中引入概念是将数学建模思想融入“数学分析”课程教学的重要形式[3].“数学分析”课程中有很多非常重要的概念,如函数、极限、连续、导数、微分、定积分、重积分、级数等,这些概念都是从一些具体问题出发,抓住其在数量关系等方面的共同本质和特性而加以概括、抽象出来的.在一些重要概念教学过程中,对概念的引入,任课教师要精心设计,这样在知识传授过程中,让学生学会数学思想、方法,领会数学的精神实质,知晓知识点的来龙去脉,使学生明白那些看似枯燥无味的概念不是头脑中所固有的,而是有着很强的现实背景,有其特有的物理原型和表象的.

例如,对于定积分概念,初学时学生倍感这一概念很抽象.其实,这一概念是在很多具体原型的基础之上抽象而得到的,如求曲边梯形的面积、旋转体的体积等.在教学过程之中可以将求曲边梯形面积作为原型,借助“不变代变”的思想,通过“分划→近似→求和→取极限”4 个步骤,最终将无限细分所得的近似值的极限定义为曲边梯形面积的值,从而这个几何问题得到解决[4].通过这一数学模型来进行教学,可以使学生更好地学习并理解这一概念,比把概念用抽象、不易理解的数学符号直接呈现给学生要生动、形象、有趣的多,更容易使学生记住、理解、掌握知识点,学习数学的热情势必会更高,可以达到事半功倍的教学效果.

又例如,在讲授无穷级数这一概念时,为了引入该概念,任课教师可以介绍“阿基里斯追龟悖论”.对于该悖论,教师在分析完该悖论的内容、产生的原因、哲学辨析之后,可建立简单的模型来解释,其详细过程可参见文献[5].芝诺悖论涉及到了无穷项求和,这是学生先前并未接触到的,只是熟知有限项求和的相关内容.教师引导学生利用已学的有限项求和概念,结合已学的极限理论,逐渐给出无穷项求和的可能性及基本方法,极大地激发学生学习的兴趣.

3.2 融数学建模思想于定理、结论教学之中

“数学分析”中有很多较为抽象、不易理解的定理,如何讲授这样的定理,使学生更容易理解、掌握与灵活运用定理解决一些实际问题,这是教学过程的一大难点[6].对于定理的证明,可将定理的结论视为是一个数学模型,将定理的条件视为模型的假设条件,即可根据预先设置好的问题情景逐步地引导学生发现定理的结论,最终建立相应的模型.这样融入数学建模思想于教学的方法,一方面使学生学到了数学知识,另一方面让他们体验到探索、发现和创造的过程,是培养学生意识与创新能力的好途径.

多年来,在讲授数学课程的过程中,常常会遇到学生提出这样一个问题:数学知识究竟有什么用? 许多学生知道数学知识有用,必须学好,但在实际生活中似乎又看不到数学有什么用,也不知道怎样用,在什么时候用,尤其是数学中的定理结论之类.这样一来,学生会丧失学习的兴趣.为了提高学生的兴趣,培养学生的数学应用能力,在一些定理、结论的教学过程中,适时增加一些数学模型的实例.

案例:椅子能在不平的地面上放稳吗[7]?

模型的假设:① 4 条腿一样长,椅脚与地面点接触,4 只脚连线呈正方形;② 地面高度连续变化,可视为数学上的连续曲面;③ 地面相对平坦,使椅子在任意位置至少 3 只脚同时着地.

模型的构成:利用正方形的对称性,以椅脚连线为对称,椅脚按 O 点进行旋转,其旋转示意图如图 3 所示,用 θ(对角线与 x 轴的夹角)表示椅子位置,4 只脚着地表明 4 个椅脚与地面的距离为零,其中这 4 个距离都是 θ 的函数.根据正方形对称性,4 个距离中可以进行组合,实际考虑两个距离:A,C 两脚与地面距离之和,用 $f(\theta)$ 表示;B,D 两脚与地面距离之和,用 $g(\theta)$ 表示.根据假设②可知,$f(\theta)$ 与 $g(\theta)$ 为连续函数,椅子在任意位置至少 3 只脚着地,于是正方形 $ABCD$ 绕 O 点旋转,对任意 θ,$f(\theta)$, $g(\theta)$ 中至少一个为 0.这样,椅子能不能在不平的地面上放稳这一问题转化为数学模型:已知 $f(\theta)$ 与 $g(\theta)$ 为连续函数,对任意 θ,$f(\theta)\cdot g(\theta)=0$,且 $g(\theta)=0$,$f(\theta)>0$, 证明存在 θ_0,使 $f(\theta_0)=g(\theta_0)=0$.

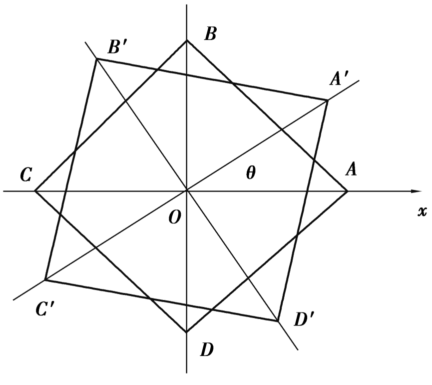

图 3 椅脚旋转示意图

模型求解:由连续函数的根的存在定理解决此问题.

这样把理论应用到实践中去,解决一些实际问题,可以达到加深理解,深化、巩固所学理论的作用.

3.3 融数学建模思想于作业之中

作业是学生经过独立思考,自觉、有目的地分析问题、解决问题,将学得的知识运用于实际的智力活动过程,是巩固新授知识,形成技能技巧,培养良好的思维品质,发展学生智力的重要途径,是课堂教学过程中不可跨越的一环.通过写作业可以检查学生学习的结果,加深对知识的理解和记忆,充分发挥学生的智慧和潜力,同时也有助于培养学生的思维能力.针对“数学分析”理论性较强的特点,有目的让学生解决一些实际问题.只有把理论应用到实践中去,解决几个实际问题,才能达到理解、深化、巩固所学理论的效果[8].在“数学分析”的习题课教学中,教师可根据实际情况适时将教材中的一些纯数学问题进行改编、加工成一些具有实际意义的应用题,引导学生运用所学的数学分析有关理论知识以及思想、方法来解决问题.这一过程事实上就是进行数学建模的过程.通过这样应用题目的解决,使学生能够更加深刻地体会到学习“数学分析”的乐趣和意义.

4　融数学建模思想于“数学分析”教学中应注意的问题

融数学建模思想于“数学分析”教学中,一定要把握度的问题,在一些问题上不要刻意去追求.由于课时有限,课堂教学过程中“插入”内容课时不宜安排过多,否则将会影响课程教学计划;但又不能“蜻蜓点水”,没有一定的深度.这就要求教师要充分研究“数学分析”教学内容,精选合适的案例,充分发挥数学建模的思想,并将之作为“数学分析”课程教学的延伸性和推广性内容来讲授.在这过程中,需注意以下几条:注意循序渐进性,切记急功近利;案例要精,反映主题;正确处理好与数学分析课程学习的关系.

5　结　语

目前,在全国大学生数学建模大赛活动的影响与推动下,“数学建模”与“数学实验”等课程已是各个高校高年级的选修或必修课程.“数学分析”是大一年级的基础课程之一,融数学建模思想、方法于“数学分析”课程的教学中,这对教育教学改革具有积极的意义,这将有助于提高学生应用数学意识与能力,逐渐提高学生利用数学理论与原理解决实际问题的能力.在具体实施的过程中,教师应处理好教学内容的“严谨性”和“实用性”的关系,以促进教育教学改革的持续良性发展.

参考文献:

[1] 师文英,陈俊敏,高红亚. 关于数学分析课程教学的几点思考[J]. 教育教学论坛,2011(27):141-142

[2] 徐艳艳,陈广贵. 关于如何激发学生学习数学分析课兴趣的几点思考[J]. 高等教育研究,2014,31(1):18-20

[3] 李声锋,张裕生,梅红. 将数学建模思想融入“数学分析”课程教学的探索与实践[J]. 赤峰学院学报,2011,27(7):247-248

[4] 王娟,侯玉双,刘兴薇,等. 数学建模思想在数学分析课程教学中的应用[J]. 科技信息,2013(23):42-44

[5] 罗朝晖. 关于数学建模思想渗入数学分析教学的思考[J]. 教育与职业,2007(20):114-115

[6] 黄敬频. 数学建模思想在数学分析课程教学中的应用[J]. 广西大学学报,2003,28(s):21-24

[7] 姜启源,谢金星,叶俊. 数学模型[M].4 版.北京:高等教育出版社,2011

[8] 韦程东,罗雪晴,程艳琴. 在数学分析教学中融入数学建模思想的探索与实践[J]. 高教论坛,2008(3):77-79

Discussion on Infiltrating the Idea of Mathematical Modeling in Mathematical Analysis Teaching

ZHANG Si-bao, SONG Ai-li

Department of Mathematics, Kashgar University, Kashgar 844008, China

Abstract: Mathematical Analysis is an essential course for the major of mathematical science. There are some difficulties in teaching this course. To infiltrate the idea and method of mathematical modeling in the Mathematical Analysis teaching can improve the quality of education and teaching, and it is one of the effective method of training students' innovative and practical ability. This paper proposes some thoughts on the infiltration.

Key words: Mathematical Analysis; mathematical modeling; idea; teaching