

文章编号:1672-058X(2013)04-0045-05

蚂蚁优化算法在解决 CVRP 中的应用

刘 瑛

(重庆理工大学 计算机科学与工程学院,重庆 400054)

摘 要:针对基本蚁群算法收敛性差,易于停滞的缺陷,通过引入信息素窗口限制信息素的最大最小值,只对迭代最好解进行信息素更新,判断汇聚情况进行信息素重新初始化,在每次迭代中加入局部搜索优化,在选择概率中加入与问题相关的参数等措施对蚁群进行优化,提高蚁群算法的收敛性,避免了算法的停滞现象。

关键词:CVRP;优化蚁群算法;车辆路径规划

中图分类号:TP301.6

文献标志码:A

运力限制的车辆路径问题 CVRP(Capacitated Vehicle Routing Problem)是最基本的车辆路径问题,它在 VRP 问题的基础上加了限制条件,即所有的车辆对同一商品具有相同的运载能力,每条路线上客户的配送总量要小于车辆的最大运载量。具体描述如下:一个配送中心,对同一种货物,使用具有相同最大运载能力的车辆,完成对需要配送货物数量已知的一组客户(或城市)的配送。问题的目标是使行车路线的运输费用最少。该问题有以下的限制条件:每个客户只能被一辆车服务且只能服务一次;所有的车辆必须从配送中心出席,最后回到配送中心;每条行车路线上的客户的配送总量不能超过车辆的最大运载量;每个客户需要配送的数量必须小于车辆的最大运载量。

简而言之,就是满足上述限制条件,用相同运载能力的车辆花最少的运输费用完成对所有客户点单一货物的配送。国外对物流配送车辆优化调度问题作了大量而深入的研究,该领域的代表人物有 Bodin, Christofides, Golden 等。在国内,有关车辆调度问题的研究是在 20 世纪 90 年代以后才逐渐兴起,比国外相对落后。国内研究对象主要是旅行商问题(Traveling Salesman Problem,简称 TSP)、中国邮递员问题(Chinese Postman Problem,简称 CPP)、有向中国邮递员问题(Directed Chinese Postman Problem,简称 DCPP)等,系统性研究还很少见到。西南交通大学的李军教授和郭耀煌教授对车辆优化调度的基础理论及各类问题进行了系统的研究。李大为等以 TSP 的最近距离启发式为基础,通过设置评价函数来处理时间窗约束,求解了简单的 VRP。另外在利用亚启发式优化算法(如遗传算法、神经网络方法、模拟退火等)对简单 TSP 的求解取得了一定成果。蔡延光等应用模拟退火法针对满载问题进行了求解。总体来说,目前我国对车辆调度问题的理论研究仍相对薄弱,需要进一步研究。

1 数学模型

CVRP 表示为赋权图 $G=(V,E)$,点集 $v=\{0,1,2,\dots,n\}$ 和边集 $E=\{(i,j),i,j\in V,i\neq j\}$,在点集中,0 表

收稿日期:2012-03-20;修回日期:2012-06-04.

作者简介:刘瑛(1987-),男,湖南衡阳人,硕士,从事智能计算研究.

示配送中心,其他点表示 n 客户,点 $i(i=0,1,2,\dots,n)$ 表示为配送中心和所有的客户点,在边集中,对应每条边 (i,j) ,非负值 C_{ij} 为 i 到点 j 的距离, g_i 代表客户点 i 的货物需求量, q 代表车辆的最大运载量。定义变量:

$y_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{点 } i \text{ 的任务由车辆 } k \text{ 完成} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$, $x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{车辆 } k \text{ 由点 } i \text{ 行驶至点 } j \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$, 则可得到车辆优化调度数学模型如下:

$$\min z = \sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

$$\sum_i g_i y_{ki} \leq q, \forall k \quad (2)$$

$$\sum_k y_{ki} = 1, i \in V - \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_i x_{ijk} = y_{kj}, j \in V; \forall k \quad (4)$$

$$\sum_k x_{ijk} = y_{ki}, i \in V; \forall k \quad (5)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} = |S_k|, 0 \in S_k \subseteq V, 2 \leq |S_k| \leq n-1, \forall k$$

$$S_{k1} \cap S_{k2} = \{0\}, \forall k1, \forall k2$$

$$\bigcup_k S_k = V$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ 或 } 1, i, j = 0, 1, \dots, n; \forall k$$

$$y_{ki} = 0 \text{ 或 } 1, i = 0, 1, \dots, n; \forall k$$

式(1)为问题的目标函数,表示完成所有客户配送,所用车辆行驶路线长度总和的最小值;式(2)表示第 k 辆车的配送客户的货物总量不能超过车辆的最大运载量 q ;式(3)表示每个客户 i 只能让一辆车进行配送服务,并且只能被服务一次;式(4)表示每辆车 k ,最多只能开往客户 j 一次;式(5)表示每辆车 k 最多只能离开客户 i 一次式(4)和式(5)结合在一起说明每辆车 k 对每个客户点进入一次,就必须离开一次,并且最多只能访问一次。

2 算法设计

2.1 基本蚂蚁算法求解 CVRP 问题的模型

蚂蚁算法解决 CVRP 问题,关键在于单只蚂蚁一次迭代如何构建整个问题的一个可行解。在一次迭代中,蚂蚁通过正确选择下一个可以访问的客户来进行移动,在选择下一个客户时,由于车辆运载能力限制,没有客户可选择时,就选择配送中心,然后开始下轮的蚂蚁循环,直到所有客户都被访问,寻找到问题的一个解,然后更新残留信息素完成一次迭代。蚂蚁在选择下一个可访问的客户时受到以下两个因素影响,一个是与连接当前客户 i 到选择客户 j 这条边相关的残留信息素 τ_{ij} ,另一个就是启发信息 η_{ij} ,一般的,启发信息 $\eta_{ij} = 1/c_{ij}$, c_{ij} 为两点的距离。在可访问的客户节点集 $allowed = \{j \in V, j \text{ 满足限制条件}\} \cup \{0\}$,依据随机性原则选择客户 j ,蚂蚁 k 从客户 i 出发下一站选择客户 j 的概率的计算方法如式(6):

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{j \in allowed_k} [\tau_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta} & j \in allowed_k \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

α 为残留信息素的相对重要程度, β 为启发信息(也叫可见性)的重要程度,通过调整 α, β 来决定残留信息素和启发信息在选择概率的相对作用大小。

蚂蚁 k 在找到一个问题的可行解后,开始根据解路径的长度 L_k 更新残留信息素。对每条边弧 $(i, j) \in L_k$,释放信息素 $\Delta\tau_{ij}^k = 1/L_k$ 。当前的最好解路径 L^* 将用 σ 精英蚂蚁(*elitist ant*)进行信息素加强,每个精英蚂

蚁释放在属于 L^* 的弧上释放额外信息素 $\Delta\tau_{ij}^* = 1/L^*$ 。此外,部分以前的残留信息将被挥发调, ρ 为信息素挥发系数,更新信息素公式(7)如下, m 为蚂蚁数量。

$$\tau_{ij}^{\text{new}} = (1 - \rho)\tau_{ij}^{\text{old}} + \sum_{k=1}^m \tau_{ij}^k + \sigma\Delta_{ij}^* \quad (7)$$

蚂蚁算法首先进行初始化,蚂蚁数量 m 设成和客户的数量 n 相等,每只蚂蚁在不同的客户点,算法初始化后,将上面两个步骤构造解路径和更新信息素循环执行指定的次数 I_{\max} 就是基本的蚂蚁算法模型。

2.2 局部搜索优化

2-opt 启发式搜索是通过对边的交换产生一个 2-opt 解路径,所谓的 2-opt 解路径就是通过交换任意不相邻的两边来缩短解路径的长度,直到以这种方式不能再缩短解路径为止。人工蚂蚁可以将 2-opt 搜索优化用到构造解的过程中。在每次迭代过程的最后,用 2-opt 对每只蚂蚁找到车辆路径进行局部搜索优化,然后再计算所有路径的长度,对优化后路径进行信息素更新。在蚂蚁算法中引入 2-opt 搜索优化过程,可以大大提高局部解路径的质量,加快蚂蚁算法的收敛速度。

2.3 问题相关的算法

CVRP 有一些特点能够用到蚂蚁算法中帮助改进蚂蚁算解路径的质量。在 CVRP 问题,不仅两个客户的相对路径对蚂蚁搜索路径很重要,而且这两个客户与配送中心的相对位置也很重要。利用节约量 μ_{ij} 可以判断连接客户 i 和客户 j 的可行性, $\mu_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$,节约量越大,表示在客户 i 选择客户 j 越好,将节约量与蚂蚁算法的转移概率联系起来,节约量越大,选择的概率就越大,即 $p_{ij} \sim \mu_{ij}^\gamma$,这样就能提高蚂蚁系统可行解的质量。

CVRP 有运力限制的约束条件,因此,高的运力利用率有利于找到问题的满意解。设 q_i 是车辆在客户 i 的总运载量,包括客户 i 的需要运输的货物量,从客户 i 到客户 j 的运力利用率 $k_{ij} = (q_i + g_j)/q$,将运力利用率和选择概率联系起来,运力利用率越大,选择概率越大,即 $p_{ij} \sim k_{ij}^\lambda$,将节约量和运力利用率加入大选择概率的求解过程中来对蚂蚁算法进行优化,这样在客户 i 选择客户 j 的选择概率公式(8)如下:

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta \cdot [\mu_{ij}]^\gamma \cdot [k_{ij}]^\lambda}{\sum_{i \in \text{allowed}_k} [\tau_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta \cdot [\mu_{ij}]^\gamma \cdot [k_{ij}]^\lambda} & j \in \text{allowed}_k \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

3 实例求解与分析

3.1 标准数据集测试

采用关于 CVRP 问题的标准测试数据集 E-n22-k4 来测试算法,对基本蚂蚁算法求解车辆路径问题的性能进行分析。E-22-k4 问题为 22 阶 CVRP,包括一个配送中心,21 个客户,至少要用 4 辆车进行配送,每辆车的最大运载量为 6 000,目前的最优解为 375。对基本蚂蚁算法(AS),进行局部搜索优化的蚂蚁算法(AS+LS),加入精英蚂蚁的蚂蚁算法(AS+E),加入与问题相关参数的算法(AS+P),以及融入所有改进的综合蚂蚁算法(AS+ALL)进行数据测试分析,分析各自的特点。AS+LS,AS+E,AS+P 都是在基本蚂蚁算法基础上进行某一方面的改进。最后,将 AS+ALL 用来解决几个标准的 CVRP 数据模型来验证算法的可行性。再对基本参数 $\alpha, \beta, \rho, \sigma, m$ 等进行初步性能测试之后,最终确定 $I_{\max} = 5\ 000, \alpha = 1, \beta = 1, \rho = 0.99, \gamma = 1, \sigma = 8, m = 10$ 。

表 1 几种蚁群算法的比较

E-33-k4	AS	AS+LS	AS+E	AS+P	AS+ALL
最优解	847	843	846	847	837
最差解	864	843	847	850	837
平均解	856.8	843	847	847.9	837
平均迭代次数	1 737	1 216	2 049	2 495.5	1 097

分析实验结果(表 1), AS 算法能够接近模型的最优解 835, 但是解的质量还是有些不够理想, 平均解只有 856.8, 稳定性较差, 最优和最差相差 17, 收敛速度差, 平均需迭代 1 737 次。AS+LS 算法将局部解进行交换优化, 使得算法有了很大改进, 平均解达到 843, 算法比较稳定, 最差的解为 843, 迭代的次数降低, 实际上, 通过局部优化将局部解优化, 在优化后的路径上释放信息素, 使得整个蚂蚁的搜索的过程向着更接近最优解的搜索空间进行搜索, 而且当蚂蚁迭代到一定的次数后, 结果变的稳定, 很难再找到更优解, 这时只能通过局部搜索优化来改进解。AS+E 算法使得算法是当前蚂蚁的搜索空间向着当前最好解的方向收敛, 加快了蚂蚁算法的收敛速度, 因此, 平均解达到 846.7, 解的质量相对 AS 有所提高, 数据中的平均迭代次数为 2 047, 相对 AS 有所提高, 因为算法搜索较好解是一个收敛过程, 在聚集信息素, 数据中最好解为 846, 而最差解为 847, 由于算法快速向着目前最好解进行收敛, 导致算法在局部最优解的停滞。AS+P 算法的解结果也比 AS 有了大的提高, 平均解为 847.9, 这说明在加入了与问题相关的信息后, 这里主要是指车辆路径问题中加入了节约量, 使得搜索过程向着满足问题限制得最短路径收敛, 和 AS+E 一样, AS+P 也会陷入停滞。将上述得改进措施都加入基本蚂蚁算法中, 蚂蚁算法在稳定性和最优性都得到了提高, 达到了较接近问题最优解的 837, 并且比较稳定, 平均解也是 837, 收敛速度也比 AS 有了明显的改进, 迭代次数为 1 097 次。

3.2 实例演示

配送中心向上海静安一中心小学新海隄小学、曹行、凌家里、朱家宅、车沟、西蔡六个配送点配送商品, 一辆车能配送 16 件, 静安一中心小学新海隄小学库需要 10 件, 曹行需要 3 件, 凌家里需要 2 件, 朱家宅需要 8 件, 车沟需要 3 件, 西蔡需要 3 件。初始信息如图 1 所示。

配送点号	配送点名称	X轴	Y轴	需求	早送达时	晚送达时	服务时间
1	上海...	0	0	0	0.0	0.0	0
2	曹行	-186.83	22.49	3	8.0	12.0	5
3	凌家里	75.41	2.27	3	8.0	12.0	2
4	朱家宅	300.51	1.84	6	8.0	12.0	3
5	车沟	-293.16	-71.54	6	8.0	12.0	3
6	西蔡	-323.06	-49.52	3	8.0	16.0	181

图 1 初始信息界面

参数的设置, 蚂蚁所留轨迹数量常数 $Q=10$, 轨迹强度重要性 $=1$, 能见度相对重要性 $=3.1$, 挥发系数常数 $=0.7$, 计算结果如图 2 所示。

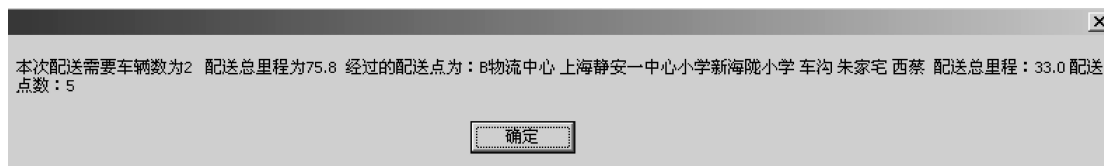


图2 计算结果

4 结 语

针对蚂蚁算法收敛性差,易停滞的特点,对蚂蚁算法进行了改进,获得了较好的效果。本文采用的是最基本的蚁群优化算法,算法虽然经过改进,但是稳定性不是很好,逼近精确解的程度在规模很大的情况下不是很理想,这就要求对算法进行进一步改进。

参考文献:

- [1] BODIN L, GOLDEN B, ASSAD A, et al. Routing and Scheduling of Vehicles and Crews [J]. The State of Art, Computers & Operations Research, 1983(10):101-103
- [2] CHRISTOFIDES N. Vehicle Routing in The Traveling Salesman Problem [J]. A Guide Tour of Combinatorial Optimization, 1985(5):7-9
- [3] GOLDEN B L, ASSAD A. Vehicle Routing, Methods and Studies [J]. Elsevier Science Publishers B, 1988(10):57-60
- [4] 李军, 郭耀煌. 物流配送车辆优化调度理论与方法 [M]. 北京: 中国物资出版社, 2001
- [5] 李大卫. 遗传算法在有时间窗车辆路径问题上的应用 [J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(8):101-103
- [6] 蔡延光, 钱积新, 孙优贤. 多重运输调度的模拟退火算法 [J]. 系统工程理论与实践, 1998, 10:11
- [7] 张波, 叶家玮, 胡郁葱. 模拟退火算法在路径优化问题中的应用 [J]. 中国公路学报, 2004(1):79-81
- [8] 严彬. 多种群蚁群算法的研究 [D]. 宁波大学, 2009

Application of Ant Swarm Optimization Algorithm to the Solution to CVRP

LIU Ying

(School of Computer Science and Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract: According to the disadvantage of basic ant swarm optimization algorithm such as weak convergence and easy stagnation, through importing pheromone windows to restrict the maximum value and minimum value of the pheromone, information renewal is conducted only on the optimal iterative solution, pheromone is reinitialized by judging the situation of the convergence, the solution optimization is added by local search procedure at the end of every iteration, and the ant swarm is optimized by the measures such as adding the parameters related to the problems in probability selection and so on, in order to improve the convergence of the ant swarm optimization algorithm and to avoid algorithm stagnation.

Key words: CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem); ant swarm optimization algorithm; vehicle routing planning