文章编号:1672-058X(2013)04-0008-05

素数 p 在 $Q(\sqrt[2l]{u})$ 上的分解

唐敏卫, 向巨波
(重庆师范大学 数学学院,重庆 401331)

摘 要: 设 Q 为有理数域,$F=Q(\sqrt[2l]{u})$(其中 l 是奇素数,$u\in N$),O_F 为域 F 对应的代数整数环. 运用局部域的方法彻底解决了任意素数 p 在代数整数环 O_F 中的素理想的分解问题,并且完全确定素数 p 在 O_F 中可能出现的素理想分解的具体形式.

关键词: 素理想; 局部域; Eisenstein 多项式

中图分类号: O156 **文献标志码:** A

如果 F 是含 m 次本原单位根的代数数域,文献[1]完全解决了 $F(\sqrt[l]{u})$ 中素理想分解问题,文献[2]通过平移扩张的方法讨论了该问题. 当 $F=Q(\sqrt[l^n]{u})$ 时,文献[3]解决了根号次数 l 和 l^2,进而文献[4]解决了 $F=Q(\sqrt[2l]{u})$ 中 $p\mid u$ 中素数 p 在 F 中的分解情况. 此处在前人的基础上彻底解决了所有素数 p 在 F 中的分解情况.

此处将采取一些记号:Q 为有理数;Q_P 为 p-adic 局部域;p 为素数;其他记号见文献[5].

引理 1[3] 设 $(p,l)=1,(p,u)=1$,则 $x^l\equiv u(\bmod p)$ 有解当且仅当 $u\in Q_p^l$.

引理 2[3] 设 $(p,u)=1,x^p\equiv u(\bmod p^2)$ 当且仅当 $u\in Q_p^l$.

引理 3[5] 设 E,F 是代数数域,$n=[F:E]$,$F=E(\alpha)$,$\alpha\in O_F$. $f(x)=x^n+c_1x^{n-1}+\cdots+c_n\in O_E[x]$ 是 α 在 E 上的极小多项式,P'' 为 E 上的素理想.

1) 如果 $f(x)$ 在局部域 $E_{P''}$ 上分解成 g 个不可约因式的乘积 $f(x)=f_1(x)f_2(x)\cdots f_g(x)$,其中 $f_i(x)(1\leqslant i\leqslant g)$ 是 $E_{P''}[x]$ 中不同的首一不可约多项式,则 g 为 P'' 在 O_F 中的不同素理想因子的个数,$n_1+n_2+\cdots+n_g=n$,其中 $n_i=\deg f_i(x)$.

2) 设 α_i 为 $E_{P''}$ 的代数闭包 Ω 中的一个根,P_i 为 E 上素除子 P'' 在 F 上的扩张,则 $F_{P_i}\cong E_{P''_i}(\alpha_i)(1\leqslant i\leqslant g)$,$e_if_i=n_i$,$e_i$ 和 f_i 分别为 $F_P/E_{P''}$ 的分歧指数和剩余类次数.

引理 4[7] 如果域 F 含有 m 次本原单位根,则多项式 $g(x)=x^m-u$ 在 F 上可约的充要条件是 $u\in F^n,n\mid m$.

引理 5[6] 设 L/K 是代数数域的扩张,$n=[L:Q]$. P 为 O_K 中的素理想,且

$$PO_L=B_1^{e_1}B_2^{e_2}\cdots B_g^{e_g},e_i\geqslant 1,g\geqslant 1$$

B_i 为 PO_L 在 O_L 中的素理想分解,$e_i=e(B_i/P)$,$f_i=f(B_i/P)$,$1\leqslant i\leqslant g$,则:

$$\sum_{i=1}^{g}e_if_i=n$$

$F=Q(\sqrt[2l]{u})$ 中,$u\in Q^l$ 或者 $u\in Q^2$,在文献[3]已经彻底解决了,所以只需要讨论 $u\notin Q^l$ 且 $u\notin Q^2$ 的情况.

收稿日期: 2012-10-16; **修回日期:** 2012-10-31.

作者简介: 唐敏卫(1988-),男,湖南张家界人,硕士研究生,从事代数数论的研究.

引理 6 设 $E=Q(\sqrt{u})$，$F=E(\xi_m)$（其中 ξ_m 为 l 次本原单位根），如果素数 $p\nmid m$，且 p 为 E 中的素理想，则 $pO_F=P_1P_2\cdots P_S$，$f(P_i|p)=f$ 为满足 $p^{2f}\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 中最小的正整数，$s=\varphi(m)/f$.

证明 由于 $d(F/E)=m^{\varphi(m)}/\prod\limits_{p|m}p^{\varphi(m)/(p-1)}$，而 $p\nmid m$，所以由 Dedekind 判别式定理知 p 在 F 中不分歧，即 $e(P_i\mid p)=1$，下面只要求出 $f(P_i\mid p)$ 值即可. 但 $f(P_i\mid p)$ 是 Frobenius 自同构的阶，而 $\left(\dfrac{F/E}{p}\right)$ 由 $\left(\dfrac{F/E}{p}\right)\alpha\equiv\alpha^{p^2}(\mathrm{mod}\ P)(\alpha\in O_F=O_E[\xi_m])$ 所刻画. 于是有 $\left(\dfrac{F/E}{p}\right)\xi_m\equiv{\xi_m}^{p^2}(\mathrm{mod}\ P)$，对于 $\left(\dfrac{F/E}{p}\right)$ 是 $\mathrm{Gal}(F/E)$ 中的元素，故有 $\left(\dfrac{F/E}{p}\right)\xi_m\equiv\xi_m^l$，$(l,m)=1$，所以 $\left(\dfrac{F/E}{p}\right)$ 的阶是满足 $l^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ m)$ 最小正整数. 对于 O_F/P 是特征为 p 的有限域，而 $p\nmid m$，当 $g(x)=x^m-1$ 看作 $O_F/P[x]$ 中的多项式时，$(g(x),g'(x))=1$，所以 x^m-1 在 O_F/P 中没有重根，所以 ξ_m 在 O_F/P 中的阶也是 m，于是由 $\xi_m^l\equiv\xi_m^{p^2}(\mathrm{mod}\ P)$ 可知 $l=p^2(\mathrm{mod}\ m)$，所以 $f(P\mid p)=f$ 为满足 $p^{2f}\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数.

由于 $P\nmid|O_F/O_E[\xi_m]|$ 进一步可知 $g(x)=1+x+x^2+\cdots+x^{\omega(m)}=f_1(x)\cdots f_s(x)(\mathrm{mod}\ P)$，其中 $f_i(x)$ 是 $O_F/P[x]$ 中不可约多项式，$\deg f_i(x)=f$.

引理 7 设 K 为代数数域，P 是 O_K 中的非零素理想，v_P 是 K 的 P 进赋值，则当 $|O_{(P)}/M_P|=N_{K/Q}(P)$ 时，$O_K/P\cong O_{(P)}/M_P$（其中 $O_{(P)}$ 为 K 的关于 v_P 赋值环，$M_{(P)}$ 为 $O_{(P)}$ 的唯一极大理想）.

证明 从定义知，$O_{(P)}=\{a\in K|v_P(a)\geqslant 0\}$，$M_P=\{a\in K|v_P(a)\geqslant 1\}$，于是很容易知道 O_K 是 $O_{(P)}$ 的子环，并且 $M_P\cap O_K=P$，于是有域的单同态 $O_K/P\to O_{(P)}/M_P$，又 $|O_{(P)}/M_P|=N_{K/Q}(P)$，而 $|O_K/P|=N_{K/Q}(P)$，所以同构.

由于 $p|u$ 的情况已经由文献[4]给出，故只讨论 $p\nmid u$ 的情况（下面不再说明）.

定理 1 设 $F=Q(\sqrt[2l]{u})$，$u\notin Q^l$ 且 $u\notin Q^2$，2 在 O_F 分解的情形如下：

（1）如果 $u\equiv 3(\mathrm{mod}\ 4)$ 则 $2O_F=(P_0P_1P_2\cdots P_S)^2$，其中 $f(P_0|2)=1$，其余的 $f(P_i|2)=f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$.

（2）如果 $u\equiv 1(\mathrm{mod}\ 8)$，则 $2O_F=P_0P_1\cdots P_SP_{00}P_{11}\cdots P_{SS}$，其中 $f(P_0|2)=f(P_{00}|2)=1$，其余的 $f(P_i|2)=f(P_{ii}|2)=f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$.

（3）如果 $u\equiv 5(\mathrm{mod}\ 8)$，则 $2O_F=P_0P_1P_2\cdots P_S$，其中 $f(P_0|2)=2$，其余的 $f(P_i|2)=2f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$.

证明 因为 $(2,l)=1$，所以 $\exists s,t$ 使得 $2s+lt=1$，所以 $u=u^{2s+lt}=u^{2s}u^{lt}$，故有 $Q(\sqrt[2l]{u})=Q(\sqrt{u},\sqrt[l]{u})$ $L=Q(\sqrt[l]{u})$；$E=Q(\sqrt{u})$，p 在 O_L 上对应的素理想用 P'_i 表示，p 在 O_E 上对应的素理想用 P''_i 表示，p 在 O_F 上对应的素理想用 P 来表示（后面证明中符号同上）.

（1）由于 $u\equiv 3(\mathrm{mod}\ 4)$，根据文献[5]可知 $2O_L=(P'')^2$，$f(P''|2)=1$，$e(P''|2)=2$. 又 $(2,l)=1$，由文献[3]中的定理 4 可知 $2O_L=P_0'P_1'P_2'\cdots P_S'$，其中 $e(P_i'|2)=1$，$f(P_0'|2)=1$，其余的 $f(P'_i|2)=f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$. 又因为 $e(P''|2)e(P_i|P'')=e(P_i'|2)e(P_i|P_i')$，所以 $2|e(P|P')$，由引理 5 可知 $e(P|P')=2$，$f(P|P')=1$. 所以 $P'_iO_F=P^2$，$2O_F=(P_0P_1P_2\cdots P_S)^2$，其中 $f(P_0|2)=1$，其余的 $f(P_i|2)=f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$.

（2）当 $u\equiv 1(\mathrm{mod}\ 8)$ 时，可知 $\sqrt{u}\in Q_2$，故 $E_{P''}\cong Q_2(\sqrt{u})=Q_2$. 由文献[5]可知 $2O_E=P''_1P''_2$，于是只需要弄清楚 P''_i 在 O_F 中的分解，$g(x)=x^l-u$ 为 E 上的极小多项式，则在 Q_2 上 $g(x)=u(y-1)(y^{l-1}+y^{l-2}+\cdots+1)$，令 $h(y)=y^{l-1}+y^{l-2}+\cdots+1$ 为 l 次本原多项式，根据素数在分圆域 $Q(\xi_l)$ 分解可知，$h(y)=f_1(y)\cdots f_s(y)(\mathrm{mod}\ 2)$，其中 $f_i(y)$ 都为 $(\mathrm{mod}\ 2)$ 上的不可约多项式，$\deg f_i=f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=$

$(l-1)/f$. 根据引理 7 和 Hensel 引理知,在 Q_2 上 $g(x)=(x-\sqrt[l]{u})f_1(x)\cdots f_s(x)$,由引理 3,知 $P''_iO_F=P_0P_1P_2\cdots P_S$,故 $2O_F=P_0P_1\cdots P_SP_{00}P_{11}\cdots P_{SS}$,其中 $f(P_0|2)=f(P_{00}|2)=1$,其余的 $f(P_i|2)=f(P_{ii}|2)=f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\bmod l)$ 的最小正整数,$s=(l-1)/f$.

(3) 当 $u\equiv 5(\bmod 8)$ 时,可知 $\sqrt{u}\in Q_2$,故 $E_{P''}\cong Q_P(\sqrt{u})=Q_2$,由文献[5]可知,$2O_E=P''$,于是只需要弄清楚 P'' 在 O_F 中的分解,$g(x)=x^l-u$ 为 E 上的极小多项式,则在 Q_2 上 $g(x)=u(y-1)(y^{l-1}+y^{l-2}+\cdots+1)$,令 $h(y)=y^{l-1}+y^{l-2}+\cdots+1$ 为 l 次本原多项式,故 $h(y)=f_1(y)\cdots f_s(y)(\bmod p)$,其中 $f_i(y)$ 都为 $(\bmod p)$ 上的不可约多项式,$\deg f_i=f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\bmod l)$ 的最小正整数,$s=(l-1)/f$. 根据引理 7 和 Hensel 引理知,在 Q_2 上 $g(x)=(x-\sqrt[l]{u})f_1(x)\cdots f_s(x)$,由引理 3 知,$P''O_F=P_0P_1P_2\cdots P_S$,故 $2O_F=P_0P_1\cdots P_S$,其中 $f(P_0|2)=2$,其余的 $f(P_i|2)=2f$ 为满足 $2^f\equiv 1(\bmod l)$ 的最小正整数,$s=(l-1)/f$.

定理 2 设 $F=Q(\sqrt[2l]{u})$,$u\notin Q^l$ 且 $u\notin Q^2$,l 在 O_F 分解的情形如下:

(1) $x^l\equiv u(\bmod l^2)$ 有解且 $\left(\frac{u}{l}\right)=1$ 时,$lO_F=P_0P_1(P_2P_3)^{P-1}$.

(2) $x^l\equiv u(\bmod l^2)$ 无解且 $\left(\frac{u}{l}\right)=1$ 时 $lO_F=(P_1P_2)^p$.

(3) $x^l\equiv u(\bmod l^2)$ 有解且 $\left(\frac{u}{l}\right)=-1$ 时 $lO_F=P_0P_1^{p-1}$,其中 $f(P_i|l)=2$.

(4) $x^l\equiv u(\bmod l^2)$ 无解且 $\left(\frac{u}{l}\right)=-1$ 时 $lO_F=P^p$.

证明

(1) $x^l\equiv u(\bmod l^2)$ 有解,由文献[3]可知,$lO_L=P'_0(P'_1)^{l-1}$,其中 $f(P_i'|l)=1$,$e(P_0'|l)=1$,$e(P_1'|l)=l-1$,而当 $\left(\frac{u}{l}\right)=1$ 时,由文献[5]可知 $lO_E=P''_1P''_2$,$e(P''_i|l)=f(P''_i|l)=1$,由 $e(P''_1|l)e(P_1|P''_1)=e(P_1'|l)e(P_1|P_1')$,可知 $l-1|e(P_1|P''_1)$,而 $e(P_1|P''_1)\leqslant l$,所以 $e(P_1|P''_1)=l-1$,由引理 5 知 $f(P_1|P''_1)=1$,所以 $P''_1O_F=P_1^{l-1}P_2$,其中 $e(P_2|P''_1)=f(P_2|P''_1)=1$. 再由 $f(P_i|l)=f(P''_i|l)f(P_i|P''_i)$,可以知 $f(P_1|l)=1$,$f(P_2|l)=1$. 再由 $e(P_i|l)=e(P''_i|l)e(P_i|P''_i)$ 可知 $e(P_2|l)=1$,$e(P_1|l)=l-1$,可知 lO_F 必有 $P_1^{l-1}P_2$ 理想,而 $e(P_i|P_i')\in\{1,2\}$,$f(P_i|P_i')\in\{1,2\}$,所以 $e(P_i|P_i')$ 只能等于 1,P'_0,P'_2 只能完全分裂. $lO_F=P_0P_1(P_2P_3)^{P-1}$.

(2) $x^l\equiv u(\bmod l^2)$ 无解且 $\left(\frac{u}{l}\right)=1$ 时,由文献[3]可知,$lO_L=(P')^l$,其中 $f(P'|l)=1$,$e(P'|l)=l$. 当 $\left(\frac{u}{l}\right)=1$ 时,由文献[5]可知 $lO_E=P''_1P''_2$,$e(P''_i|l)=f(P''_i|l)=1$,由 $e(P''_i|l)e(P_i|P''_i)=e(P'|l)e(P_i|P')$ 可知 $l|e(P_i|P''_i)$,所以 $e(P_i|P''_i)=l$,$P''_iO_F=P_i^l$,所以 $lO_F=(P_1P_2)^l$.

(3) $x^l\equiv u(\bmod l^2)$ 有解,由文献[3]可知,$lO_L=P'_0(P'_1)^{l-1}$,其中 $f(P_i'|l)=1$,$e(P_0'|l)=1$,$e(P_1'|l)=l-1$. 当 $\left(\frac{u}{l}\right)=-1$ 时,由文献[5]可知 $lO_E=P''$,其中 $f(P''|l)=2$,由 $f(P''|l)f(P_i|P'')=f(P_i'|l)f(P_i|P_i')$ 可知 $2|f(P_i|P_i')$,则有 $f(P_i|P_i')=2$,再由引理 5 可知 $e(P_i|P_i')=1$,所以 P_i' 在 O_F 上惯性,$lO_F=P_0(P_1)^{l-1}$,其中 $f(P_i|l)=2$.

(4) $x^l\equiv u(\bmod l^2)$ 无解且 $\left(\frac{u}{l}\right)=-1$,由文献[3]可知,$lO_L=(P')^l$,其中 $f(P'|l)=1$,$e(P'|l)=l$.

(5) 当 $\left(\frac{u}{l}\right)=-1$ 时,由文献[5]知,$lO_E=P''$,其中 $f(P''|l)=2$. 由 $f(P''|l)f(P|P'')=f(P'|l)f(P|P')$ 可知 $2|f(P|P')$,则有 $f(P|P')=2$,再由引理 5 可知 $e(P|P')=1$,所以 P_i' 在 O_F 上惯性,$lO_F=P^l$.

定理 3　设 $F=Q(\sqrt[2l]{u})$，$u\notin Q^l$ 且 $u\notin Q^2$，$p\neq 2,l$，则 p 在 O_F 分解的情形如下：

（1）$x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 有解且 $\left(\frac{u}{p}\right)=1$，$pO_F=P_0P_1\cdots P_SP_{00}P_{11}\cdots P_{SS}$，其中 $f(P_0|p)=f(P_{00}|p)=1$，其余 $f(P_i|p)=f(P_{ii}|p)=f$ 为满足 $p^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$.

（2）$x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 有解且 $\left(\frac{u}{p}\right)=-1$，则 $pO_F=P_0P_1P_2\cdots P_S$，其中 $f(P_0|p)=2$，其余的 $f(P_i|p)=2f$ 为满足 $p^{2f}\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$.

（3）$x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 无解且 $\left(\frac{u}{p}\right)=1$ 时，$pO_F=P_1P_2$，其中 $f(P_i|p)=l$.

（4）$x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 无解且 $\left(\frac{u}{p}\right)=-1$ 时，$pO_F=P$.

证明

（1）$x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 有解且 $\left(\frac{u}{p}\right)=1$ 时，由引理 1 可知 $\sqrt{u}\in Q_p$，故 $E_{P''i}\cong Q_P(\sqrt{u})=Q_p$. 由文献[5]可知 $pO_E=P''_1P''_2$，于是只需要弄清楚 P''_i 在 O_F 中的分解. $g(x)=x^l-u$ 为 E 上的极小多项式，则在 Q_p 上 $g(x)=u(y-1)(y^{l-1}+y^{l-2}+\cdots+1)$，令 $h(y)=y^{l-1}+y^{l-2}+\cdots+1$ 为 l 次本原多项式，故 $h(y)=f_1(y)\cdots f_s(y)(\mathrm{mod}\ p)$，其中 $f_i(y)$ 都为 $(\mathrm{mod}\ p)$ 上的不可约多项式，$\deg f_i=f$ 为满足 $p^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$. 根据引理 7 和 Hensel 引理知，在 Q_p 上 $g(x)=(x-\sqrt[l]{u})f_1(x)\cdots f_s(x)$，由引理 3 知，$P''_iO_F=P_0P_1P_2\cdots P_S$，故 $pO_F=P_0P_1\cdots P_SP_{00}P_{11}\cdots P_{SS}$，其中 $f(P_0|p)=f(P_{00}|p)=1$，其余的 $f(P_i|p)=f(P_{ii}|p)=f$ 为满足 $p^f\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$.

（2）$x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 有解且 $\left(\frac{u}{p}\right)=-1$ 时，由引理 1 可知 $\sqrt{u}\notin Q_p$ 且 $\sqrt[l]{u}\in Q_p$，故 $E_{P''}\cong Q_P(\sqrt{u})$. 由文献[5]可知 $pO_E=P''$，于是只需要弄清楚 P'' 在 O_F 中的分解. $g(x)=x^l-u$ 为 E 上的极小多项式，则在 $Q_p(\sqrt{u})$ 上 $g(x)=u(y-1)(y^{l-1}+y^{l-2}+\cdots+1)$，令 $h(y)=y^{l-1}+y^{l-2}+\cdots+1$ 为 l 次本原多项式，由引理 6 知 $h(y)=f_1(y)\cdots f_s(y)(\mathrm{mod}\ P'')$，其中 $f_i(y)$ 都为 $(\mathrm{mod}\ P'')$ 上的不可约多项式，$\deg f_i=f$ 为满足 $p^{2f}\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$. 由于 p 在 O_E 上惯性，于是在域 O_E/P'' 上 $h(y)=f_1(y)\cdots f_s(y)$，根据引理 7 和 Hensel 引理知，在 $Q_p(\sqrt{u})$ 上，$g(x)=(x-\sqrt[l]{u})f_1(x)\cdots f_s(x)$，由引理 3 知 $P''O_F=P_0P_1P_2\cdots P_S$，故 $pO_F=P_0P_1\cdots P_S$，其中 $f(P_0|p)=2$，其余的 $f(P_i|p)=2f$ 为满足 $p^{2f}\equiv 1(\mathrm{mod}\ l)$ 的最小正整数，$s=(l-1)/f$.

（3）$x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 无解且 $\left(\frac{u}{p}\right)=1$ 时，因为 $x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 无解，由文献[3]的定理 4 知 $pO_L=P'$，其中 $f(P'|p)=l$. 又 $\left(\frac{u}{p}\right)=1$，$p\neq 2$，$l$ 且 $(p,u)=1$，从文献[5]知 $pO_E=P''_1P''_2$，$e(P''_i|p)=f(P''_i|p)=1$，根据 $f(P''_i|p)f(P_i|P''_i)=f(P'|p)f(P_i|P')$ 可知，$l|f(P_i|P''_i)$，再根据引理 5 可知 $f(P_i|P''_i)=l$，$e(P_i|P''_i)=1$. 故 $P''_iO_F=P_i$，所以 $pO_F=P_1P_2$，其中 $f(P_i|p)=l$.

（4）$x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 无解且 $\left(\frac{u}{p}\right)=-1$ 时，因为 $x^l\equiv u(\mathrm{mod}\ p)$ 无解，由文献[3]的定理 4 知 $pO_L=P'$，其中 $f(P'|p)=l$. 又 $\left(\frac{u}{p}\right)=-1$，$p\neq 2$，$l$ 且 $(p,u)=1$，从文献[5]知 $pO_E=P''$，同理可知 $P''O_F=P$，所以 $pO_F=P$.

参考文献:

[1] HECKE E. Lecture on Theory of Algebraic Number[M]. New York:Springer-Verlag,1981

[2] HAO Y F,GAO E W,ZHANG J X. Decomposition of prime ideal (p) over $Q(u^{1/l})$[J]. Journal of Mathematics,2002,22(1):94-96

[3] 薄丽玲,岳勤. 素数在域 $Q(\sqrt[lm]{u})$ 上素理想分解[J]. 中国科学院研究生院学报,2006,23(5):588-591

[4] 王剑飞. 素理想(p)在数域 $Q(\sqrt[2m]{u})$ 上的分解[J]. 辽东学院学报,2010,09(3):248-250

[5] 冯克勤. 代数数论[M]. 北京:科学出版社,2002

[6] 占金虎,滕艳辉. 素数 p 在 $Q(\sqrt[6]{u})$ 中的素理想分解问题[J]. 纯粹数学与应用数学,2009,12(4):760-763

Decomposition of Prime Ideal p over $Q(\sqrt[2l]{u})$

TANG Min-wei, XIANG Ju-bo

(College of Mathematics, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

Abstract: Assume Q as the field of rational number, $F=Q(\sqrt[2l]{u})$ (l is an odd prime number and $u\in N$), O_F is algebraic integer ring of the corresponding field F. In this paper, the problem of ideal decomposition of every prime number p in the algebraic integer ring O_F has been completely solved by using the method of local field, and the possible specific type of decomposition of prime ideal p in O_F has been completely determined.

Key words: prime ideal; local field; Eisenstein polynomial

责任编辑:李翠薇

(上接第7页)

Shift Mapping Rigidity and Almost Equicontinuity over Double Reverse Limit Space

ZHANG Jie, JIN Yu-guang

(School of Mathematics, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract: Some properties of shift mapping $\sigma_f o \sigma_g : \varprojlim(X, fog) \to \varprojlim(X, fog)$ over double reverse limit space of continuous mapping $f: X\to X$, $g: X\to X$ over non-empty compact metric space are studied, if f, g is surjection, then shift mapping $\sigma_f o \sigma_g$ is weak rigidity (uniform rigidity) if and only if $f \circ g$ is weak rigidity (uniform rigidity), $f \circ g$ is almost equi-continuous, then $\sigma_f o \sigma_g$ is also almost equi-continuous.

Key words: double reverse limit space; shift mapping; weak rigidity; uniform rigidity; almost equi-continuity

责任编辑:李翠薇