文章编号:1672 - 058X(2013)01 - 0010 - 06

单目标机会约束规划逼近问题的稳定性分析

王俊林[1], 霍永亮[2]
(1. 重庆师范大学 数学学院,重庆 401331;2. 重庆文理学院 数学与统计学院,重庆 永川 402160)

摘　要: 对机会约束规划逼近问题最优解集的上半收敛性进行了研究;在一定意义下,利用概率测度的收敛性,给出了逼近问题目标函数的连续收敛性,并通过上图收敛理论,得到了机会约束规划逼近问题的最优解集上半收敛于初始机会约束规划问题的最优解集.

关键词: 分布收敛;上半收敛;K-收敛;稳定性;上图收敛

中图分类号: O221.5　　　　**文献标志码:** A

机会约束规划由查纳斯(A. Charnes)和库伯(W. W. Cooper)于 1959 年提出,作为随机规划的一个分支,当问题介入的随机变量个数较多时,决定区域和期望中的多重积分求法比较难,使得非线性规划的许多算法失效,于是常利用某种逼近方法来求解随机规划问题[1]. 由于概率的扰动性,这就产生了最优值与最优解集在数量与性质方面的稳定性问题. 为了研究逼近解更好地接近初始问题的解,近年来有许多学者以各种形式构造机会约束规划问题的最优解集、有效解集及弱有效解集的逼近方法. 其中文献[2]基于切平面的产生及算法研究了非线性机会约束规划的最优解;文献[3]以概率测度的某种收敛性分析随机规划问题逼近最优解的稳定性,得到了逼近解的一些相关结论;文献[4,5]对随机规划逼近问题作了一些稳定性分析;文献[6]提出概率约束规划的概率目标模型并以一种逼近算法求解,讨论了其算法的有效性;文献[8,9]研究了随机规划的上图收敛及方法等. 关于机会约束规划问题逼近的稳定性方向,此处在文献[3,7,12-14]的启发下从单目标机会约束规划问题最优值函数着手, 以分布收敛、K-收敛、上图收敛、上半收敛等工具进一步分析了问题的逼近解及其稳定性.

考虑如下单目标机会约束规划模型:

$$\begin{cases}\min\ P(f(x,\xi)\leqslant 0)\\ \text{s.t.}\quad P(g_i(x,\xi)\leqslant 0, i=1,2,\cdots,d)\geqslant a, x\in D\end{cases}\tag{1}$$

其中,$x=(x_1,x_2,\cdots,x_{\mathbf{N}})^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$,$\xi$ 为定义在完备型概率空间(Ω,F,P)上的 m 维连续随机向量,确定性约束集 $D\subset\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ 是紧致的,$B(\mathbf{R}^{\mathbf{N}})$表示 $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ 中的 Borel 子集全体,P 是定义在 $B(\mathbf{R}^{\mathbf{N}})$上的概率测度全体,$f$:$\mathbf{R}^{\mathbf{N}}\times\mathbf{R}^m\to R$, g:$\mathbf{R}^{\mathbf{N}}\times\mathbf{R}^m\to\mathbf{R}^d$,$\mathbf{N}$ 为自然数全体. 问题(1)的可行集、最优解集分别为 S_0 和 P_0.

设$\{\xi_n\}$为 ξ 的离散化随机变量序列,且随机变量序列按分布收敛于 ξ_0,记作 $\xi_n\xrightarrow{d}\xi_0$,则问题(1)的逼近模型为:

$$\begin{cases}\min P(f(x,\xi_n)\leqslant 0)\\ \text{s.t.}\quad P(g_i(x,\xi_n)\leqslant 0, i=1,2,\cdots,d)\geqslant a\\ x\in D\end{cases}\tag{2}$$

收稿日期: 2012 - 05 - 25;**修回日期:** 2012 - 06 - 07.

作者简介: 王俊林(1986 -),男,重庆人,硕士研究生,从事随机最优化研究.

问题(2)的可行集和最优集分别记为 S_n 和 P_n.

设 $\mu_0 = P\circ\xi^{-1}$,$\mu_n = P\circ\xi_n^{-1}$,则$\{\mu_0;\mu_n,n\in\mathbf{N}\}$为 $P(\mathbf{R}^m)$中的概率测度族. 记

$$H(x) \overset{\text{def}}{=} \{u \in \mathbf{R}^m : f(x,u) \leqslant 0\}$$

$$h(x) \overset{\text{def}}{=} \{u \in \mathbf{R}^m : g_i(x,u) \leqslant 0, i = 1,2,\cdots,d\}$$

则有

$$P\{f(x,\xi) \leqslant 0\} = P\{\xi \in H(x)\} = \mu_0(H(x))$$

$$P\{f(x,\xi_n) \leqslant 0\} = P\{\xi_n \in H(x)\} = \mu_n(H(x))$$

$$P\{g_i(x,\xi) \leqslant 0, i = 1,2,\cdots,d\} = P\{\xi \in h(x)\} = \mu_0(h(x))$$

$$P\{g_i(x,\xi_n) \leqslant 0, i = 1,2,\cdots,d\} = P\{\xi_n \in h(x)\} = \mu_n(h(x))$$

于是问题(1)和(2)转化成了与其等价的确定性机会约束规划模型:

$$\begin{cases} \min \mu_0(H(x)) \\ \text{s.t.} \quad \mu_0(h(x)) \geqslant a \\ x \in D \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases} \min \mu_n(H(x)) \\ \text{s.t.} \ \mu_n(h(x)) \geqslant a \\ x \in D \end{cases} \tag{4}$$

则问题(3)的目标函数、可行集及最优解集记为 $Q(x,\mu_0)$,$S(\mu_0)$及 $P(\mu_0)$;问题(4)的目标函数、可行集及最优解集记为 $Q(x,\mu_n)$,$S(\mu_n)$及 $P(\mu_n)$.

$$S(\mu_0) = \{x \in D \subset \mathbf{R}^{\mathbf{N}} : \mu_0(h(x)) - \alpha \geqslant 0\}$$

$$P(\mu_0) = \{x \in S_0 \subset \mathbf{R}^{\mathbf{N}} : Q(x,\mu_0) = \min Q(x,\mu_0)\}$$

$$S(\mu_n) = \{x \in D \subset \mathbf{R}^{\mathbf{N}} : \mu_n(h(x)) - \alpha \geqslant 0\}$$

$$P(\mu_n) = \{x \in S_n \subset \mathbf{R}^{\mathbf{N}} : Q(x,\mu_n) = \min Q(x,\mu_n)\}$$

令

$$\delta_S(x) = \begin{cases} 0, x \in S \\ +\infty, x \notin S \end{cases}$$

于是由问题(3)和(4)可以得到无约束的规划型问题(5) 和 (6)

$$\min \{Q(x,\mu_0) + \delta_{S(\mu_0)}(x)\} \tag{5}$$

$$\min \{Q(x,\mu_n) + \delta_{S(\mu_n)}(x)\} \tag{6}$$

问题 (5) 和(6)的最优解集分别记为 $\tilde{P}(\mu_0)$,$\tilde{P}(\mu_n)$,则等价性问题的最优解集有如下关系:

$$P(\mu_0) = \tilde{P}(\mu_0); \quad P(\mu_n) = \tilde{P}(\mu_n)$$

主要以函数的上图收敛、上半收敛等刻划逼近问题最优解集的稳定性,考虑到 $\xi_n \xrightarrow{d} \xi$ 等价于 $\mu_n \xrightarrow{w} \mu$,于是问题(2)逼近(1)的最优解就等价于问题(6)逼近(5)的最优解.

1　上图收敛

引理 1　设$\{\mu_0;\mu_n,n\in\mathbf{N}\}$为 $B(\mathbf{R}^{\mathbf{N}})$上的概率测度族, 则下列条件等价:

(1) $\mu_n \xrightarrow{w} \mu$.

(2) 对任意的$\{A_n,n\in\mathbf{N}\}\subset B(\mathbf{R}^{\mathbf{N}})$, 且$\limsup\limits_{n\to\infty} A_n \subset A_0$,则$\limsup\limits_{n\to\infty} \mu_n(A_n) \leqslant \mu_0(A_0)$.

(3) 对任意的$\{A_n, n\in\mathbf{N}\}\subset B(\mathbf{R}^{\mathbf{N}})$, 且 $\limsup\limits_{n\to\infty} A_n^c\subset A_0^c$, 则$\liminf\limits_{n\to\infty}\mu_n(A_n)\geqslant\mu_0(A_0)$.

证明 参见文献[3]的定理 1.1.

定义 1[3] 令:

$$\liminf_{n\to\infty} S_n = \{x = \mathbf{R}^{\mathbf{N}}: x = \lim_{n\to\infty} x_n, x_n \in S_n, \forall n \geqslant n_0\}$$

$$\limsup_{n\to\infty} S_n = \{x = \mathbf{R}^{\mathbf{N}}: x = \lim_{k\to\infty} x_{n_k}, x_{n_k} \in S_{n_k}, \forall k \in \mathbf{N}\}$$

如果有$\limsup\limits_{n\to\infty} S_n\subset S_0\subset\liminf\limits_{n\to\infty} S_n$ 成立, 称集合序列$\{S_n\}K-$收敛于 S_0,记 $S_n\xrightarrow{K}S_0$.

定义 2[10] 称集合 $S(\mu_0)$是正则的,指 $S(\mu_0)=\mathrm{cl}\ S(\mu_0)^{\circ}$, 且 $S(\mu_0)^{\circ}\neq\varnothing$,其中 cl 表示闭包,$S(\mu_0)^{\circ}=\{x\in D\subset\mathbf{R}^{\mathbf{N}}:\mu_0(h(x))-\alpha>0\}$.

引理 2 若 $\mu_n\xrightarrow{w}\mu_0$ 且对任意的 $x_0\in D$,x_n 在 D 上收敛于 x_0,$f(x,\xi)$在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上连续且有界,则有

$$\lim_{n\to\infty} Q(x_n,\mu_n) = Q(x_0,\mu_0)$$

证明 要证 $Q(x_n,\mu_n)$在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上连续,即要证其在 $D\times\mathbf{R}^m$ 内上半连续且下半连续.

情形 1 当$f(x,\xi)$在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上下半连续时,设 $x_0\in D$ 且 $x_n\to x_0$,令 $\xi_0\in\limsup\limits_{n\to\infty} H(x_n)$,其中

$$\limsup_{n\to\infty} H(x_n) = \{\xi \in \mathbf{R}^m: \xi = \lim_{k\to\infty}\xi_{n_k}, \xi_{n_k} \in H(x_{n_k}), \forall k \in \mathbf{N}\}$$

则存在 $\xi_{n_k}\to\xi_0$,使得 $\xi_{n_k}\in H(x_{n_k})$,即有 $f(x_{n_k},\xi_{n_k})\leqslant 0$. 因为 $f(x,\xi)$ 在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上的下半连续性,则有 $f(x_0,\xi_0)\leqslant 0$,即 $\xi_0\in H(x_0)$,故$\limsup\limits_{n\to\infty} H(x_n)\subset H(x_0)$,对 $\forall\mu_0\in P(\mathbf{R}^m)$且 $\mu_n\xrightarrow{w}\mu_0$ 和对 $\forall x_0\in\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ 且 $x_n\to x_0$, 由引理 1 的(2),有

$$\limsup_{n\to\infty}\mu_n(H(x_n)) \leqslant \mu_0(H(x_0))$$

情形 2 当$f(x,\xi)$在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上上半连续时,设 $x_0\in D$ 且 $x_n\to x_0$,$\xi_0\in\limsup\limits_{n\to\infty}(H(x_n))^c$, 则存在 $\xi_{n_k}\to\xi_0$,使得 $\xi_{n_k}\in(H(x_{n_k}))^c$, 有 $\xi_{n_k}\in\{\xi\in\mathbf{R}^m: f(x_{n_k},\xi)>0\}$, 即 $f(x_{n_k},\xi_{n_k})>0$,由 $f(x,\xi)$的上半连续性,有 $f(x_0,\xi_0)>0$. 则有 $\xi_0\notin H(x_0)$,即 $\xi_0\in(H(x_0))^c$. 故$\limsup\limits_{n\to\infty}(H(x_n))^c\subset(H(x_0))^c$,由引理 1 的(2)可知,对 $\mu_n\xrightarrow{w}\mu_0$ 和对 $\forall x_0\in\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$,且 $x_n\to x_0$,有

$$\liminf_{n\to\infty}\mu_n(H(x_n)) \geqslant \mu_0(H(x_0))$$

综上情形 1 和情形 2 的证明,知$\lim\limits_{n\to\infty} Q(x_n,\mu_n)=Q(x_0,\mu_0)$成立.

定理 1 设 $g_i(x,\mu)$ $(i=1,2,\cdots,d)$在 $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}\times\mathbf{R}^m$ 上连续,且满足:

(1) $\mu_n\xrightarrow{w}\mu_0$.

(2) 对每个给定的 $x\in\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$,$\mu_0(N(x))=0$. 其中 $N(x)=\{\mu\in\mathbf{R}^m: g_i(x,\mu)=0, i=1,2,\cdots,d\}$.

(3) $S(\mu_0)=\mathrm{cl}\ S(\mu_0)^{\circ}$, 且 $S(\mu_0)^{\circ}\neq\varnothing$.

则 i) 存在 N_0, 当 $n\geqslant N_0$ 时,$S(\mu_n)$是非空紧集.

ii) $S(\mu_n)\xrightarrow{K}S(\mu_0)$.

证明 i)由定理 1 的(3)可知 $S(\mu_0)^{\circ}\neq\varnothing$. 令任意 $x_0\in S(\mu_0)^{\circ}$, $x_0\in D$ 且 $\mu_0(h(x_0))-\alpha>0$,设$\beta=\mu_0(h(x_0))-\alpha$,即$\beta>0$,由定理 1 的(2)知对每个固定的 $x_0\in\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$,有 $\mu_0(N(x_0))=0$,又由文献[3],定理 5.6 可知, 对任意给定 $\varepsilon>0$,使得$0<\varepsilon<\beta$时,存在 N_0, 当 $n\geqslant N_0$ 时,有

$$0 \leqslant \mu_0(h(x_0)) - \alpha - \varepsilon \leqslant \mu_n(h(x_0)) - \alpha$$

于是当 $n\geqslant N_0$ 时,有 $x_0\in S(\mu_n)$, 即 $S(\mu_0)^{\circ}\subset S(\mu_n)\subset D$,由 D 的紧性知,S_n 是非空紧集.

ii) 由 $g_i(x,\mu)(i=1,2,\cdots,d)$在 $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}\times\mathbf{R}^m$ 上连续及 $\mu_n\xrightarrow{w}\mu_0$ 可知,$\limsup\limits_{n\to\infty} S(\mu_n)\subset S(\mu_0)$. 下证:$S(\mu_0)\subset\liminf\limits_{n\to\infty} S(\mu_n)$. 不妨设 $x_0\in S(\mu_0)$,由可行集 $S(\mu_0)$为正则的, 则必存在$\{z_n\}\subset S(\mu_0)^{\circ}$,使得 $z_n\to x_0$,由 i)的

证明过程可知，对 $\forall z_n$，$\exists N_n$ 时，有 $z_n \in S(\mu_n)$，于是可以构造如下数列：

$$x_n = \begin{cases} z_1, N_1 \leqslant n < \max\{N_1, N_2\} + 1 \\ z_2, \max\{N_1, N_2\} + 1 \leqslant n < \max\{N_1, N_2, N_3\} + 1 \\ \vdots \end{cases}$$

从序列的构造可得，对所有的 $n \geqslant N_1$，有 $x_n \in S(\mu_n)$. 又由 $z_n \to x_0$，故 $x_0 \in \liminf\limits_{n\to\infty} S_n$，于是由定义 1 可知 $S(\mu_n) \xrightarrow{K} S(\mu_0)$.

定义 3[9,10]　设函数序列 $\{f_n : \mathbf{R}^{\mathbf{N}} \times \mathbf{R}^m \to \overline{\mathbf{R}}, n \in \mathbf{N}\}$ 和函数 $f: \mathbf{R}^{\mathbf{N}} \times \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}$，若有

i）对 $\forall x_0 \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$，$x_n \to x_0$，有 $\liminf\limits_{n\to\infty} f_n(x_n) \geqslant f(x_0)$.

ii）对 $\forall x_0 \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$，$\exists x_n \to x_0$，有 $\limsup\limits_{n\to\infty} f_n(x_n) \leqslant f(x_0)$.

则称函数序列 $\{f_n : \mathbf{R}^{\mathbf{N}} \times \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}, n \in \mathbf{N}\}$ 上图收敛于 $f: \mathbf{R}^{\mathbf{N}} \times \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}$，记 $f_n \xrightarrow{\text{epi}} f$.

定理 2　设对任意 $i \in \{1, 2, \cdots, d\}$，$g_i(x, \mu)$ 在 $D \times \mathbf{R}^m$ 上下半连续，对给定的 x，$g_i(x, \xi)$，关于 μ 上半连续，且满足：

（1）$\mu_n \xrightarrow{w} \mu_0$.

（2）对每个给定的 $x \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$，$\mu_0(N(x)) = 0$. 其中 $N(x) = \{\mu \in \mathbf{R}^m : g_i(x, \mu) = 0, i = 1, 2, \cdots, d\}$.

（3）$S(\mu_0) = clS(\mu_0)^\circ$，且 $S(\mu_0)^\circ \neq \varnothing$.

则
$$\delta_{S(\mu_n)}(x) \xrightarrow{\text{epi}} \delta_{S(\mu_0)}(x) \tag{7}$$

证明　由引理 2 及定理 1（ii）的证明知 $S(\mu_n) \xrightarrow{K} S(\mu_0)$，下证：$\delta_{S(\mu_n)}(x) \xrightarrow{\text{epi}} \delta_{S(\mu_0)}(x)$.

不妨设 $x_0 \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$，由 D 的紧致性知，必存在 $x_n \to x_0$，接着对 $x_0 \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ 以下两种情形讨论：

① 若 $x_0 \in S(\mu_0)$，并且 $x_n \to x_0$，由 $\delta_S(x)$ 的定义有：

$$\liminf_{n\to\infty} {}_{S(\mu_n)}(x_n) \geqslant 0 = \delta_{S(\mu_0)}(x_0) \tag{8}$$

② 若 $x_0 \notin S(\mu_0)$，并且 $x_n \to x_0$，则必存在 $\mathbf{N}$，当 $n \geqslant \mathbf{N}$ 时，有 $x_n \notin S(\mu_n)$. 否则，存在 $\{n_k\}$，使得 $x_{n_k} \in S(\mu_{n_k})$，且 $x_{n_k} \to x_0$. 由 $S(\mu_n) \xrightarrow{K} S(\mu_0)$，则 $x_0 \in S(\mu_0)$，这与 $x_0 \notin S(\mu_0)$ 矛盾. 于是由 $\delta_S(x)$ 的定义知：

$$\liminf_{n\to\infty} \delta_{S(\mu_n)}(x_n) = \infty = \delta_{S(\mu_0)}(x_0) \tag{9}$$

根据（8）（9）两式知定义 3（i）成立.

同理，设 $x_0 \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$，面对其亦分两种情形讨论：

① 若 $x_0 \in S(\mu_0)$，因 $S(\mu_n) \xrightarrow{K} S(\mu_0)$，故有 $x_{n_k} \in S(\mu_{n_k})$，使得 $x_{n_k} \to x_0$. 由 $\delta_S(x)$ 定义有：

$$\limsup_{n\to\infty} \delta_{S(\mu_n)}(x_n) = 0 = \delta_{S(\mu_0)}(x_0) \tag{10}$$

② 若 $x_0 \notin S(\mu_0)$，对 $x_{n_k} \to x_0$，有

$$\limsup_{n\to\infty} \delta_{S(\mu_n)}(x_n) \leqslant \infty = \delta_{S(\mu_0)}(x_0) \tag{11}$$

由（10）（11）两式知定义 3（ii）成立，综合式（8）（11），结论成立，证毕.

2　最优解集的上半收敛性

定义 4[14]　如果 $\lim\limits_{n\to\infty} e(S_n, S_0) = 0$，则称集合序列 $\{S_n\}$ 上半收敛于 S_0. 其中上半距离 $e(A, B) = \max\limits_{x\in A} \min\limits_{y\in B} x - y$. 集合 $A \subset \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$，$B \subset \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$，$\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ 为 N 维欧氏空间.

定理 3 设 $f(x,\xi)$ 在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上连续;对任意 $i\in\{1,2,\cdots,d\}$,$g_i(x,\mu)$ 在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上下半连续;对给定的 x,$g_i(x,\mu)$ 关于 μ 上半连续,满足:

i)$\mu_n\xrightarrow{w}\mu_0$.

ii) $S(\mu_0)=\mathrm{cl}S(\mu_0)^\circ$, 且 $S(\mu_0)^\circ\neq\varnothing$.

则问题(6)的最优解集序列 $\{\tilde{P}(\mu_n)\}$ 上半收敛于式(5)的最优解 $\tilde{P}(\mu_0)$.

证明 由于 $\mu_n\xrightarrow{w}\mu_0$ 且对任意的 $x_0\in D$,x_n 在 D 上收敛于 x_0,由引理 2 知,有 $\lim\limits_{n\to\infty}Q(x_n,\mu_n)=Q(x_0,\mu_0)$,从而由式(7)可得:

$$\{Q(x,\mu_n)+\delta_{S(\mu_n)}(x)\}\xrightarrow{\text{epi}}\{Q(x,\mu_0)+\delta_{S(\mu_0)}(x)\}\tag{12}$$

因 $S(\mu_0)$ 是正则,故存在 n_0,当 $n>n_0$ 时,$\tilde{P}(\mu_n)\neq\varnothing$,利用文献[9],定理 7 及式(12)可知,要证明最优解集 $\{\tilde{P}(\mu_n)\}$ 上半收敛于 $\tilde{P}(\mu_0)$,即 $\lim\limits_{n\to\infty}e(\tilde{P}(\mu_n),\tilde{P}(\mu_0))=0$,需证:$\forall\varepsilon>0$,$\exists N_0$,当 $n\geqslant N_0$ 时,有 $\tilde{P}(\mu_n)\subset\tilde{P}(\mu_0)+B_\varepsilon(0)$,其中 $B_\varepsilon(0)=\{x\in\mathbf{R}^{\mathbf{N}}:x-0<\varepsilon\}$. 下证:对任意的开集 V 且 $\tilde{P}(\mu_0)\subset V$,$\exists N_0$,当 $n\geqslant N_0$ 时,有 $\tilde{P}(\mu_n)\subset V$,假设此结论不成立,则必存在序列 $\{x_{n_k}\}$,使得 $x_{n_k}\in\tilde{P}(\mu_{n_k})$ 且 $x_{n_k}\notin V$, 因 $\tilde{P}(\mu_{n_k})\subset D$ 和 D 的紧性,序列 $\{x_{n_k}\}$ 必存在聚点 x_0,又由 V 是开集,故 $x_0\notin V$,另外由文献[10]的定理 4 及文献[11]命题 3.3 知,$x_0\in\tilde{P}(\mu_0)$, 这与 $\tilde{P}(\mu_0)\subset V$ 矛盾. 特别地,取 $V=\tilde{P}(\mu_0)+B_\varepsilon(0)$. 证毕.

推论 1 设 $f(x,\xi)$ 在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上有界连续,且对任意 $i\in\{1,2,\cdots,d\}$,$g_i(x,\mu)$ 在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上有界下半连续;对给定的 x,$g_i(x,\mu)$ 有界且关于 μ 上半连续, 满足:

i) $\xi_n\xrightarrow{d}\xi_0$.

ii) $S_0=\mathrm{cl}S^\circ{}_0$, 且 $S_0^\circ\neq\varnothing$.

则问题(4)的最优解集序列 $\{P(\mu_n)\}$ 上半收敛于(3)的最优解 $P(\mu_0)$.

证明 考虑到条件中 $f(x,\xi_n)$ 在 $D\times\mathbf{R}^m$ 上的有界性及 $\xi_n\xrightarrow{d}\xi_0$ 等价于 $\mu_n\xrightarrow{w}\mu_0$ 应用定理 3 知, 对任意 $i\in\{1,2,\cdots,d\}$,问题(4)的最优解集序列 $\{P(\mu_n)\}$ 上半收敛于式(3)的最优解 $P(\mu_0)$.

参考文献:

[1] 骆建文,鲁世杰. 概率约束规划的稳定性分析[J]. 高校应用数学学报,2001,16(1):119-124

[2] WEINTRAUB A. A cuting plane approach for chance constrained linear programs[J]. operations research,1991,39(5):776-785

[3] 霍永亮. 随机规划稳定性理论[M]. 成都:西南交通大学出版社,2010

[4] 骆建文,鲁世杰. 随机规划逼近解的收敛性[J]. 浙江大学学报,2000,16(4):15-20

[6] 张克邦,黄炳章. 概率约束规划的概率目标模型及其解法[J]. 上海交通大学学报,1992,26(1):90-95

[5] DENTCHEVA D,HENRION R,RUSZCZYNSKI A. Stability and sensitivity of optimi-zation problems with first order stochastic dominance constraints[J]. Society for industrial and applied Mathmatics,2007,18(1):322-337

[7] RÖMISCH W,SCHULTZ R. STABILITY ANALYSIS FOR STOCHASTIC PROGRAMS [J]. Annals of Operations Research,1992 (30):241-266

[8] ZERVOS M. ON THE EPICONVERGENCE OF STOCHASTIC OPTIMIZATION PROBLEMS[J]. Mathematics of Operations Research,1999(2):495-508

[9] PENNANEN T, KOIVN M. Epi-covergent discretizations of stochastic programs via integration quadratures[J]. Numerische Mathematic,2005,100(1):141-163

[10] 霍永亮,刘三阳. 随机规划逼近最优解集的上半收敛性[J]. 西安电子科技大学学报,2005,36(6):953-957

[11] DUPACOVA J,WETS R J B. Asymptotic Behavior of Statistical Estimators of Optimal Solutions of Optimiation Problems[J]. the Annals of statistics,1998,16(1):1517-1549

[12] SALINETTI G. Approximations for chance constrained programming problems[J]. Stochastic,1983(10):157-179

[13] KUCHLER C. On stability of multistage stochastic programs[J]. Society for industrial and applied Mathmatics,2008,19(2):952-968

Stability Analysis of Approximation Problems for Chance Constrained Programming with Single Objective

WANG Jun-lin[1], HUO Yong-liang[2]

(1. College of Mathematics, Chongqing Normal University. Chongqing 401331, China;
2. College of Mathematics and Statistics, Chongqing University of Arts and Sciences, Chongqing Yongchuan 402160, China)

Abstract: This paper studied the upper semi-convergence of optimal solution set for chance constrained programming approximation problems, used probability measure convergence under some certain sense to give the continuous convergence of objective function approximation problems and, through the epi-convergence theory, got the optimal solutions set of chance constrained programming approximation problems upper semi-converge to the optimal solution set of the original chance constrained programming problem .

Key words: distribution convergence; upper semi-convergence ; K-convergence; stability; epi-convergence

责任编辑:李翠薇

(上接第 9 页)

The Existence of Periodic Solution to a Class of Third-order Differential Equation with Deviating Argument

SHI Lu-rong[1], ZHOU Zong-fu[2], GAO Wei[1]

(1. Wuhu Polytechnic College, Anhui Wuhu 241003, China;
2. School of Mathematical Science, Anhui University, Anhui Hefei 230000, China)

Abstract: The existence of periodic solution to a class of third-order functional differential equation with deviating argument

$$x'''(t) + f(x'(t)) + h(x(t))x'(t) + \sum_{i=1}^{n} g_i(t, x(t - \tau_i(t))) = p(t)$$

was studied and several conclusions were obtained.

Key words: functional differential equation; deviating argument; periodic solution

责任编辑:李翠薇