

文章编号:1672-058X(2012)12-0033-05

# 我国东西部 GDP 差异的数学模型分析\*

宋丽红

(重庆工商大学 经济管理实验教学中心,重庆 400067)

**摘要:**用线性神经网络模型进行分析和预测,发现东西部地区在上世纪八十年代中期以前,其 GDP 差距并不大,但在上世纪八十年代末开始,其 GDP 差距逐渐加大,特别是在上世纪九十年代,从 1991—2000 年的十年间,东部 GDP 增长速度都远高于西部地区;另一方面,自从 2000 年以后,从西部大开发和重庆直辖以来,特别是 2004、2005、2006 这 3 a 间,西部地区无论是人均 GDP 或总量 GDP 增长速度都反超东部地区,显示出西部大开发和重庆直辖为缩小东西部经济差异带来的绩效和由此带来的西部腾飞契机;通过神经网络数学建模预测分析得出目前我国东西部经济差异正处于双 S 曲线模型的中部时期;因此要抓住这一难得的历史契机,缩小差距,充分利用后来居上的发展规律,加快西部地区的发展。

**关键词:**东西部 GDP;双 S 曲线;神经网络;预测分析

**中图分类号:**F830.91

**文献标志码:**A

东西部差异是目前社会关心的热点问题,缩小东西部差异是国家实施西部大开发的重要因素,许多学者认为目前东西部的差异有进一步扩大的趋势<sup>[1-3]</sup>。笔者研究发现,虽然西部地区受各种条件限制,总体经济水平不如东部地区,但从西部大开发和重庆直辖以来,特别是直辖后的 2004、2005、2006 这 3a 间,西部地区无论是人均 GDP 或是总量 GDP 增长速度都反超东部地区。因此,从整体上看我国东西部经济发展差距目前正处于我国学者饶会林提出的双 S 曲线模型的中部时期,显示出西部大开发和重庆直辖为缩小东西部经济差异带来的绩效和西部加快发展的契机。因此,西部地区应抓住这一难得的历史机遇,缩小东西部差距,充分利用现有政策和后来居上的发展规律,加快落后地区的发展速度。在此选取最有代表性的综合指标——国内生产总值(GDP)为研究对象进行讨论,运用线性神经网络预测模型,对我国东西部 GDP 从改革开放来的 28 a(1979—2006)进行模拟和预测分析。分析得出目前东西部经济正处于双 S 曲线的中部。

## 1 数学模型的建立

### 1.1 线性神经网络

论文采取最小均方误差 LMS(Least Mean Square Error)学习规则。设网络学习样本为 $\{P_1, t_1\}, \{P_2, t_2\}, \dots, \{P_q, t_q\}$ ,其中 $P_i, i=1, 2, \dots, q$ 是输入向量, $t_i, i=1, 2, \dots, q$ 是目标输出向量, $a_i, i=1, 2, \dots, q$ 为实际网络

收稿日期:2012-05-28;修回日期:2012-06-26.

\* 基金项目:国家“十一五”科技支撑计划重大项目(2006BAJ05A06);重庆工商大学学位与研究生教育教学改革创新研究项目;重庆市南岸区科技计划项目.

作者简介:宋丽红(1969-),女,四川越西人,高级实验师,从事数据挖掘、技术经济研究.

输出向量。为了使训练误差达到最小,定义目标误差函数:

$$mse = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q [e(k)]^2 = \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q [t(k) - a(k)]^2 \quad (1)$$

用梯度下降算法,为了使网络训练误差减小,求第  $k$  次循环时训练误差的平方对网络权值和阈值的二阶偏微分:

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial w_{1,j}} = 2e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial w_{1,j}}, j = 1, 2, \dots, R \quad (2)$$

再计算训练误差对网络权值和阈值的一阶偏微分得:

$$\frac{\partial e(k)}{\partial w_{1,j}} = \frac{\partial}{\partial w_{1,j}} [t(k) - (\sum_{i=1}^R w_{1,i} p_i(k) + b)] \quad (3)$$

其中  $p_i(k)$  表示第  $k$  次循环中的第  $i$  个输入向量,从而得到网络权值和阈值的修正公式如下:

$$\begin{aligned} W(k+1) &= W(k) + 2\alpha e(k) P^T(k) \\ b(k+1) &= b(k) + 2\alpha e(k) \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $e$  和  $b$  都是向量,  $\alpha$  是学习率。为了保证网络进行稳定的训练,学习率  $\alpha$  的值必须小于相关矩阵  $P^T P$  的最大特征值的倒数。

## 1.2 双 S 曲线模型

双 S 曲线是我国学者饶会林将 S 型曲线经过改进后提出<sup>[4]</sup>,它所反映的规律是落后地区和发达地区之间经济差异从小到大再从大到小的发展规律。

单 S 型曲线最早由美国地理学家诺瑟姆提出<sup>[5]</sup>,最初是用来解释一个地区的城市化进程,它说明城市的发展和整个地区城市化过程的速度是一个由缓慢到快速再到缓慢发展的过程<sup>[6,7]</sup>。1999 年,我国学者饶会林将 S 型曲线经过改进提出双 S 曲线模型<sup>[4]</sup>,它所反映的规律就是一前一后两个发展起来的地区按“慢——快——慢”速度发展所形成的组合关系的规律(如图 1),设  $S_1$  代表较发达地区的经济水平,  $S_2$  代表落后地区的经济水平,  $M$  点为一差距最大的中部某时间,可见在  $M$  点之前,  $S_1 - S_2$  的差距由小到大,呈逐渐扩大的趋势;而在  $M$  点之后,  $S_1 - S_2$  的差距转而由大到小,呈逐渐缩小趋势。

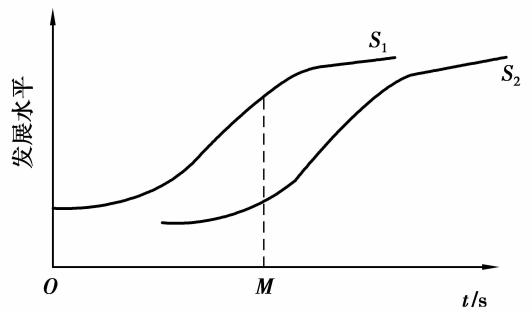


图 1 双 S 曲线模型

经济发展样本指标的波动还与一定时空内国家或地区的发展政策有关,这些政策有时会与非经济因素相互影响。因此,必须找到较全面的、较长时期的、较少受政策影响的综合性与稳定性强的资料来分析才可靠。饶会林对  $S_1$  采用的是全部发达国家的资料,  $S_2$  采用的是全部发展中国家的资料,时空跨度是 1800 年至 2005 年,结果做出来的双 S 曲线图几乎和回归过的曲线差不多,差距由小到大再由大到小的过程十分清晰明显。可见用双 S 曲线来解释两个地区经济差异是得到实证和合理的,这个模型目前已得到世界上大部分国家的数据分析支持。

## 2 西部地区与东部地区 GDP 差异分析

西部地区与东部地区由于历史的和现实的诸多因素出现了经济发展差异,即东部地区总体经济水平高于西部地区。在此用 GDP 来实证东西部经济差距的双 S 曲线模型,说明随着 1999 年西部大开发战略的实施,东西部差异的扩大得到遏制,东西部差距目前正处于图 1 双 S 曲线中部,数据来自《中国统计年鉴》

(1979—2006), 同时用神经网络模型预测了 2007—2026 共 20 a 的数据。

## 2.1 模型窗口的确定

(1) 数据的划分。以 1979—1990 年共 12 a 的数据为训练集, 以 1991—2000 年的样本为确定集, 以 2001—2006 年共 6 a 的样本为测试集进行迭代计算。

(2) 时滞的决定。GDP 时序数据是一个时间序列  $x(t), t=1, 2, \dots, x(t)$  由前面  $n$  个时刻  $x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-n)$  的值共同决定 ( $n$  称为时延或时滞),  $t$  时刻的值可以表示为函数:

$$x(t) = g(x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-n)) \quad (5)$$

这里关键是要确定时滞参数  $n$ , 以训练数据为基础, 假设当前值和前面 3~8 个时延相关, 限定窗口范围在 3~8, 于是得到平均绝对误差如下:

表 1 时滞参数的确定

时滞参数 $n$	3	4	5	6	7	8
平均绝对误差	31.2	43.8	22.3	66.9	25.6	63.6

其最小的平均绝对误差为 22.3, 因此选取时延窗口  $n=3$ , 即用过去的 5 个值预测下一个值, 确定输入模型:

$$x(t) = g(x(t-1), x(t-2), x(t-3), x(t-4), x(t-5)) \quad (6)$$

## 2.2 东西部人均 GDP 增长速度差异及预测

分 3 个时段来讨论:

(1) 1979—1990 年。从改革开放开始的第二年 1979—1990 的 12 a 间, 东西部的人均 GDP 差异还比较小, 双方的经济都处于恢复时期, 人均 GDP 增长比较缓慢, 此时处于图 1 双 S 模型  $M$  点左侧的初始区域。1979 年东部地区人均 GDP 为 742.61 元/人, 1990 年东部地区人均 GDP 达到 2 630.57 元/人, 增长幅度为 254.23%, 西部地区则是从 1979 年 334.22 元/人增大到 1990 年的 1 281.56 元/人, 增幅有 283.88%, 可见, 西部增幅还超过东部 29.21%。

(2) 1991—2006 年。这期间 16 a, 是东西部经济急速拉大的最关键时期, 东部人均 GDP 从 1991 年的 3 044.35 元/人迅速拉大到 2006 年的 28 775.83 元/人, 增幅达 845.22%, 而西部地区则从 1991 年的 1 424 元/人增大到 2006 年的 10 769.4 元/人, 增幅有 657.34%, 东西部差距达 187.88% 近两倍, 显示出这个时期东西部差距急剧拉大。此时期正是双 S 模型的中部地区 (图 1 模型的  $M$  点左右侧)。

(3) 2007—2026 年。这期间 20 a 是用神经网络模型进行预测的情况, 模型显示, 此时, 东西部经济处于差距平稳增长时期, 已不像 1991—2006 期间急剧, 主要是西部在 1999 年开始实施大开发后, 绩效开始显现, 2004 年开始, 2004、2005、2006 3 a GDP 增速超过东部。2007 年, 东部人均 GDP 为 28 360 元/人, 到 2026 年为 46 107 元/人, 增幅 62.58%, 西部地区则从 2007 年的 10 881 元/人增大到 2026 年的 17 502 元/人, 增幅有 60.85%, 东部比西部只高出 1.73%, 表明这个时期东西部差距开始走向回落, 增幅差距开始缩小, 处于双 S 模型的中后部 (图 1 模型的  $M$  点右侧)。

## 2.3 GDP 总量差异走势分析

(1) 1979—1990 年。东西部绝对 GDP 总量差距不算太大, 此时处于双 S 曲线  $M$  占左侧的初始区域。1979 年, 东部 GDP 总量为 8 911.28 亿元, 西部 GDP 总量为 4 187 亿元, 东部是西部的 2.13 倍; 1990 年, 东部 GDP 总量为 31 566.79 亿元, 西部 GDP 总量为 11 534 亿元, 东部是西部的 2.73 倍。

(2) 1991—2006 年。东西部绝对 GDP 总量差距急剧拉大, 处于双 S 模型的  $M$  点左右侧。1991 年, 东部 GDP 总量为 36 532.23 亿元, 西部 GDP 总量为 12 816 亿元, 东部是西部的 2.85 倍; 2006 年, 东部 GDP 总量

为 301 565.00 亿元,西部 GDP 总量为 92 810 亿元,东部和西部的 GDP 总量差距达到了 3.25 倍。

(3) 2007—2026 年。东西部绝对 GDP 总量差距的比例逐渐缓和,此时处于模型的 M 点右侧。根据模型预测,2007 年,东部 GDP 总量为 345 310 亿元,西部 GDP 总量为 107 694.00 亿元,东部是西部的 3.21 倍;2026 年,东部 GDP 总量为 556 130 亿元,西部 GDP 总量为 176 510 亿元,东部和西部的 GDP 总量差距逐渐平稳为 3.15 倍,开始比 3.21 倍少。

1999 年实施西部大开发战略以来,1999 年西部地区的 GDP 总和为 43 841.00 亿元,同期东部地区为 148 077.00 亿元,东西部地区的差额为 104 236 亿元。到 2006 年西部地区的 GDP 总和为 301 565.00 亿元,同期东部地区 92 810 为亿元,东西部地区的差额为 208 755 亿元。东西部地区 GDP 总额绝对量差距较大。但西部 GDP 增长速度从 2004 年以后有赶超东部的的事实与趋势,因此从图 2 的预测趋势来看,这种绝对量的差距开始走向平稳,显示西部地区经济正处于双 S 曲线的中部的的事实。

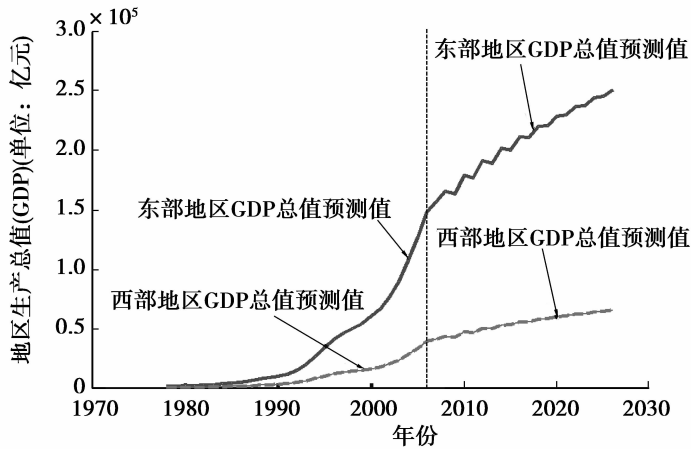


图 2 东西部 GDP 总量实际及预测曲线

可以预见,随着西部地区经济的快速增长,若干年后,绝对差异还将逐步减少,但这里还要看西部地区后续发展的事态(图 2)。总之,当前西部要抓住千年一遇的发展机会。

### 3 讨论

在此用线性神经网络模型对我国东西部 GDP 进行了分析和预测,发现东西部地区在上世纪八十年代中期以前,其差距并不是很大,但在上世纪八十年代末开始,其 GDP 差距逐渐加大,特别是在上世纪九十年代,从 1991—2000 年的十年间,东部 GDP 增长速度都远高于西部,就是关键的十年,使得东部地区无论是人均 GDP 或是总 GDP 总量增长能力大大超过西部;另一方面,至从 2000 年以后,从西部大开发和重庆直辖初建以来,特别是 2004、2005、2006 3a 间,西部地区无论是人均 GDP 或是总 GDP 总量增长速度都反超东部地区,说明西部大开发战略和重庆直辖的绩效是非常显著的,从而可以用我国城市经济学者饶会林提出的双 S 曲线模型来解释我国东西部经济发展差异。通过神经网络数学建模预测分析得出目前我国东西部经济差异正处于双 S 曲线模型的中部时期,西部地区 GDP 增长速度在 2004 年后开始超过东部地区,显示出西部大开发和重庆直辖为缩小东西部经济差异带来的西部腾飞契机。因此,当前西部应抓住这一难得的历史机遇,缩小差距,充分利用后来居上的发展规律,加快西部地区的发展速度。

**参考文献:**

- [1] 王小鲁,樊纲. 中国地区差距的变动趋势和影响因素[J]. 经济研究,2004(1):33-44
- [2] 何艳,安增科. 我国地区经济差距与投资差距的实证分析[J]. 当代经济科学,2007(2):105-109
- [3] 郭俊华. 我国东西部地区政府行政成本比较研究[J]. 经济纵横,2008(6):47-50
- [4] 饶会林,陈福军,董藩. 双 S 曲线模型:对倒 U 型理论的发展与完善[J]. 北京师范大学学报:社会科学版,2005(3):123-129
- [5] NORTHAM R M, Urban geography[M]. New york, John Wiley & Sons, 1975
- [6] 向吉英. 产业成长及其阶段特征[J]. 学术论坛,2007(5):83-87
- [7] QIN D, CAGAS M A. How much does investment drive economic growth in China [J]. Journal of Policy Modeling, 2006(26): 7512-774

## Analysis of GDP Difference between East and West Part of China by Mathematical Model

**SONG Li-hong**

(Experiment Teaching Center for Economics and Management, Chongqing Technology and Business University,  
Chongqing 400067, China)

**Abstract:** Analysis and forecast through linear neural network model find that GDP gap is not large before the middle of the 1980s between east and west part of China but since the late 1980s the GDP gap becomes larger and larger between them, especially in the 1990s, from 1991 to 2000, the GDP growth rate of the east part is very higher than that of the west part, on the other hand, after 2000, since western development and Chongqing becoming municipality, especially in 2004, 2005 and 2006, the growth rate of either per capita GDP or total GDP in west part surpasses that of east part, which shows the performance of western development and Chongqing becoming municipality in narrowing the gap between east and west part of China and which reveals the opportunity in the rapid economic development of the west part. The analysis and forecast through neural network mathematical modeling indicate that present economic difference between east and west part of China stays at the middle period of double S curve model, thus, we must take this historic opportunity to narrow the gap, make full use of the development law that successors excel predecessors to accelerate the economic development of the west part of China.

**Key words:** GDP of the east and west part of China; double S curve; neural network; forecast and analysis

责任编辑:代小红