文章编号:1672－058X(2012)10－0037－08

贝叶斯方法在金融保证保险模型中的应用

高 海 清
(重庆大学 数学与统计学院,重庆 401331)

摘 要: 主要介绍了 Hamilton 模型和转换函数模型,说明了贝叶斯方法在金融保证保险模型中的应用,将模型中的参数作为具有先验分布的随机变量,然后根据贝叶斯定理,得出后验分布,以此为基础利用 WinBUGS 软件对模型参数进行估计,最后对纯保费和所需的风险资本总量进行预测。

关键词: 贝叶斯;Gibbs 抽样;Hamilton 模型;转换函数模型
中图分类号: O212.8 **文献标志码:** A

目前,市场主体多元化的新形势对保险公司计划管理工作提出了更高要求,为了保证计划制定更加切合市场实际,提高计划工作的精细化程度,保险公司在经营中有必要对将要面临的索赔数额进行预测,并且制定合理的业务发展目标,具体讲也就是制定保费收入计划。

保险公司的业务发展规模同时受到外部环境和内部管理两方面因素的制约。在外部环境中市场总体规模是重要因素之一,它受到各时期国家经济发展水平、所处经济周期、金融保险政策、自然环境条件、国民收入水平以及保险意识等多方面条件的影响,而这些因素是任何一家保险公司都不可控的。因此,计划的制定过程不应是一个简单的“算数”的过程,而应是一个精细化的研究过程。为了有效地发挥风险防范作用,保险公司有必要对其经营的保证保险业务制定合理的计划,可见对保证保险的索赔过程进行模拟,并预测纯保费和所需的风险资本总量具有重大意义。贝叶斯方法在精算和金融保证保险中的应用见文献[1,2]。

1 Hamilton 模型和 Markov 转换模型

在经济萧条时期,金融保证保险所遭受的损失可能是毁灭性的。这表明,在金融保证保险中模拟索赔数额时,必须把商业经济周期考虑进来,特别是经济萧条。所以选择 Hamilton 模型[3]来预测国民生产总值增长率。Hamilton 模型可表示为:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 s_t + z_t$$

其中 $z_t = \varphi_1 z_{t-1} + \varphi_2 z_{t-2} + \cdots + \varphi_r z_{t-r} + \varepsilon_t$,$y_t$ 表示实际国民生产总值在时间 t 时的增长率,s_t 为经济状态,z_t 是均值为 0 的 r 阶自回归过程并且与 s_t 相互独立。参数 α_0,α_1 和状态 s_t 是不可观察的,必须进行估计,随机误差项 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n$ 相互独立,并且均服从正态 $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 分布。时间 t 时实际国民生产总值增长率的计算公式为 $y_t = (\mathrm{GNP}_t - \mathrm{GNP}_{t-1})/\mathrm{GNP}_{t-1}$。

收稿日期: 2012－02－24;**修回日期:** 2012－04－10.

作者简介: 高海清(1985-),女,河北唐山人,硕士研究生,从事随机精算模型的研究.

Markov 转换模型是用来预测未来经济萧条时期的频率和严重程度的,在金融保证保险中需将这一实际问题考虑进去。根据商业周期理论即经济增长总是呈现出扩张和收缩性的交替变化,确定马尔可夫模型存在两种基本状态(扩张和收缩)。根据 Hamiltion 的商业周期模型,y_t 不仅取决于 t 时刻的状态变量 s_t,而且取决于 $t-1$ 时刻的状态变量 s_{t-1},在此模型中定义状态变量 s_t 在经济处于膨胀时为 0,在经济处于衰退时为 1。两种状态之间的转化由带有一步转移概率的马尔可夫过程来控制:

$$\mathrm{P}(s_{t+1}=0 \mid s_t=0)=p,\mathrm{P}(s_{t+1}=1 \mid s_t=0)=1-p$$

$$\mathrm{P}(s_{t+1}=0 \mid s_t=1)=1-q,\mathrm{P}(s_{t+1}=1 \mid s_t=1)=q$$

马尔科夫链的平稳概率$\vec{\pi}=(\pi_0,\pi)'$满足方程$\vec{\pi}'P=\vec{\pi}'$和$\vec{\pi}'1=1$ 其中 $1=(1,1)'$。由此可以算出 $P(S_t=1)=(1-p)/(2-p-q)$。

不仅如此,转移概率同时也决定了扩张或收缩的持续时间,在这一模型中,扩张期的预期持续时间是$\sum_{k=1}^{\infty}kp^{k-1}(1-p)$,它近似等于$1/(1-p)$,收缩期的预期持续时间是$\sum_{k=1}^{\infty}kq^{k-1}(1-q)$,它近似等于$1/(1-q)$。

由于 S_t 是取值为 0 和 1 的相互独立的变量,根据共轭先验分布族假定,p 和 q 的先验分布为:$p\sim\mathrm{Beta}(\alpha_p,\beta_p)$,$q\sim\mathrm{Beta}(\alpha_q,\beta_q)$。

下面对 Hamilton 模型进行贝叶斯分析。为了简化一些表达,将使用以下符号:$\vec{s}=(s_1,s_2,\cdots,s_T)'$,$\vec{z}_{t-1}=(z_{t-1},z_{t-2},\cdots,z_{t-r})'$,自回归系数的向量为$\vec{\varphi}=(\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_r)'$,参数向量为$\vec{\theta}=(\alpha_0,\alpha_1,\vec{\varphi}')'$,此时随机变量 y_t 服从正态分布,即$(y_t \mid \vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2)\sim N(\alpha_0+\alpha_1 s_t+\vec{\varphi}'\vec{z}_{t-1},\sigma_\varepsilon^2)$,则模型的似然函数为:

$$L(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2)=f(y_1,y_2,\cdots,y_T \mid \vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2)\propto\left(\frac{1}{2\pi\sigma_\varepsilon^2}\right)^{T/2}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\sum_{t=1}^{T}[(y_t-\alpha_0-\alpha_1 s_t-\vec{\varphi}'\vec{z}_{t-1})]^2\right\}$$

模型未知参数的先验分布采用经典的正态—Gamma 分布族,即对给定的 σ_ε^2,参数$\vec{\theta}=(\alpha_0,\alpha_1,\vec{\varphi}')'$的先验分布为正态分布,而精度参数 σ_ε^2 的先验分布为 Gamma 分布,即 $\pi(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2)=\pi(\vec{\theta}\mid\sigma_\varepsilon^2)\cdot\pi(\sigma_\varepsilon^2)$,其中:

$$\pi(\vec{\theta}\mid\sigma_\varepsilon^2)\propto(\sigma_\varepsilon^2)^{T/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\vec{\theta}-\vec{\mu})'Q(\vec{\theta}-\vec{\mu})\right\},\pi(\sigma_\varepsilon^2)\propto(\sigma_\varepsilon^2)^{a-1}\mathrm{e}^{-\lambda\sigma_\varepsilon^2}$$

此处超参数$\vec{\mu}\in R^{\mathrm{T}}$,$a>0$,$\lambda>0$,$Q$ 是 T 阶正定矩阵,若记$\vec{y}=(y_1,y_2,\cdots,y_T)'$,则根据贝叶斯定理,参数$(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2)$的联合后验分布密度为参数先验分布密度函数与模型似然函数二者的乘积成正比,即

$$\pi(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2 \mid \vec{y})\propto\pi(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2)\cdot L(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2)$$

由参数的联合后验分布密度函数 $\pi(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2\mid\vec{y})$ 对 σ_ε^2 在区间$(0,\infty)$上进行积分,便得模型参数$\vec{\theta}$的边缘后验分布密度 $\pi(\vec{\theta}\mid\vec{y})=\int_{\sigma_\varepsilon^2}\pi(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2\mid\vec{y})\mathrm{d}\sigma_\varepsilon^2$;类似地,由 $\pi(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2\mid\vec{y})$ 对$\vec{\theta}$在区间 R^T 上进行积分,便得到精度参数 σ_ε^2 的边缘后验分布密度 $\pi(\sigma_\varepsilon^2\mid\vec{y})=\int_{\vec{\theta}\in R^T}\pi(\vec{\theta},\sigma_\varepsilon^2\mid\vec{y})\mathrm{d}\vec{\theta}$。

2 转换函数模型

首先建立转换函数模型,索赔数额用以下简单的回归模型来预测:

$$x_t=\beta_0+\beta_1 x_{t-1}+\beta_2 y_t+u_t \tag{1}$$

其中 $x_t = G^{-1}(x_t^*)$,x_t^* 是在时间 t 时总索赔数额在准备金中的比例,G^{-1}是一将单位开区间$(0,1)$转换至$(-\infty,\infty)$区间的严格递增且连续可微的连接函数;y_t 是国民生产总值的增长率,随机误差项 $u_1,u_2,\cdots,u_n$ 相互独立,且均服从正态分布 $N(0,\sigma_u^2)$,并且与 y_t 独立;G^{-1}可由一些分布函数的反函数来解释;参数 β_0,β_1,β_2 和 σ_u^2 是未知的,是需要估计的;u_t 的假设表明在回归模型中 y_t 是一个外生过程。因此,这个模型和 Hamilton 模型可以分别来估计。式(1)也可以表达成如下形式:

$$x_t = \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \frac{\beta_2}{1-\beta_1}y_t + \frac{1}{1-\beta_1 B}u_t =$$

$$\frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \beta_2(y_t + \beta_1 y_{t-1} + \beta_1^2 y_{t-2} + \cdots) + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_1^2 u_{t-2} + \cdots \tag{2}$$

从式(2)可以看出,它是一个转换函数模型(也称为动态回归模型)。这里没有做一般转换函数的模拟,但在更复杂的情况下,它可能是合适的[4]。

由于 x_t 的密度是正态的,在$\vec{y}=(y_1,y_2,\cdots,y_T)$和参数的条件下,$\vec{x}^* = (x_1^*,x_2^*,\cdots,x_T^*)$的密度可表示为如下形式:

$$p(\vec{x}^* \mid \vec{y},\vec{\beta},\sigma_u^2) = \prod_{t=1}^{T}\frac{1}{g(x_t)}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_u^2}(x_t-\beta_0-\beta_1 x_{t-1}-\beta_2 y_t)^2\right),g(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}G(x)$$

在下面,会考虑这些情况,G 是标准正态分布(Probit 连接)、标准的逻辑斯谛分布(logis 连接)和自由度为 14 的 t-分布(t 连接)。概率单位连接的定义是 $x_t=\varphi^{-1}(x_t^*)$,其中 $\varphi^{-1}(.)$是标准正态分布函数的反函数。概率单位连接可以看做当 $\nu\to\infty$ 时 t 连接的一种极限形式。对数单位连接定义为 $x_t = \log it(x_t^*) = \log(x_t^*/(1-x_t^*))$。

对预测索赔数额的模型进行贝叶斯分析:记$\vec{\beta}=(\beta_0,\beta_1,\beta_2)'$,此时随机变量 x_t 服从正态分布,即$(x_t|\vec{\beta},\sigma_u^2)\sim N(\beta_0+\beta_1 x_{t-1}+\beta_2 y_t,\sigma_u^2)$,则模型的似然函数为:

$$L(\vec{\beta},\sigma_u^2) = f(x_1,x_2,\cdots,x_T \mid \vec{\beta},\sigma_u^2) \propto \left(\frac{1}{2\pi\sigma_u^2}\right)^{T/2}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_u^2}\sum_{t=1}^{T}[x_t-(\beta_0+\beta_1 x_{t-1}+\vec{\beta}_2 y_t)]^2\right\}$$

同样对于这个模型未知参数的先验分布也采用经典的正态—Gamma 分布族,即对给定的 σ_u^2,参数$\vec{\beta}=(\beta_0,\beta_1,\beta_2)'$的先验分布为正态分布,而精度参数 σ_u^2 的先验分布为 Gamma 分布,即

$$\pi(\vec{\beta},\sigma_u^2) = \pi(\vec{\beta} \mid \sigma_u^2)\cdot\pi(\sigma_u^2)$$

其中,

$$\pi(\vec{\beta}\mid\sigma_u^2) \propto (\sigma_u^2)^{T/2}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\vec{\beta}-\vec{\eta})'P(\vec{\beta}-\vec{\eta})\right\},\pi(\sigma_u^2) \propto (\sigma_u^2)^{a-1}\mathrm{e}^{-\lambda\sigma_u^2}$$

此处超参数$\vec{\eta}\in R^T$,$a>0$,$\lambda>0$,P 是 T 阶正定矩阵,若记$\vec{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_T)'$,则根据贝叶斯定理,参数$(\vec{\beta},\sigma_u^2)$的联合后验分布密度与参数先验分布密度函数和模型似然函数二者的乘积成正比,即

$$\pi(\vec{\beta},\sigma_u^2 \mid \vec{x}) \propto \pi(\vec{\beta},\sigma_u^2)\cdot L(\vec{\beta},\sigma_u^2)$$

由参数的联合后验分布密度函数 $\pi(\vec{\beta},\sigma_u^2\mid\vec{x})$,对 σ_u^2 在区间$(0,\infty)$上进行积分,便得模型参数$\vec{\beta}$的边缘后验分布密度为 $\pi(\vec{\beta}\mid\vec{x}) = \int_{\sigma_u^2}\pi(\vec{\beta},\sigma_u^2\mid\vec{x})\mathrm{d}\sigma_u^2$。类似地,由 $\pi(\vec{\beta},\sigma_u^2\mid\vec{x})$ 对$\vec{\beta}$在区间 R^T 上进行积分,便得到精度

参数 σ_u^2 的边缘后验分布密度为 $\pi(\sigma_u^2 \mid \vec{x}) = \int_{\vec{\beta} \in R^{\mathrm{T}}} \pi(\vec{\beta}, \sigma_u^2 \mid \vec{x}) \mathrm{d}\vec{\beta}$。

在上述两节对 Hamilton 模型和转换函数模型的贝叶斯推断中,涉及高维概率的积分,计算十分复杂,此处通过 MCMC 仿真的方法[5]来进行上述的贝叶斯统计推断,运用了 Gibbs 抽样,相关的例子见文献[6-8],借助 WinBUGS 软件,对预测索赔数额的模型进行分析。

3 数值分析

3.1 对 Hamilton 模型进行数值分析

利用 1952 至 2007 年我国每年的实际国民生产总值数据,数据来源于《中国统计年鉴 1998》和《中国统计年鉴 2008》。需要说明的是 1960 年我国的国民生产总值下降了 16%,1961 年下降了 5.7%,这一时期对整个经济和社会造成了不可避免的影响,特别关心的是经济萧条时期的频率和严重程度。为此可以利用 Hamilton 模型。Hamilton 模型对于商业周期假设两个状态:经济膨胀和经济衰退。对这些数据进行初步的分析,从我国国民生产总值增长率的时间序列图可以看出,国民生产总值增长率没有明显趋势和周期,基本可以视为平稳序列。为了稳妥起见,还需要利用自相关图进一步辅助识别。通过进行分析后,发现 AR(2)足以得到自相关 z_t,因此,在估计中使用它。

用 WinBUGS 软件进行建模分析,WinBUGS 的分析过程主要包括:模型的构建、数据的导入、参数初始值的设定、迭代和数据分析。参数的初始值的先验分布采用前面所述的正态—Gamma 分布形式,参数的先验分布如下:

$$\alpha_0 \sim N(0.0, 1.0\mathrm{E}-6), \alpha_1 \sim N(-0.1, 1), \mathrm{phi1} \sim N(0.0, 1.0\mathrm{E}-6)$$

$$\mathrm{phi2} \sim N(0.0, 1.0\mathrm{E}-6), \mathrm{sigma}E \sim \mathrm{Gamma}(0.01, 100), p \sim \mathrm{Beta}(21, 2), q \sim \mathrm{Beta}(8, 11)$$

在模型的运行过程中,选取 3 条链,每条链进行 10 000 次 Gibbs 迭代,在迭代过程中忽略前 1 000 次 Gibbs 迭代,以确保参数的收敛性。Doodle 图(图 1)如下:

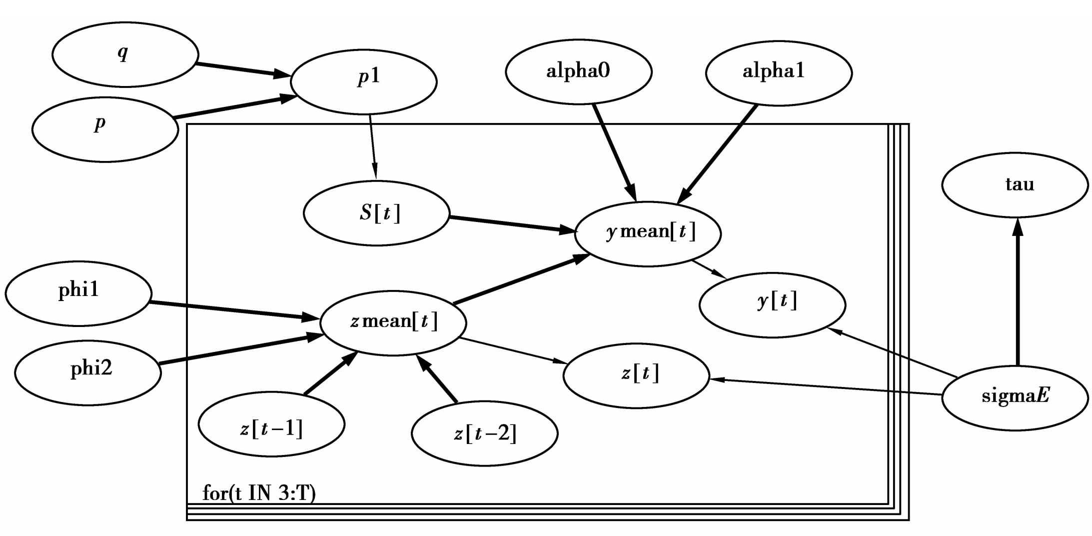

图 1 Hamilton 模型的 Doodle 图

表 1　WinBUGS 进行迭代的结果

参数	均值	方差	*MC* 误差	2.5%	中位数	97.5%	开始	样本
alpha0	0.119 5	0.201 0	0.0012	−0.275 2	0.120 5	0.512 9	1001	27 000
alpha1	−0.037 2	0.623 0	0.003 4	−1.310 0	−0.031 6	1.199 0	1001	27 000
p	0.924 1	0.054 4	8.81E−04	0.786 7	0.936 5	0.991 6	1001	27 000
phi1	0.680 8	2.468 0	0.014 7	−4.123 0	0.663 6	5.551 0	1001	27 000
phi2	−0.155 0	2.499 0	0.01 47	−4.998 0	−0.147 3	4.592 0	1001	27 000
q	0.418 0	0.110 7	8.25E−04	0.211 5	0.414 3	0.643 8	1001	27 000
sigmaE	0.521 3	0.072 1	4.30E−04	0.390 4	0.517 9	0.672 4	1001	27 000
tau	1.395 0	0.097 4	5.90*E*−04	1.219 0	1.390 0	1.601 0	1001	27 000

从表 1 的结果中不难看出,每个参数的 MC 误差均小于 5%,表明这种估计方法的效果很好。

在模型的分析过程中,MCMC 收敛性诊断是很重要的,模拟时绝不能简单通过大量迭代做为预迭代。在检验模型参数的收敛性方面,WinBUGS 可对参数进行多层链式迭代分析,即输入多组初始值,形成多层迭代链,当参数模型收敛,则迭代图形结果趋于重合。模型中输入 3 组初始值分别进行 10 000 次迭代分析,可以看出 3 组初始值的迭代形成 3 条链的轨迹以及在收敛性诊断图中趋于重合(多层迭代的参数轨迹见图 2,收敛诊断见图 3)。

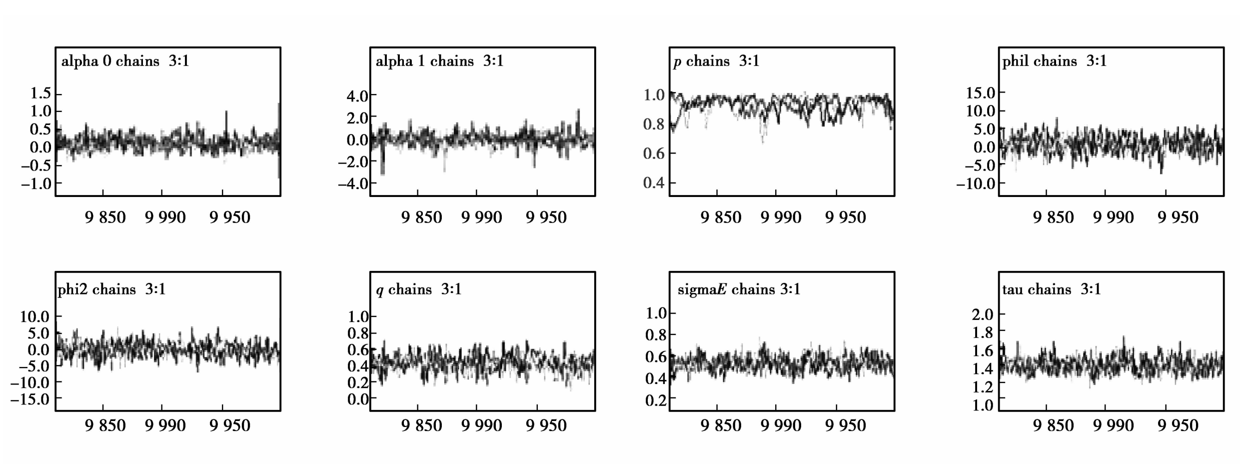

图 2　各个参数多层迭代的轨迹图(抽样动态图)

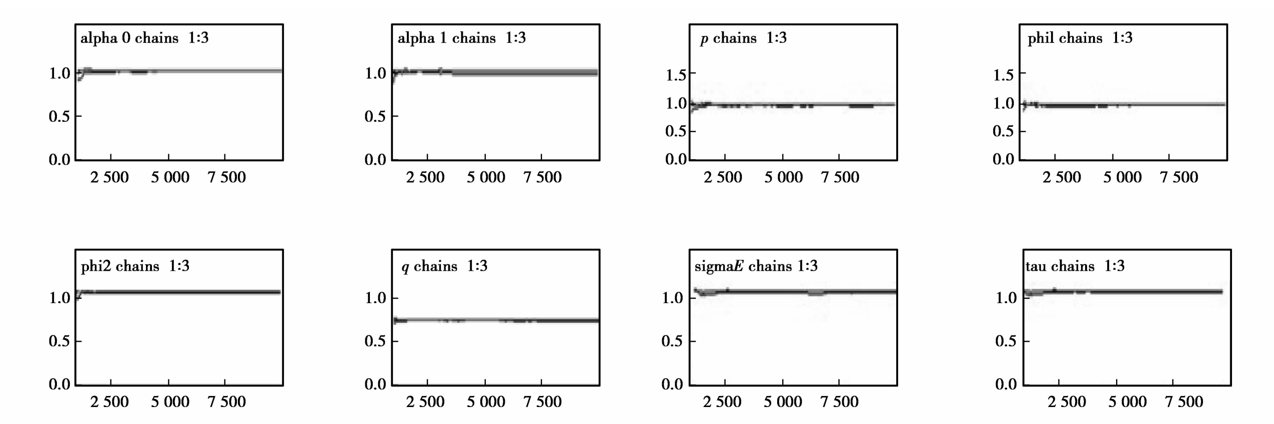

图 3　各个参数的收敛性统计诊断图

对 Hamilton 模型进行预测。从以上建模分析过程可以知道,Hamilton 模型可以近似写为:

$$y_t \approx 0.1195 - 0.03716S_t + 0.6808z_{t-1} - 0.155z_{t-2} + \varepsilon_t,\text{其中 } \varepsilon_t \sim N(0,0.5213) \tag{3}$$

由转移概率 p 和 q 的值,可计算扩张期的预期持续时间是 $\sum_{k=1}^{\infty} kp^{k-1}(1-p) \approx 1/(1-p) = 13.18$,收缩期的预期持续时间是 $\sum_{k=1}^{\infty} kq^{k-1}(1-q) \approx 1/(1-q) = 1.7$。再结合中国的实际国情,可以认为在随后的5年内中国的经济仍处于扩张期,即 S_t 取值为0。

因此可以根据式(3)对模型进行预测,在此进行随后 5 年期的预测,未来 1 ~5 年国民生产总值的增长率分别为:0.155 795 61,0.135 558 97,0.125 380 19,0.121 508 001,0.120 423 26。

3.2 对转换函数模型进行数值分析

所使用的索赔数据来自 1997 年至 2007 年各年的保险年鉴,这次研究中包含的年份是 1996 年至 2006 年,对中国人寿保险公司的总索赔额在准备金中的比例进行计算。各年总索赔数额在准备金中的比例如下表(表 2):

表 2 1996 年至 2006 年总索赔额在准备金中的比例数据表

1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
0.041 8	0.042 6	0.033 7	0.027 5	0.023 9	0.024 2	0.024 3	0.033 0	0.059 6	0.056 7	0.047 3
43 633	15 140	34 007	13 496	85 634	99 509	68 775	77 182	30 528	81 759	8 620

参数的先验分布如下:beta0,beta1,beta2 均服从标准正态分布 N(0,1),sigma$E$ ~ Gamma(0.01,100)。在这里同样选取 3 条链进行迭代,为了削弱迭代之间的相依性,使得对参数的抽样接近独立,在模型运行的过程中在"thin"这个方块中键入 10,即在已生成的后验抽样样本中,每隔 10 次抽样挑选 1 次,Doodle 图(图 4)如下:

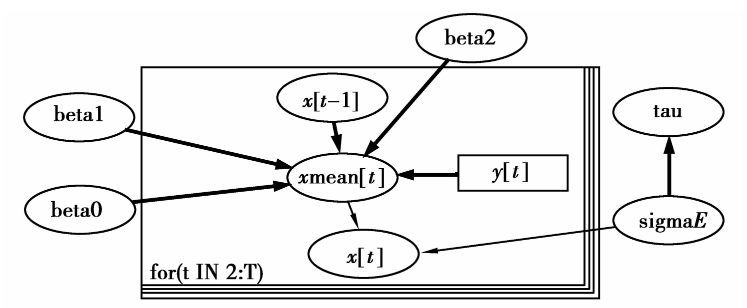

图 4 转换函数模型的 Doodle 图

这里只给出 G 是标准正态分时的 WinBUGS 运行结果(表 3),无论采用哪种连接函数来估计这个模型,每个参数的 MC 误差均小于 5%,表明采用这 3 种连接函数的估计方法的效果比较好且具有很好的收敛性,其中 MCMC 收敛性诊断方法同 3.1 节。

表 3 G 是标准正态分时的 WinBUGS 运行结果

参数	均值	方差	MC 误差	2.5%	中位数	97.5%	开始	样本
beta0	−0.291 1	0.915 9	0.005 4	−2.093 0	−0.283 0	1.496 0	1	300 00
beta1	0.517 6	0.701 8	0.004 2	−0.870 1	0.523 5	1.882 0	1	300 00
beta2	−0.030 1	0.998 5	0.005 8	−1.984 0	−0.023 1	1.923 0	1	300 00
sigmaE	0.050 8	0.022 4	1.26E−04	0.017 0	0.047 6	0.102 9	1	300 00
tau	4.794 0	1.188 0	0.006 8	3.117 0	4.586 0	7.669 0	1	300 00

3.3　预测纯保费和所需的风险资本总量

从以上建模分析过程可以知道,理赔数额模型根据不同的连接函数可以近似写为不同的形式。

当连接函数为自由度为 14 的 t - 分布时,理赔数额模型可以近似写为:

$$x_t = -0.2886 + 0.5566x_{t-1} - 0.02981y_t + u_t,\text{其中 } u_t \sim N(0,0.0507) \tag{4}$$

当连接函数为标准正态分布时,理赔数额模型可以近似写为:

$$x_t = -0.2911 + 0.5176x_{t-1} - 0.03012y_t + u_t,\text{其中 } u_t \sim N(0,0.05082) \tag{5}$$

当连接函数为标准逻辑斯谛分布时,理赔数额模型可以近似写为:

$$x_t = -0.2401 + 0.7788x_{t-1} - 0.02379y_t + u_t,\text{其中 } u_t \sim N(0,0.05018) \tag{6}$$

将 3.1 节预测的 y_t 的值分别代入式(4)(5)(6)3 个公式中,可以分别预测出 5 年期的 x_t 的值,再根据等式 $x_t = G^{-1}(x_t^*)$,可以求出对应的 x_t^* 的值。为了简洁明了,在预测中准备金设为 1,这样,预测的比例 x_t^* 与预测的索赔数额相同。对于纯保费 P 的预测,定义为:预测时间周期 $t = T+1, T+2, \cdots, T+h$ 的总平均数,也就是 $P = \sum_{t=T+1}^{t=T+h} x_t^*/h$,其结果见表 4。

表 4　不同连接函数之间纯保费 P 的模拟结果

	x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*	x_5^*	P
Probi 连接	0.122 908 6	0.185 154 8	0.224 048 6	0.245 913 3	0.257 675 4	0.207 140 1
Logis 连接	0.070 378 4	0.095 063 2	0.119 416 1	0.141 971 6	0.161 916 9	0.117 749 3
t 连接	0.108 867 5	0.164 582 5	0.203 454 5	0.227 579 4	0.241 763 0	0.189 249 4

从表 4 中可以得出这样的结论:若保险公司提留了 1 个单位的准备金,那么预期索赔所占的比例大约为 12% ~21% ,这些数据对保险公司制定合理的计划提供了一定的依据。

分别用 $\alpha = 95\%$ 和 $\alpha = 75\%$ 的风险价值来预测所需的风险资本总量。风险资本总量占 h 年期纯保费的比例公式定义为 $R(\alpha) = G^{-1}(\alpha)/P * h$,其中 P 为预测的纯保费,h 为预测区间,G^{-1} 为连接函数,根据不同的连接函数得到的风险资本总量占 5 年期纯保费的比例如表 5。

表 5　不同连接函数的风险资本总量占 5 年期纯保费的比例

	$R(\alpha = 0.95)$	$R(\alpha = 0.75)$
Probit 连接	1.588	0.651
Logis 连接	5.001	1.866
t 连接	1.861	0.732

从表 5 中可以看出,对于 $\alpha = 95\%$ 的风险价值,风险资本总量占 5 年期纯保费的比例从 1.588 倍变至 5 倍;对于 $\alpha = 75\%$ 的风险价值,风险资本总量占 5 年期纯保费的比例从 0.651 倍变至 1.866 倍。

4　结　语

主要从计算机模拟的角度对贝叶斯方法进行了研究。在 Hamilton 模型和预测索赔数额模型的贝叶斯

推断过程中,基于 Gibbs 抽样的 WinBUGS 软件的应用,使模型参数的贝叶斯推断摆脱了繁琐的高维积分计算,程序化了贝叶斯方法的分析应用。通过 Hamilton 模型和预测索赔数额模型对保证保险的索赔过程进行了模拟,并对纯保费和所需的纯保费进行了预测,为保险公司对其经营的保证保险业务制定合理的计划提供了一定的依据。在转换函数的背景下对于连接函数选择(概率连接,对数连接和 t 连接)的灵敏度远远大于增长率模型的先验假设。

参考文献:

[1] MAKOV U E. Principal Applications of Bayesian Methods in Acturaial Science: A Perspective (with discussion) [J]. North American Actuarial Journal, 2001, 5(4): 53-73

[2] ANNE P, LASS K, ARTO L. Bayesian modeling of financial guarantee insurance[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2008 (43): 245-254

[3] HAMILTO J. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle[J]. Econometrica, 1989 (57): 357-384

[4] PANKRATZ A. Forecasting with Dynamic Regression Models[M]. John Wiley & Sons, New York, 1991

[5] SCOLLNIK D. Actuarial modelling with MCMC and Bugs[J]. North American Actuarial Journal, 2001(5): 96-124

[6] CARLIN B P, POLSON N G, STOFFE D S. A Monte Carlo approach to nonnormal and nonlinear state-space modeling[J]. Journal of the American Statistical Association, 1992(87): 493-500

[7] GELFAND A E, HILLS S E, RACINE-POON A, et al. Illustration of Bayesian inference in normal data models using Gibbs sampling[J]. Journal of the American Statistical Association, 1990(85): 972-985

Application of Bayesian Methods to the Financial Guarantee Insurance Model

GAO Hai-qing

(College of Mathematics and Statistics, Chongqing University, Chongqing 401331, China)

Abstract: In this paper, we mainly introduced the Hamilton model and the transfer function model to illustrate the application of Bayesian model to the financial guarantee insurance . It treats the parameters of the model as random variables with a prior distribution, then figures out the posterior distribution accoding to Bayesian theorem . And then based on this, the model parameters are estimated by using the WinBUGS software. At last, the pure premium and the required amount of risk capital are predicted.

Key words: Bayes; Gibbs Sampling; Hamilton model; transfer function model

责任编辑:李翠薇