

文章编号:1672-058X(2012)05-0040-06

动态投入产出模型的反向求解及其应用

郑继红

(重庆工商大学 数学与统计学院,重庆 400067)

摘要:讨论了动态投入产出模型的反向递推解法,给出了已知目标年的总产出向量和各期的最终净需求向量及计划期内国民经济各部门总产出的计算公式,并以重庆市 2003-2007 年的数据进行实证分析,证明所给公式是正确可行的;最后,运用所给模型,在确定 2012 年的 GDP 进入“万亿俱乐部”的发展目标后,测算出 2011 年应该完成的生产任务,为制定科学的生产计划提供了参考。

关键词:投入产出分析;动态投入产出分析;反向求解

中图分类号: O29

文献标志码: A

投入产出分析是美国经济学家列昂惕夫 20 世纪 30 年代提出的,它是利用数学方法和电子计算机来研究经济活动的投入和产出之间的数量依存关系,特别是研究和分析国家或地区的国民经济各部门在产品的生产与消耗之间的数量依存关系的一种方法^[1]。我国在 20 世纪 50 年代末 60 年代初开始研究投入产出分析,1973 年编制了第一张实物型投入产出表,改革开放之后,投入产出分析的研究与应用在我国得到了较快的发展。如今,投入产出分析已经在我国经济分析和中长期的发展规划中得到了广泛的应用^[2]。

常用的静态投入产出模型:

$$X = AX + Y \quad (1)$$

其中, $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 为直接消耗系数矩阵, X 为 n 维产出向量, Y 为 n 维最终需求向量。

静态投入产出模型不考虑时间发展顺序,舍掉了时间变化因素,它只是反映一个确定时期内经济数量关系的模型。然而,在编制国民经济计划或规划时,不能独立的只研究一个时期,而必须联系前后时期的变化情况,全面考虑随时间发展诸因素的变化,才能从发展中研究社会产品、劳动力、劳动资料与劳动对象之间的有机联系及其运动过程^[3]。因此,一个自然的发展趋势就是由静态模型转向动态模型发展,以反映在不同时期国民经济各个部门之间的联系及其数量依存关系^[4]。

引入投资系数矩阵,可以建立离散型动态投入产出模型:

$$X(t) = AX(t) + B[X(t+1) - X(t)] + C(t) \quad (2)$$

其中 $X(t)$ 为第 t 年总产出向量, $C(t)$ 为第 t 年的最终净需求向量, $B = (b_{ij})_{n \times n}$ 为投资系数矩阵。在运用模型时,一般满足 3 个假定:(1) 各部门新增的生产能力都能得到充分利用;(2) 模型考察期内 a_{ij} 、 b_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) 不变;(3) 第 t 年生产性资本的增加会引起第 $t+1$ 年生产能力的增加,即时滞为 1 年。

动态投入产出模型(2)是将时间包含在内的投入产出模型,揭示了前一时期的最终需求中各部门的投资品与生产规模扩大数额之间的联系,体现了投资与生产之间的相互联系、相互制约的发展过程。无论在理

论上还是在方法上,动态模型都远较静态模型复杂^[5]。

在实际应用动态投入产出模型(2)进行经济预测和计划分析时,通常会遇到这样的情况:当目标年的总产出向量 $X(T_0)$ 确定时,计划期的总产出向量 $X(t)$ ($t=0,1,2,\dots,T_0-1$) 为多少、各部门产出多少才能够达到预计的目标。讨论动态投入产出模型(2)的解法,给出了目标年的总产出向量 $X(T_0)$ 和各期的最终净需求向量 $C(t)$ ($t=0,1,2,\dots,T_0$) 确定时,计划期总产出向量 $X(t)$ ($t=0,1,2,\dots,T_0$) 的计算公式。

1 动态投入产出模型的反向求解方法

动态投入产出模型的求解方法,依据增加外生变量与待求变量之间的时间顺序,分为反向递推法和正向递推法^[1]。讨论动态投入产出模型(2)的反向递推解法。反向递推法是由后一年度变量值推算前一年度变量值,即由增加的外生变量 $X(t+1)$ 计算出 $X(t)$,从第 $t+1$ 年各部门生产部门的生产模型和结构推算第 t 年的生产规模和结构。反向递推法能够充分考虑未来年度的情况,从某个目标模式出发,逐年向前推算,然后得到计划年度的生产安排。将动态投入产出模型(2)变形为:

$$GX(t) = BX(t+1) + C(t), t = 0, 1, 2, \dots, T_0 - 1 \quad (3)$$

其中, $G = I - A + B$ 。当矩阵 G 为非奇异矩阵时,有:

$$X(t) = G^{-1}BX(t+1) + G^{-1}C(t) \quad (4)$$

用迭代法,得到式(4)的解为:

$$X(t) = (G^{-1}B)^{T_0-t}X(T_0) + \sum_{i=t}^{T_0-1} (G^{-1}B)^{i-t}G^{-1}C(i), t = 0, 1, 2, \dots, T_0 - 1 \quad (5)$$

2 算例与分析

以重庆2003-2007年8个部门(农业、工业、建筑业、运输邮政业、批发和零售业、住宿和餐饮业、房地产业、其他服务业)为实例进行计算与分析。模型所需要的数据主要由重庆统计年鉴得到。

2.1 参数及系数的确定

(1) 计算的基年:2007年。

(2) 规划期:5 a(2003、2004、2005、2006、2007年)。

(3) 直接消耗系数矩阵 A ^[6]。可从重庆2007年投入产出表计算得到8部门的直接消耗系数矩阵:

$$A = \begin{pmatrix} 0.1598 & 0.0233 & 0.0119 & 0.0340 & 0.0000 & 0.0995 & 0.0000 & 0.0036 \\ 0.0920 & 0.6192 & 0.6054 & 0.2507 & 0.1131 & 0.3305 & 0.0745 & 0.2171 \\ 0.0000 & 0.0004 & 0.0000 & 0.0052 & 0.0110 & 0.0015 & 0.0038 & 0.0041 \\ 0.0042 & 0.0206 & 0.0364 & 0.0473 & 0.0735 & 0.0129 & 0.0100 & 0.0307 \\ 0.0753 & 0.0247 & 0.0150 & 0.0127 & 0.0081 & 0.0920 & 0.0028 & 0.0119 \\ 0.0000 & 0.0034 & 0.0099 & 0.0108 & 0.0321 & 0.0184 & 0.0179 & 0.0522 \\ 0.0000 & 0.0008 & 0.0001 & 0.0006 & 0.0107 & 0.0334 & 0.0017 & 0.0066 \\ 0.0000 & 0.0272 & 0.0783 & 0.1068 & 0.0669 & 0.0713 & 0.0575 & 0.1150 \end{pmatrix}$$

(4) 2003年-2007年8部门增加值 N_i ^[7]。

(5) 总产出量 X_i 。从投入产出表中能够查到总产出量,但是数据并不完整,且是现行价格。此处计算

X_t 由公式 $X_t = (I - A_c)^{-1} N_t$ 得到, 所得到的数据为 2003 年不变价。其中 I 为单位矩阵, A_c 为矩阵 A 的列元素之和构成的对角阵。

(6) 投资系数矩阵 B 。计算投资系数的常用公式为: $b_{ij} = k_{ij} / \Delta X_j$, 其中, k_{ij} 是使 j 部门扩大生产规模所需 i 种投资产品量; ΔX_j 表示第 j 部门某年度较前一年度生产规模的增加量; b_{ij} 为第 j 部门增加单位产量所需 i 种投资产品量, 即 j 部门对 i 产品的投资系数。各部门投资采用投入产出表中的固定资本形成数量, 各部门生产规模的增加采用投入产出表中的增加值。于是, 求得投资系数矩阵 B :

$$B = \begin{pmatrix} 0.0194 & 0.0008 & 0.0022 & 0.0075 & 0.0000 & 0.0639 & 0.0000 & 0.0003 \\ 0.1811 & 0.3435 & 1.7932 & 0.8874 & 0.2924 & 3.4158 & 0.5645 & 0.2542 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0006 & 0.0010 & 0.0005 & 0.0010 & 0.0002 \\ 0.0019 & 0.0025 & 0.0240 & 0.0373 & 0.0423 & 0.0296 & 0.0169 & 0.0080 \\ 0.0047 & 0.0004 & 0.0014 & 0.0014 & 0.0007 & 0.0304 & 0.0007 & 0.0004 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0004 & 0.0006 & 0.0013 & 0.0029 & 0.0021 & 0.0009 \\ 0.0000 & 0.0004 & 0.0002 & 0.0020 & 0.0251 & 0.3125 & 0.0120 & 0.0070 \\ 0.0000 & 0.0083 & 0.1273 & 0.2075 & 0.0950 & 0.4046 & 0.2392 & 0.0739 \end{pmatrix}$$

(7) 最终产品 Y_t 。 Y_t 的计算由公式 $Y_t = (I - A) X_t$ 计算得出, 所得数据为 2003 年不变价, 其中 I 为单位矩阵, A 为直接消耗系数矩阵。

(8) 最终净需求向量 C_t 。由公式 $C_t = Y_t - B(X_{t+1} - X_t)$ 得出。

2.2 计算结果与分析

(1) 由公式 $G = I - A + B$ 得到矩阵 G 及其逆矩阵 G^{-1} 。

(2) 计算 X_t 。利用公式(5), 即:

$$X(t) = (G^{-1}B)^{T_0-t} X(T_0) + \sum_{i=t}^{T_0-1} (G^{-1}B)^{i-t} G^{-1} C(i), t = 0, 1, 2, \dots, T_0 - 1$$

用 Matlab 7.0 计算得出 2003、2004、2005、2006 年的 X_t , 并将其与实际的 X_t 进行比较。可以看出, 除了某些个别值, 计算值与实际值的差异并不大, 证明模型是正确可行的。

表 1 计算 X_t 与实际 X_t 的对比

亿元

部门	2003			2004		
	实际值	计算值	误差	实际值	计算值	误差
农业	506.42	489.52	-3.34%	610.05	606.89	-0.52%
工业	2 656.42	2 944.19	10.83%	2 747.38	2 850.41	3.75%
建筑业	725.65	644.63	-11.17%	767.33	729.49	-4.93%
交通运输、仓储及邮政业	314.36	322.27	2.51%	312.70	306.24	-2.07%
批发和零售业	316.03	315.93	-0.03%	325.00	327.72	0.84%
住宿和餐饮业	138.34	116.83	-15.55%	143.52	133.34	-7.09%
房地产业	136.68	130.95	-4.20%	149.69	149.58	-0.07%
其他服务业	838.09	851.11	1.55%	859.30	843.25	-1.87%

续表

部门	2005			2006		
	实际值	计算值	误差	实际值	计算值	误差
农业	631.99	643.95	1.89%	557.62	550.95	-1.20%
工业	2 741.26	2 676.29	-2.37%	2 801.57	3 215.74	14.78%
建筑业	786.73	770.43	-2.07%	795.03	702.97	-11.58%
交通运输、仓储及邮政业	319.58	323.64	1.27%	314.93	356.86	13.31%
批发和零售业	321.12	315.98	-1.60%	326.31	328.41	0.64%
住宿和餐饮业	145.68	139.68	-4.12%	146.75	110.41	-24.76%
房地产业	151.92	141.04	-7.16%	155.09	160.48	3.47%
其他服务业	932.33	919.07	-1.42%	961.48	994.22	3.41%

由此,在确定了2007年的发展目标后,便可以根据表1得出的2003、2004、2005、2006年的 X_t 制定生产计划。

3 模型的应用

2010年6月初,重庆市发改委公布了“十二五”(2011-2015年)规划的初步目标:到2012年,全市经济总量将力争进入“万亿元俱乐部”,2015年达到1.4万亿元以上。如果要在2012年使得全市的GDP达到10000亿,2011年应该怎样安排各部门的生产计划呢?根据上面的模型,以2012年为基期,向前推算,可以得出规划期2011年各部门的 X_t 。

然而,在运用上面的模型进行测算的时候,需要有两个假定:

- (1) 规划期内,重庆的产业结构不会发生变化;
- (2) 规划期内,重庆的最终净需求以每年10%的发展速度递增。

运用第一个假定,可以测算出2012年各个部门的 $X(T_0)$;运用第二个假定,可以确定外生变量最终净向量 C_t 。确定了这两个变量,便可以运用公式(5)进行测算,最终的计算结果如表2所示。

表2 2008-2011年各部门增加值 N_t 的预测值 亿元

部门	2008	2009	2010	2011
农业	436.71	478.37	522.53	566.27
工业	1 089.96	1 173.12	1 245.62	1 307.77
建筑业	190.52	209.54	230.44	253.30
交通运输、仓储及邮政业	203.98	222.81	242.15	257.76
批发和零售业	256.52	280.27	304.88	329.51
住宿和餐饮业	49.03	53.66	58.49	62.65
房地产业	136.26	149.41	162.87	183.75
其他服务业	585.09	640.07	696.49	730.19
合计	2 948.07	3 207.26	3 463.47	3 691.19

注:表中数据均为2003年不变价。

根据以上的预测结果,2011 年的 GDP 为 3 691. 69 亿元。由公式 $X_i = (I - A_c)^{-1} N_i$ 可以推算出 2011 年各部门的总产出,再由公式 $x_{ij} = a_{ij}x_j$ 得到 2011 年各部门的中间产品流量表。

表 3 反映了 2011 年各部门互相提供、互相消耗中间产品的情况,均采用 2003 年不变价。以农业部门为例,从水平方向看,部门生产 295. 21 亿元的中间产品,除本部门留用 134. 42 亿元的中间产品外,分配给工业、建筑业、交通运输、仓储及邮政业、批发和零售业、住宿和餐饮业和其他服务业分别为 108. 87、12. 42、16. 46、0. 01 亿元和 18. 30、4. 72 亿元的中间产品;从垂直方向看,农业部门消耗 279. 50 亿元的中间产品,除向工业、运输邮政业、批发和零售业、分别购买 77. 80、3. 59、63. 69 亿元的中间产品外,其余均为本部门自产自用。

表 3 2011 年各部门中间产品流量表

亿元

部门	农业	工业	建筑业	交通运输、仓储 及邮政业	
农业	134. 42	108. 87	12. 42	16. 46	
工业	77. 80	2 888. 30	631. 10	121. 48	
建筑业	0. 00	2. 09	0. 00	2. 52	
交通运输、仓储及邮政业	3. 59	96. 13	37. 97	22. 92	
批发和零售业	63. 69	115. 04	15. 63	6. 14	
住宿和餐饮业	0. 00	15. 65	10. 29	5. 25	
房地产业	0. 00	3. 60	0. 08	0. 30	
其他服务业	0. 00	127. 03	81. 60	51. 74	
中间消耗合计	279. 50	3 356. 73	789. 10	226. 81	

部门	批发和 零售业	住宿和 餐饮业	房地 产业	其他 服务业	中间产 品合计
农业	0. 01	18. 30	0. 00	4. 72	295. 21
工业	54. 43	60. 80	16. 45	283. 72	4 134. 07
建筑业	5. 29	0. 27	0. 84	5. 39	16. 41
交通运输、仓储及邮政业	35. 37	2. 37	2. 22	40. 10	240. 66
批发和零售业	3. 89	16. 93	0. 62	15. 60	237. 54
住宿和餐饮业	15. 47	3. 39	3. 95	68. 17	122. 18
房地产业	5. 15	6. 14	0. 39	8. 67	24. 34
其他服务业	32. 20	13. 12	12. 70	150. 24	468. 64
中间消耗合计	151. 82	121. 32	37. 16	576. 61	5 539. 04

4 结 论

编制国民经济战略发展计划是国家宏观经济管理的重要手段,不论是实行计划经济体制的国家,还是实行市场经济体制的国家,无一例外^[8]。重庆“十二五规划”的初步目标为 2012 年 GDP 进入“万亿俱

乐部”,为了能够实现这个目标,运用离散型动态投入产出模型,从目标年的总产出出发,逐年向前推算,最后测算出计划年度——2011年需要完成的生产任务,为制定经济政策和科学的计划提供了参考。

参考文献:

- [1] 张干. 投入产出分析方法在区域经济预测分析中的应用[J]. 重庆工商大学学报:自然科学版,1997(9):71-75
- [2] 陈锡康. 中国城乡经济投入占用产出分析[M]. 北京:科学出版社,1992
- [3] 李晓芳. 动态投入产出分析及其应用[D]. 大连:大连理工大学,2004
- [4] 刘起运. 投入产出分析[M]. 北京:中国人民大学出版社,2006
- [5] 赵新良. 动态投入产出[M]. 沈阳:辽宁人民出版社,1988
- [6] 重庆市统计局. 重庆市2007年投入产出表[M]. 重庆:重庆大学出版社,2007
- [7] 国家统计局重庆调查总队. 重庆统计年鉴[M]. 北京:中国统计出版社,
- [8] 袁卫. 新编统计学教程[M]. 北京:经济科学出版社,1999

Inverse Solution to Dynamic Input-output Model and Its Application

ZHENG Ji-hong

(School of Mathematics and Statistics, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract: This paper discusses inverse recursion solution to dynamic input-output model, gives calculation formula of total output of all sectors of national economy in planned period when total output vector of known objective year and ultimate net demand vector of each period are known, makes empirical analysis of Chongqing's data during 2003-2007, and verifies that the given formula is feasible. Finally, the given model is used to calculate the production task in 2011 after the development objective of "trillion yuan club" entry in 2012 is determined, which provides reference for scientifically making production plan.

Key words: input-output analysis; dynamic input-output analysis; inverse solution

责任编辑:田 静