

文章编号:1672-058X(2011)01-0086-04

基于多重分形的喜马拉雅山山脉特征研究*

章意成¹, 郑婷婷^{1,2}, 万涛¹, 程花花¹, 张琛¹

(1. 安徽大学 数学科学学院, 合肥 230039; 2. 安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 合肥 230039)

摘要:采用多重分形谱对喜马拉雅山山脉地貌特征进行分析,多重分形谱参数分层次地刻画了空间内部的精细结构,突出了异常局部变化特征,因此能够准确获取地貌特征信息;在此将美宇航局最近拍摄的一张被积雪覆盖的喜马拉雅山卫星照片图像进行处理,通过计算多重分形谱,提取了山脉分布的特征参数,在喜马拉雅山山脉具体分布以及探究地球面貌中产生积极意义。

关键词:多重分形谱;图像处理;喜马拉雅山;山脉

中图分类号:TP393

文献标志码:A

地球表面地形是粗糙和不规则的,呈现出高低起伏、千姿百态的形貌特征。当选定地球表面某一地域进行观察时,常会发现“山中有山”、“谷中有谷”、“岛中有岛”,即自相似现象。由于地理环境的复杂性和不规则性,用传统的方法无法对其进行较好的描述。分形作为研究和探索自然界复杂、不规则形体的数学理论,已经在许多领域中得到广泛的应用。分形最显著的特点是本来看起来十分复杂的事物,事实上可用仅含有很少的简单的公式来描述。使人们抛开复杂的表面现象,从中提取本质的规律性的东西。面对复杂的地貌形态,分形理论和分形的方法成为处理复杂的、特别是涉及空间现象的地貌系统的有利工具。

多重分形的概念自 20 世纪 70 年代被 Madelbrot $B B^{[1]}$ 首次提出来之后,就一直被用来描述和区别自然界中许多复杂图形、系统和过程,它提供了一种更深入的研究物质性质的手段,用多重分形谱可以研究一个系统的量或状态的奇异分布的性质^[2]。利用标准偏差法和固定质量法,可研究其自仿射分形与多重分形特征^[3],利用投影覆盖法和投影覆盖概率可证实多重分形特征^[4]。因此,研究山脉的多重分形特征以及地球面貌多重分形特征具有重要的理论和现实意义。采用多重分形谱,结合图像处理与分析技术,通过多重分形谱可以准确获取喜马拉雅山地貌特征信息。通过多重分形奇异谱的描述方法能获得更好的地形特征信息和实用效果。

1 多重分形相关理论

采用盒计数法求出物理量的概率分布,再借助统计物理的相关公式来求解不规则分形的多重分形谱。设想用尺度为 $\varepsilon \times \varepsilon$ 的方格($\varepsilon \leq 1$,若 $\varepsilon = 1$,方格尺度即为分形图像的大小)去覆盖分形图像。计算每个方格 (i, j) 中属于“山脉”的像素 $n_{i,j}$,除以全部“山脉”的总像素 $\sum n_{i,j}$,则概率测度用 $P_{ij}(\varepsilon)$ 表示。

$$P_{ij}(\varepsilon) = \frac{n_{i,j}}{\sum n_{i,j}}$$

定义配分函数 $\chi_q(\varepsilon)$,为概率测度 $P_{ij}(\varepsilon)$ 的 q 次方进行加权求和,即归一 $P_{ij}(\varepsilon)$ 的 q 阶距。

收稿日期:2010-05-11;修回日期:2010-07-06.

* 基金项目:安徽省高等学校省级自然科学基金项目(KJ2007B239),安徽大学人才队伍建设项目(随机商分形模型理论及应用).

作者简介:章意成(1984-),男,安徽枞阳人,硕士研究生,从事智能计算、分形理论和生物信息学研究.

$$\chi_q(\varepsilon) = \sum_{ij}^q P_{ij}(\varepsilon) = \varepsilon^{\tau(q)} \tag{1}$$

如果式(1)后面等式成立,则配分函数 $\tau(q)$ 与 q 有如下关系:

$$\tau(q) = \frac{\ln \chi(q)}{\ln \varepsilon} (\varepsilon \rightarrow 0) \tag{2}$$

式(2)中 $\tau(q)$ 称为质量指数。如果 $\ln \chi_q(\varepsilon)$ 随 $\ln \varepsilon$ 的变化有较好的线性关系,则说明对象具有多重分形特性,如果 $\tau(q)$ 是 q 的线性函数,则对象是单分形。 $\ln \chi_q(\varepsilon)$ 与 $\ln \varepsilon$ 曲线斜率就是 $\tau(q)$ 。通过加权处理可以对一个分形集内部的结构进行精细的研究。质量指数函数 $\tau(q)$ 与广义分形维数 $D(q)$ 还具有如下关系:

$$D(q) = \begin{cases} \frac{\tau(q)}{q-1}, (q \neq 1) \\ \tau'(1), (q = 1, \text{且 } \tau(q) \text{ 可微}) \end{cases} \tag{3}$$

由式(3)可以看出,具有不同标度指数的子集,可随着 q 值的不同,有不同意义的分形维数。当 $q=0$ 时, $D_0 = -\tau(0)$ 这表明 $q=0$ 时, x_0 反映的是研究对象的空间几何性质,与物理的不均匀分布概率 P 无关, D_0 就是通常意义上的分形维数,即正是普通的豪斯道夫维数。当 $q=1$ 时, $x_1(\varepsilon) = \sum p_{ij} = 1$ 由此得出 $\tau(1) = 0$, 这时广义分形维数 D_1 称为信息维数。当 $q=2$, D_2 称为相关维数,它表示在一定的尺度范围内随机选取任意两点的概率。相关维数的变化意味着数据库中点分布的变化。因此广义维数 D_q 实际上包含分形理论所涉及的全部维数。奇异指数 $\tau(q)$ 可以从下面的微商得到:

$$\alpha = \frac{d\tau(q)}{dq} \tag{4}$$

由统计物理理论,对 $\tau(q)$ 、 q 做勒让德变换得到:

$$f(\alpha) = \alpha q - \tau(q)$$

由此可以得到分形图像的多重分形谱 $f(\alpha)$ 。

由多重分形谱图像可知,二维空间或三维空间的多重分形谱 $f(\alpha)$ 最大值分别为 2 或 3。典型的多重分形谱 $f(\alpha)$ 通常为光滑的单峰函数,呈钟状或钩状,它给出比简单分形包含更丰富的结构信息。在多重分形谱的参数中,大的奇异指数 $\max\{\alpha\}$ 及对应的分形维数 $f(\max\{\alpha\})$ 反映的是小概率测度区域的性质;小的 $\min\{\alpha\}$ 及对应的 $f(\min\{\alpha\})$ 则反映的是大概率测度区域的性质;多重分形谱的宽度 $\Delta\alpha$ ($\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$) 大小反映整个分形结构上概率测度分布的不均匀性的程度和对象的复杂程度,刻画数据集的波动程度。概率分布越不均匀,相应的 $f(\alpha)$ 曲线越宽,即 $\Delta\alpha$ 越大。 $\Delta\alpha = 0$ 时,则表示指数概率集分布是完全均匀分布的。

$$\Delta f = f(\min\{\alpha\}) - f(\max\{\alpha\}) = \frac{\ln\left(\frac{N_{p_{\max}}}{N_{p_{\min}}}\right)}{\ln \varepsilon}$$

其中 $f(\min\{\alpha\})$ 、 $f(\max\{\alpha\})$ 分别刻画了指数最大概率集和最小概率集随分割长度减小而增大的程度。 $N_{p_{\min}}$ 和 $N_{p_{\max}}$ 分别表示指数最大概率集事件和最小概率集事件的出现的次数。 Δf 主要表现在标度不变情况下,数据沉积在波峰、波谷位置的数目比例,若 $\Delta f > 0$, 这时概率最大子集的数目小于概率最小子集的数目,相应的岛屿比较尖锐;相反,当 $\Delta f < 0$ 时,粒子更多沉积在峰位;而当 $\Delta f = 0$ 时,表示粒子沉积在峰、谷位置的几率相等。因此 $f(\alpha)$ 的物理意义是对研究对象的分形结构上的复杂程度、不规则程度以及不均匀程度的一种量度。

2 多重分形谱的计算及其分析

2.1 图像处理

图片来源于美宇航局 (<http://www.nasa.gov/>) 最新卫星拍摄到的被积雪覆盖的喜马拉雅山脉图像(图 1),在此需要首先将彩色图像转化为灰度图像。采用加权平均值法将彩色图像转化为灰度图



图 1 美宇航局最新卫星拍摄被积雪覆盖的喜马拉雅山

像^[5]。根据多重分形谱的计算要求,将彩色图像转化为灰度图像,再进行二值化处理,即把灰度图转换成黑白二值图^[6]。

2.2 多重分形谱的计算

根据以上介绍的相关公式和算法,提取的尺寸 ε 分别是 0.5, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64, 1/128, 1/512 时所对应的每个小正方形区域中的所有山脉,并计算出对应于各种尺度的每个小正方形的概率密度分布函数 $p_{ij}(\varepsilon)$ 。 q 的实际取值范围为 $[-20, 20]$ 。编写了求取双对数函数、配分函数、质量指数函数、广义维数函数以及多重分形谱函数的 Matlab 的程序,得到有关图像(图 2、图 3)。

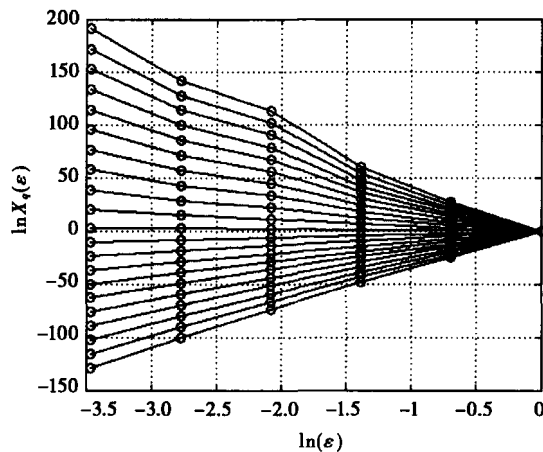


图 2 $\ln x_q(\varepsilon) - \ln \varepsilon$

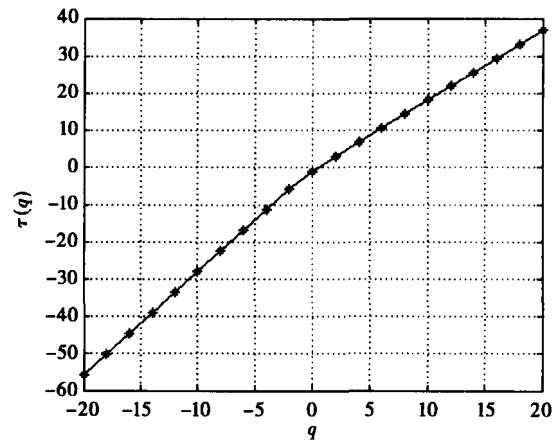


图 3 $\tau(q) - q$

图 2 显示了 $q = -20$ 到 20 每间隔 2 的双对数关系图,从图 2 可以看出 $q = -20, -18, -16$ 时出现了略微的浮动。但观察整个尺度的变化范围内可知, $\ln x_q(\varepsilon)$ 与 $\ln \varepsilon$ 之间显现了较好的线性关系,因此 $x_q(\varepsilon)$ 与 ε 满足幂律关系,即说明在规定的尺度变化范围内山脉分布具有无标度性,也就是山脉具有分形的特性。

根据式(2),得到质量指数函数的关系图,如图 3 所示, $\tau(q)$ 是一个上凸的函数,即 $\tau(q)$ 与 q 之间存在着非线性关系,这表明了喜马拉雅山脉的确具有多重分形的特性。

利用式(4)可以得到广义分形维数 $D(q)$ 的关系图(图 4),可以看出 $D(q)$ 不恒为 2,表示图像不是均匀分布。特别地,当 $q=0$ 时,所对应的正是普通的豪斯道夫维数 $D(0) = 1.978$ 。 $D(q)$ 是一个随 q 增大而单调下降的函数,说明 $D(q)$ 具有多重分形特征。

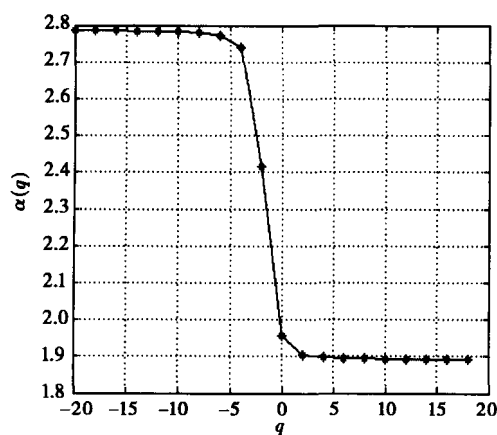


图 4 $D(q)q$

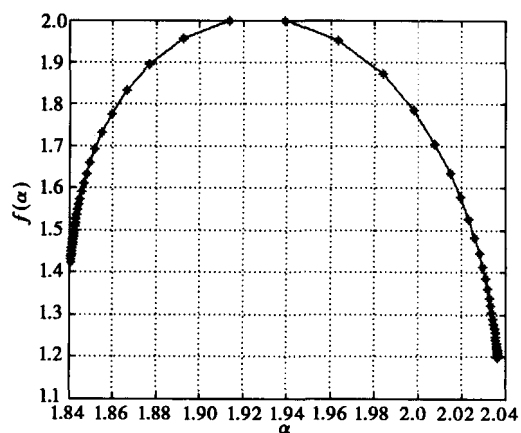


图 5 $f(\alpha)\alpha$

经计算可得 $\alpha_{\min} = 1.84; \alpha_{\max} = 2.038$,所以谱函数的宽度 $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} = 0.198$;谱函数 $f(\alpha)$ 的极大值在 $\alpha_0 = 1.93$ 处取到, $f_{\max} = f(\alpha_0) = 2$ 。而且多重分形谱图是左钩形状,即 $\Delta f > 0$,此谱的顶端相对较圆滑,这时概率最大子集的数目小于概率最小子集数目,意味着粒子更多沉积在谷的位置(图 5)。表示喜马拉雅山脉最典型的特征是扶摇直上的高度,一侧陡峭参差不齐的山峰,深不可测的河流峡谷,复杂的地质构造,使

得喜马拉雅山脉分布并不对称,北坡平缓,南坡陡峻。

4 结束语

通过运用多重分形理论,提取了喜马拉雅山山脉多重分形谱的特征参数:奇异谱的极大值 $f_{\max} = 2$, 奇异谱的宽度 $\Delta\alpha = 0.198$; 可以用这些特征参数分析整个喜马拉雅山山脉分布,证实了喜马拉雅山山脉具有一定的多重分形性特征,这为进一步分析地球地貌提供了新的方法和新的思想。如果利用多重分形谱对地形地貌数字高程图进行处理,将获得更准确的地形地貌特征信息,这也是下一阶段的目标。在理论上地球每块地域具有不同的多重分形特征,所以世界上没有两座相同的山脉,因此依据提取的多重分形特征进一步识别不同的地域,这为飞行器导航提供精确的制导。

参考文献:

- [1] MADELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York:Free-man,1982
- [2] 刘元永,罗晓曙,陈全斌. 多重分形谱在叶片图像处理中的应用[J]. 计算机工程与应用,2008,44(8):101-103
- [3] 李锰,朱令人,龙海英. 天山地区地貌系统的自仿射分形与多重分形特征研究[J]. 中国地震,2008,18(4):401-408
- [4] 李锰,朱令人,龙海英. 新疆天山地区地貌分形与多重分形特征研究[J]. 内陆地震,2003(3):56-58
- [5] 周长发. 精通 Visual c++ 图像处理编程[M]. 北京:电子工业出版社,2004
- [6] 于峰,林杉. 植物叶面积测定系统的研究及其应用[J]. 计算机应用研究,2003(12):20-23

Analysis of Himalayas Mountains Based on Multifractal Characteristics

ZHANG Yi-cheng¹, ZHENG Ting-ting^{1,2}, WAN Tao¹,
CHENG Hua-hua¹, ZHANG Chen¹

(1. School of Mathematical Science, Anhui University, Hefei 230039, China;

2. Ministry of Education Key Lab of Intelligent Computing & Signal Processing, Anhui University,
Hefei 230039, China)

Abstract: The natural multi-fractal spectrum was computed and analyzed with the multi-fractal method. The parameters of multi-fractal spectrum were used to describe hierarchically refined structure of terrain and highlight the singularity characters of local area. Thus, the exact characterization of terrain surfaces is obtained. Combined with image processing and analysis technology, the satellite photo of the snow-covered Himalayas collected by NASA was processed. And by computing the multifractal spectrum, two characteristic parameters of Himalaya Mountains are extracted. The method benefits specific distribution of the Himalayan Mountains and explores the face of the earth.

Key words: multifractal spectrum; image processing; Himalayas; mountains

责任编辑:代晓红