第 26卷第 4期 重庆工商大学学报 (自然科学版) 2009年 8月
Vol. 26 NO. 4 J Chongqing Technol Business Univ. (Nat Sci Ed) Aug. 2009

文章编号: 1672 - 058X(2009) 04 - 0341 - 05

基于小波变换的数字图像压缩研究

晏 力

(重庆工商大学 计算机科学与信息工程学院,重庆 400067)

摘 要:首先从数学分析的角度研究了小波变换的理论基础,然后从实验角度出发探讨了在 Matlab数学分析工具环境下小波变换在数字图像压缩中的应用并分析了应用实例;最后,通过实验说明小波变换理论在数字图像处理中所发挥的重要作用。

关键词:小波变换;图像压缩;Matlab

中图分类号: O177. 91 **文献标志码**: A

对高清数字化图像进行存储和传输之前,首先要对图像进行压缩。而压缩图像传统的变换方法如 FFT、DCT等有很多局限性,它们只能提供整个信号在全部时间或空间下的整体频域特性,而不能提供任一时间或空间段上的频域信息,因此它们在压缩含有瞬态和局部性信号分量的图像时性能不佳。基于小波变换的图像压缩技术采用多尺度分析,可根据各自的重要程度对不同层次的系数进行不同的处理,使变换系数的能量同时在频率上和空间上集中,同时具有好的空间分辨率和好的频率分辨率的特性。当分析低频信号时,可以降低时间分辨率来提高频率分辨率;而在高频部分时,可以在较高的时间分辨率下关注信号的瞬态特征,而降低频率分辨率。这正好与自然界中低频信号持续时间较长,而高频信号持续时间较短相吻合,非常适合于数字图像处理。因此,小波变换是一种能够获得较好图像复原质量与压缩比的,能够适应未来发展的变换技术,它已经成为当今图像压缩编码的主要研究方向。

2 小波变换基本理论

2 1 基本原理

令 $L^2(R)$表示实数轴上可测函数组成的平方可积空间,函数 $\psi(x)\in L^2(R)$的傅立叶变换为: $\hat{\psi}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\psi(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t$。

当且仅当$\hat{\psi}(\omega)$满足小波相容性条件: $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|}\mathrm{d}\omega=C_{\hat{\psi}}<\infty$时,称函数 $\hat{\psi}(\omega)$为相容小波函数 (也称基本小波函数)。在此假设已知一个相容小波函数$\hat{\psi}(\omega)$,则对任意函数 $f(x)\in L^2(R)$,且其尺度 $S\in R^+$, $S\neq 0$和时间 (空间距离) $x\in R$上的小波变换可表示为:

收稿日期: 2009 - 03 - 02;**修回日期**: 2009 - 05 - 20。
作者简介:晏力 (1976 -),男,重庆市巴南区人,硕士,讲师,从事移动通信研究。

$$Wf(s,x)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi^{*}(t-x/s)\frac{\mathrm{d}t}{s} \quad (1)$$

其中 R为实数集, R^{+}为正实数集。

由式 (1)可以看出,小波变换实质上是原始信号与经过尺度伸缩后之小波函数核的相关运算,通过调整尺度因子,就可以得到用以匹配原始信号不同位置的不同时 (空)频率的小波函数,以达到对信号的局部化分析。

又令 $\psi(\omega)=\psi^{*}(\omega)$, $\psi_{S}(x)=\frac{1}{s}\psi\left(\frac{x}{s}\right)$,则式 (1)可改写为:

$$Wf(s,x)=f(x)*\psi_{s}(x) \quad (2)$$

式 (2)说明:小波变换可以看成是原始信号和一组不同尺度的小波带通滤波器的滤波运算,从而可将信号分解到一系列频带上进行分析处理。

2 2 二维离散小波图像分解与重构

根据 Mallat的金字塔式分解算法,图像经过小波变换后被分割成 4个频带:水平 (HL)、垂直 (LH)、对角线 (HH)和低频 (LL),低频部分还可以继续分解。图像经过小波变换后生成的小波图像的数据总量与原图像的数据量相等,即小波变换本身并不具有压缩功能。之所以将它用于图像压缩,是因为生成的小波图像的能量分布特性,水平 (HL_1, HL_2)、垂直 (LH_1, LH_2)和对角线 (HH_1, HH_2)部分表征了原图像在水平、垂直和对角线方向的边缘信息,具有明显的方向特性,低频 (LL_1, LL_2)部分代表着图像整体的亮度信息 (图 1)。对所得的 4个子图像,根据人类视觉的生理和心理特点分别作不同策略的量化和编码处理,就可以实现图像的压缩。由于低频子带表示由小波变换分解级数决定的最大尺度、最小分辨率下对原始图像的最佳逼近,它的统计特性和原图像极其相似,集中了原图像的大部分能量,故这部分数据最为重要,同时人眼对亮度图像部分的信息特别敏感,所以对这一部分的压缩应尽可能减少失真甚至无失真,对细节图像可以采用压缩比较高的编码方案。

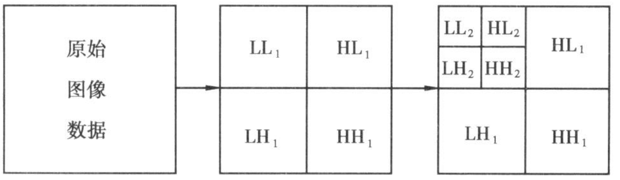

图 1 二级图像小波分解示意图

二维离散小波图像采用了子带结构实现离散小波变换的计算,以迭代的方式使用双子带编码并且自底向上建立小波变换,即分别用低通滤波器和高通滤波器对 $f(x,y)$滤波,再间隔抽样产生两个高、低半带信号,然后对低半带信号再一次实施双子带编码,连续进行这一过程,小波变换系数就是低半带点加上用子带编码的高半带信号的全部。信号的小波分解和重构均可通过子带滤波的形式实现。图 2和图 3为 Mallat算法的小波分解与重建过程:

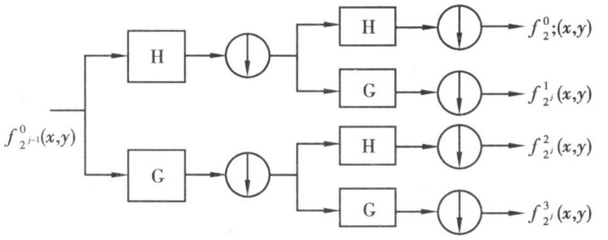

图 2 图像小波分解过程

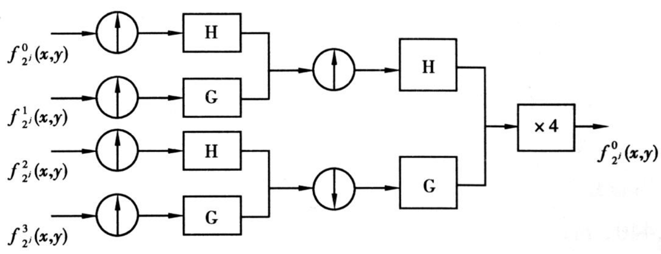

图 3　图像小波重建过程

其中 H是低通滤波器, G是高通滤波器, ↓表示间隔采样,即只剩下采样数的一半, ↑表示加倍采样,即每隔一点插入一个零值。

考虑二维尺度函数可分离情况: $\phi(x, y) = \phi(x)\phi(y)$,其 $V_m = V_{1m} \otimes V_{2m}$ (上标为方向序号),则 $V_{m-1} = V_m \oplus (V_{1m} \otimes W_{2m}) \oplus (W_{1m} \otimes V_{2m}) \oplus (W_{1m} \otimes W_{2m})$,得到构建二维离散小波变换的 3个基本小波函数:

$$\begin{cases} \psi^1(x, y) = \phi(x)\psi(y) \\ \psi^2(x, y) = \psi(x)\phi(y) \\ \psi^3(x, y) = \psi(x)\psi(y) \end{cases}$$

它们构成 $L^2(R)$空间的正交归一基: $\psi^l_{j\cdot m\cdot n}(x, y) = 2^j \psi^l(x - 2^j m, x - 2^j n)$,其中 j是尺度因子; m, n是平移因子; $l = 1, 2, 3$代表方向因子。

$j = 0$为原始图像尺度,当 j每一次增大,尺度加倍则分辨率减半,第 j层图像分解各分量为:

$f^0_{2^{j+1}}(m, n) = < f^0_{2^j}(x, y), \phi(x - 2^j m, x - 2^j n) > f^0_{2^{j+1}}(m, n)$代表图像低频近似分量,可对其进一步分解;

$f^1_{2^{j+1}}(m, n) = < f^1_{2^j}(x, y), \psi^1(x - 2^j m, x - 2^j n) > f^1_{2^{j+1}}(m, n)$代表图像高频水平细节分量;

$f^2_{2^{j+1}}(m, n) = < f^2_{2^j}(x, y), \psi^2(x - 2^j m, x - 2^j n) > f^2_{2^{j+1}}(m, n)$代表图像高频垂直细节分量;

$f^3_{2^{j+1}}(m, n) = < f^3_{2^j}(x, y), \psi^3(x - 2^j m, x - 2^j n) > f^3_{2^{j+1}}(m, n)$代表图像高频对角细节分量。

3　MATLAB环境下小波变换的图像压缩

3.1　Matlab应用于小波变换

Matlab是一种高效的工程计算语言,它在数值计算、数据处理、自动控制、图像处理、神经网络、小波分析、金融分析等方面有着广泛的应用。Matlab中与图像压缩编码有关的小波函数有: wavedec2 (多尺度二维小波分解)、waverec2 (多尺度二维小波重构)、appcoef(提取二维小波分解低频系数)、detcoef(提取二维小波分解高频系数)、wcodemat(对矩阵进行量化编码)、wrcoef2 (对二维小波系数进行单支重构)。

3.2　图像压缩实例及分析

利用 Matlab的小波工具箱中的小波函数,通过采用不同的小波基对 256 ×256的重庆工商大学校门标准图像进行压缩,发现 bior3.7小波对原始图像进行二次压缩效果较好 (图 4)。

将小波变换应用于图像压缩的步骤如下:

```
load ctbu; %装入图像
subplot(2, 2, 1); image(X); colormap(map);
title('原始图像'); %显示原始图像
disp('压缩前图像 X的大小:'); whos('X');
[c, s] =wavedec2(X, 2, 'bior3.7'); %对图像用 bior3.7小波进行二层小波分解
ca1 = appcoef(c, s, 'bior3.7', 1); %提取小波分解结构中一层的低频系数和高频系数
ch1 = detcoef2('h', c, s, 1); %水平方向 (垂直方向和斜线方向与此类似)
```

h1 =wrcoef2('h',c,s,'bior3.7',1); %重构一层水平分量 (垂直方向和斜线方向与此类似)

ca1 = appcoef2(c,s,'bior3.7',1);

ca1 =wcodemat(ca1,440,'mat',0); %保留小波分解第一层低频信息,进行图像的压缩并对第一层信息进行量化编码

ca2 = appcoef2(c,s,'bior3.7',2);

ca2 =wcodemat(ca2,440,'mat',0); %保留小波分解第二层低频信息,进行图像的压缩并显示第二层的低频信息

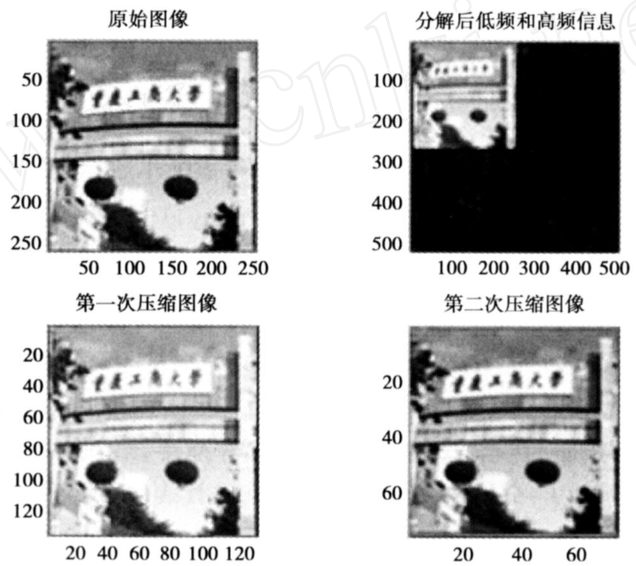

图 4 原始图像、分解图像及压缩图像

工作窗口中会显示以下结果:

压缩前图像 X的大小:

Name	Size	Bytes	Class
X	256 ×256	524 288	double array

Grand total is 65 536 elements using 524 288 bytes

第一次压缩图像的大小为:

Name	Size	Bytes	Class
ca1	135 ×135	145 800	double array

Grand total is 18 225 elements using 145 800 bytes

第二次压缩图像的大小为

Name	Size	Bytes	Class
ca2	75 ×75	45 000	double array

Grand total is 5 625 elements using 45 000 bytes

在此可以看出,第一次压缩是提取原始图像中小波分解的第一层的低频信息,此时压缩效果较好,压缩比较小 (约为 1/3大小)。第二次压缩是提取第一层分解低频部分的低频部分 (即第二层的低频部分),其压缩比较大 (约为 1/12),压缩效果也基本可以。因而小波变换不需要经过其他处理即可获得较好的压缩效果。

为了验证小波变换算法的优越性,仍以 256 ×256的重庆工商大学校门标准图像为例进行仿真实验,比较传统 JPEG算法和小波变换算法的性能差异 (表 1)。由表 1实验结果可见,小波变换算法的最大均方误差

比和峰值信噪比较传统 JPEG算法有一定程度提高,虽然峰值信噪比提高太少,但小波变换算法还原图象的视觉效果较 JPEG算法的视觉效果好些,特别是图象的边缘和轮廓视觉效果较 JPEG算法要好。由此可见,相对于传统变换方法,利用小波变换,压缩比大,压缩效率高,能量损失小。

表 1　传统 JPEG算法和小波变换算法的实验结果比较

CTBU图像	压缩比	比特率 (Bits/Pixel)	压缩算法	
			传统 JPEG算法	小波变换算法
最大均方误差	8:1	1.0	49.8	18.3
	16:1	0.5	125.3	34.1
PSNR	8:1	1.0	31.3	36.8
	16:1	0.5	27.6	30.6

4　结束语

小波变换与 Fourier变换、窗口 Fourier变换(Gabor变换)、DCT相比,是一个时间和频率域的局域变换,能更有效的从数据中提取信息,并能通过伸缩和平移等运算对函数或数据信号进行多分辨率分析,解决了 Fourier变换和 DCT不能解决的许多困难问题。基于小波变换的新压缩算法已经被证明是具有更高效率和优越性能的压缩方法,因此运用小波变换进行图像压缩编码成为一个研究热点。随着互联网、多媒体以及视频技术等的迅速发展,相信小波变换在图像压缩领域会具有非常好的应用前景。

参考文献:

[1] 张旭东,卢国栋,冯健. 图像编码基础和小波压缩技术—原理、算法和标准[M]. 北京:清华大学出版社, 2004

[2] 王剑. 基于 MATLAB的小波变换在图象压缩中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2003(1): 57 - 61

[3] 王向阳. 小波变换在图像压缩中的应用[J]. 微电子学与计算机, 2001(4): 61 - 64

[4] BURRUS C. 小波与小波变换导论[M]. 北京:机械工业出版社, 2005

[5] 李金龙. 小波变换方法及其应用[J]. 地震, 2001, 21(3): 91 - 96

Study on image compression based on wavelet transform

YAN Li

(School of Computer and Information Engineering, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract: Firstly, the theory foundations of wavelet transform are introduced by the view of mathematics. From the angle of the experimentation in the Matlab, this paper discusses and analyzes the application of image compression based on the wavelet transformation. This paper makes an introductory review on the image texture analytical techniques including the last achievement in this field.

Key words: wavelet transform; image compression; Matlab;

责任编辑:罗泽举