

文章编号:1672-058X(2009)02-0148-04

一种改进的遗传算法在函数优化中的应用*

杨华芬

(曲靖师范学院 计算机科学系,云南 曲靖 655000)

摘要:针对传统遗传算法在处理多峰值函数优化存在的“早熟”问题,以及在后期搜索效率低的问题,在对目前常见的几种种群早熟程度评价指标进行分析的基础上,提出了一种新的种群“早熟”程度评价指标,并据此提出了一种改进的自适应遗传算法;最后将改进的遗传算法用于函数优化;实验表明:改进后的遗传算法有效地解决了过早收敛、局部搜索能力差和全局收敛速度慢等问题。

关键词:自适应遗传算法;多峰值函数;变异概率;交叉概率;收敛性能

中图分类号:TP 319

文献标识码:A

在工程设计、组合优化、决策支持等实际问题中都存在多个解,这些问题结果简化处理后可以归结为函数求解问题。因此对函数求解方法的研究具有重要的应用价值。美国学者 Holland 于 1975 年首先提出遗传算法是一种基于自然遗传演化机制的高效探索算法^[1]。它具有搜索方法简单、鲁棒性强、实现全局并行搜索、搜索空间大、适于解决大规模复杂问题等优点。但是标准遗传算法在复杂优化问题及多峰值函数的函数优化求解过程中存在收敛速度慢、迭代次数多、容易出现局部极值点等不足之处,一些理论研究也证明了标准遗传算法收敛不到全局最优状态^[2]。文献[3]提出了基于信息熵的解决多峰值函数极值的免疫算法(IMMUNE ALGORITHM),该算法将免疫细胞的浓度和亲和度作为选择操作的依据,以产生多样性抗体。2002 年,De Castro 和 Von Zuben 在文献[4]中提出了克隆选择算法,该算法的优点是模型简单明了,没有复杂的数学计算。文献[5-7]也分别从不同角度对标准遗传算法作改进并用于函数优化。如何改善 GA 的搜索能力和提高搜索速度是遗传算法中一个较难解决的问题,因为这是一个能否把 GA 应用到实际问题求解中的先决条件。在此在自适应变异方面对遗传算法作了改进,首先分析了几种常见的种群“早熟”程度评价指标,提出了新的种群“早熟”程度评价指标;其次根据该指标定义了交叉和变异概率,并应用于函数优化,仿真实验表明改进后的遗传算法是有效可行的。

1 几种常见的种群多样性程度定量评价指标

1.1 种群个体空间分布方差

定义 1 若第 t 代种群的个体 X_i 由 L 个基因构成,即 $X_i = [x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^L]$, $i \in \{1, 2, \dots, M\}$, 定义第 t 代种群的平均个体为:

$$\bar{X}_t = [\bar{x}_t^{(1)}, \bar{x}_t^{(2)}, \dots, \bar{x}_t^{(L)}] \quad (1)$$

其中, $\bar{x}_t^{(l)} = \sum_{i=1}^M x_t^{i(l)} / M$, 由此定义第 t 代种群的方差为:

$$D_t = [D_t^{(1)}, D_t^{(2)}, \dots, D_t^{(L)}] \quad (2)$$

其中 $D_t^{(l)} = \sum_{i=1}^M [x_t^{i(l)} - \bar{x}_t^{(l)}]^2 / M$, $l \in \{1, 2, \dots, L\}$ 。

收稿日期:2009-01-01;修回日期:2009-03-25。

* 基金项目:重庆市教委科技计划项目,模糊推理与软计算方法研究(KJ050809)。

作者简介:杨华芬(1981-),女,硕士,云南省曲靖市人,讲师,从事智能计算研究。

可以看出方差 D_l 是 L 维的行向量, 每一个分量表示出了种群在该维坐标上的空间分布。显然, $D_l^{(t)}$ 越大种群在第 l 维坐标上的空间分布就越大。

1.2 种群的熵

定义2 若第 t 代种群有 Q 个子集: $S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{iQ}$, 各个子集所包含的个体数目记为 $|S_{i1}|, |S_{i2}|, \dots, |S_{iQ}|$, 且对任意 $i, j \in \{1, 2, \dots, Q\}, S_{ii} \cap S_{ij} = \phi, \bigcup_{i=1}^Q S_{in} = A_t, A_t$ 为第 t 代种群的集合, 则第 t 代种群的熵为:

$$E_t = - \sum_{i=1}^Q p_i \ln p_i \quad (3)$$

其中 $p_i = |S_{ii}|/M, M$ 为种群个体的数目。

1.3 种群个体最优适应度与平均适应度的差值

定义3 设第 t 代种群由个体 $X_t^1, X_t^2, \dots, X_t^M$ 构成, 适应度分别为: $F_t^1, F_t^2, \dots, F_t^M$, 令 F_{tmax} 代表该种群最佳个体的适应度, \bar{F}_t 代表该代种群个体的平均适应度, 定义 F_{tmax} 和 \bar{F}_t 的差值为:

$$\Delta = F_{tmax} - \bar{F}_t$$

则指标 Δ 可用来表征种群的多样性程度。

综合分析上述3种评价种群多样性程度的指标可知, 它们都在不同程度上反映了种群各个个体之间的离散程度, 即种群的多样性程度。但另一方面, 它们各有其不足, 主要表现在以下几个方面:

第一个指标要计算整个种群所有个体空间分布的方差。当种群的规模和个体的染色体编码长度增大时, 计算量将显著变大, 而且不能完全体现出种群的多样性。

第二个指标反映种群中不同类型个体的分布情况, 计算量比前一个指标还大。种群熵不能及时反映种群个体“早熟”的程度。

第三个指标在计算 Δ 时只考虑个体的适应度, 不必计算种群个体的空间分布, 所以运算量小于前两个指标。但 Δ 也不能及时反映种群个体的“早熟”程度。

2 新的种群“早熟”程度评价指标

由于在大多数应用场合, 种群空间内分布不同的个体其适应度也不相同, 因此用适应度分布的离散程度来表征种群内个体分布的多样性程度, 不仅在原理上可行, 而且在计算时仅利用种群个体的适应度, 不需要计算种群个体的空间分布, 使运算量明显降低。所以, 在此采用适应度分布的离散程度来表征种群内个体分布的多样性程度。

另外, 通过对遗传算法进化过程的仔细分析, 得知种群在进化过程中发生“早熟”(即丧失种群多样性)的主要表现是: 种群内适应度暂时最大的一些个体相互重复或趋同, 使得它们有较大的概率参与下一代的选择复制操作, 且他们之间交叉后的子代也不会与父代有太大的变化, 导致遗传算法搜索寻优过程十分缓慢, 降低搜索效率。因此, 要正确判断一个种群是否会发生“早熟”, 主要是看这个种群中当前适应度最大的那些个体是否重复或相互趋同。基于此思想, 提出一种评价种群“早熟”程度的新指标。

定义4 设第 t 代种群由个体 $X_t^1, X_t^2, \dots, X_t^M$ 构成, 适应度分别为 $F_t^1, F_t^2, \dots, F_t^M$, 群体个体的平均适应度 $\bar{F}_t = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M F_t^i$, 最优个体的适应度为 F_{tmax} , \bar{F}_{tmax} 代表适应度大于 \bar{F}_t 的个体的平均适应度, 定义 F_{tmax} 与 \bar{F}_{tmax} 之间的差值:

$$\Delta' = F_{tmax} - \bar{F}_{tmax} \quad (4)$$

则指标 Δ' 可用来表征种群的“早熟”程度。

这里之所以要计算 F_{tmax} 与 \bar{F}_{tmax} 之间的差值 Δ' , 而不是简单地计算 F_{tmax} 与 \bar{F}_t 之间的差值 Δ , 是因为在计算 Δ' 时不涉及那些适应度低于平均适应度的个体, 即从根本上避免了在计算 Δ 时由较差个体带来的不利影响, 可更清楚地从概念上反映种群中当前适应度最大的那些个体之间的趋同程度, 从而能更准确地描述种群个体发生“早熟”的程度, 而且 Δ' 的计算量与 Δ 相当, 远小于文献[8]提出的两种指标(D_l 和 E_t) 的计算量。由此可见, Δ' 是定量评价种群“早熟”程度更有效的指标。

3 算法描述

在传统的遗传算法中,交叉概率 p_c 、变异概率 p_m 等控制参数与种群进化过程无关,从始至终都保持定值。近年来的研究表明^[7,8],控制参数对系统性能有重要的影响:交叉概率 p_c 的高低决定解群体的更新和搜索速度的快慢, p_c 太大会使算法的探测能力加强,越容易探测到新的优良个体,增加算法的收敛速度; p_c 太小会使搜索停滞不前。变异对于保持解群体结构多样性、防止算法“早熟”是一种重要手段,变异概率 p_m 太小时难以产生新的基因块, p_m 太大又会使遗传算法变成随机搜索,从而失去其优良特性。由此可知,交叉概率和变异概率对于遗传算法的收敛性能有重要影响。

用不变的控制参数来控制遗传进化,很容易导致“早熟”,降低算法的搜索效率。目前调整遗传算法控制参数较好的方法是动态自适应技术,其基本思想是使 p_c 、 p_m 在进化过程中根据种群的实际情况,随时调整大小。具体做法为:当种群趋于收敛时,减小 p_c 、增大 p_m ,即降低交叉的概率,提高变异的概率,以保持种群的多样性,避免“早熟”;当种群个体发散时,增大 p_c 、减小 p_m ,即提高交叉的概率,降低变异的概率,使种群趋于收敛,增加算法的收敛速度。

基于前述评价种群“早熟”程度的新指标 Δ' ,提出如下自适应调整遗传算法控制参数的新策略,使得交叉概率 P 、变异概率 P 在进化过程中随着 Δ' 的变化而改变。数学描述如下:

$$p_c = \frac{1}{1 + \exp(-k_1 \cdot \Delta')} \quad (5)$$

$$p_m = \frac{1}{1 + \exp(-k_2 \cdot \Delta')} + 1 \quad (6)$$

式(5)、(6)中: $k_1, k_2 > 0$ 。由于 Δ' 始终大于或等于 0,所以 p_c 取值范围一般在 $[0.5, 1]$ 之间, p_m 取值范围一般在 $[0, 0.5]$ 之间。由此可见,在进化过程中, p_m 、 p_c 根据 Δ' 取值的不同而动态地自适应调整:当种群个体趋于离散,即 Δ' 变大时, p_c 增大、 p_m 减小,种群的开发优良个体能力增强。

综合以上讨论,基于种群“早熟”程度定量分析的改进自适应遗传算法具体步骤如下:

- (1) 设置进化代数计数器 $t \leftarrow 1$; 随机生成 M 个初始个体组成初始群体 $p_{(t)}$, 初始化交叉概率 p_c 和变异概率 p_m ;
- (2) 求出各个个体的适应度 $F_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, M$), 保留当前最佳(适应度最大)个体 $X_{\max}(1)$;
- (3) 依据式(5)、(6)自适应调整 p_c 和 p_m ;
- (4) 选择运算采用轮盘赌选择技术,给性能高的个体赋予较大的概率,将选出的 M 个不同的个体形成个体集 $p^s(t)$, 进入交配池;
- (5) 交叉和变异运算(基因重组),得到新群体 $p'(t)$;
- (6) 终止条件判断:若未达到进化代数,则更新进化代数计数器 $t \leftarrow t + 1$, 并将保留的最佳个体 $X_{\max}(t - 1)$ 直接进入下一代, 求出各个个体的适应度 $F_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, M$), 保留当前最佳个体 $X_{\max}(t)$, 然后转到(3); 若达到进化代数,则输出计算结果,算法结束。

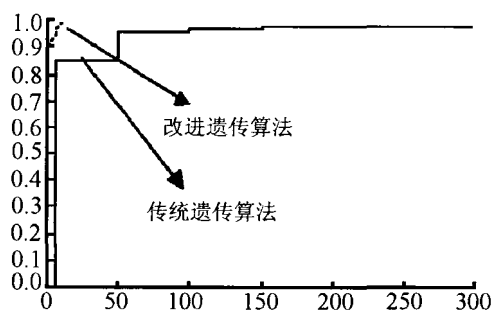
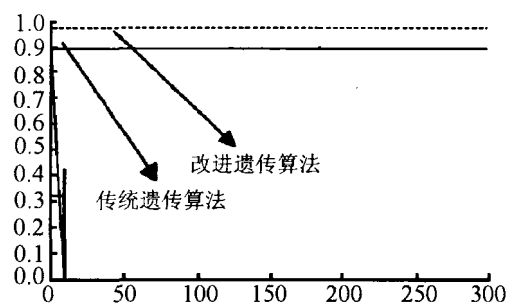
4 仿真实验

对于多峰值函数优化问题,不但要求算法的快速收敛性,更重要的是要能找到全局最优,避免陷入局部极值点^[9]。为评价在此设计的自适应遗传算法的求解性能,选取典型的多峰值函数作为测试函数,用以上所描述的算法求解这两个函数,寻找其全局最优解,并与标准遗传算法进行比较。

(1) 函数 $f_1(x) = |\sin(30x)| (1 - x/2)$, 优化变量 x 区间 $[0, 1]$ 。该函数存在多个极值点,最大极值点是 $x = 0.051 79$, $f(0.051 79) = 0.973 96$ 。

(2) 函数 $f_2(x) = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{(x^2 + y^2)} - 0.5}{[1 + 0.001(x^2 + y^2)]^2}$ ($-100 \leq x, y \leq 100$), 该函数有无穷个局部极大点,其中只有一个 $(0, 0)$ 点为全局最大点,最大值为 1。由于该函数最大值周围有两圈脊峰,它们的取值分别为 0.990 284 和 0.962 776, 因此,在优化过程中很容易停滞在这些局部极大点。

对上述函数分别用 2 种遗传算法进行测试,其中种群规模为 20, 变量计算精度为 10^{-6} , 标准遗传算法交叉概率为 0.6, 变异概率为 0.01, 2 种遗传算法对函数 f_1 和 f_2 优化结果如图 1 和图 2 所示。

图1 函数 f_2 的最大适应度值变化图2 函数 f_1 的最大适应度值变化

由于传统遗传算法的交叉和变异概率在进化过程中始终不变,所以不同的进化个体经受相同的交叉和变异操作,算法收敛不到最优状态。从图1可以看出,传统遗传算法对函数 f_2 不能收敛到最优,而陷入局部最优。从图2可以看出,传统遗传算法在对函数 f_1 的求解过程中能发现最优点,但是很快就消失,算法始终收敛不到最优状态,改进的遗传算法不仅搜索性能好,而且收敛速度快。

综上所述,遗传算法本质上是一种随机搜索优化算法,其控制参数对算法的性能有重要影响。由于标准遗传算法的控制参数在进化过程中保持不变,所以在多峰值函数优化问题中不具备全局收敛性。在此针对传统遗传算法的不收敛性问题,提出了一种自适应交叉和变异的改进遗传算法,利用该算法处理多峰函数优化问题时,能解决过早收敛和局部搜索能力差的问题,有效地提高了搜索效率和收敛速度。

参考文献:

- [1] JOHN H. Adaptation in Nature and Artificial Systems [M]. University of Michigan Press, 1975
- [2] 王小平,曹立明. 遗传算法—理论、应用与软件实现 [M]. 西安:西安交通大学出版社,2002
- [3] FUKUDA T, MORI K, TSUKIYAMA M. Parallel search for multi-modal function optimization with diversity and learning of immune algorithm [C]. In: Dipankar Dasgupta eds. Artificial immune systems and their application, Springer-Verlag Berlin, 1999. 210-220
- [4] CASTRO L, ZUBEN F. Learning and optimization using the clone selection principle [J]. IEEE Transaction On Evolutionary Computation (SIAIS), 2002, 6(3): 239-251
- [5] 肖伟,全惠云,史滋福. 改进的遗传算法 [J]. 计算机工程与应用, 2004(4): 53-55
- [6] 乔均俭,付君丽,徐雅玲. 应用遗传算法原理确定函数的最优解 [J]. 微计算机信息, 2007, 23(6-3): 240-242
- [7] 石运序,范红梅. 改进遗传模拟退火算法在多峰值函数优化中的应用 [J]. 烟台大学学报, 2008, 21(3): 209-212
- [8] 张晓馈,戴冠中,徐乃平. 遗传算法种群多样性的分析研究 [J]. 控制理论与应用, 1998, 15(1): 96-101
- [9] 吴志远,邵惠鹤,吴新余. 一种新的自适应遗传算法及其在多峰值函数优化中的应用 [J]. 控制理论与应用, 1999, 16(1): 127-129
- [10] 孙亮,代存杰,张克云. 新型混合离子群优化算法 [J]. 重庆工学院学报, 2008(3): 146

Application of a modified genetic algorithm in function optimization

YANG Hua - fen

(Department of Computer Science, Qujing Normal College, Yunnan Qujing 655000, China)

Abstract: In this paper, an improved adaptive genetic algorithm is presented in order to resolve the problem that traditional GA is prone to premature and is inefficient in application of the standard genetic algorithm to the Multimodal Function optimization problems in the final stage. On the basis of evaluation of several common premature index for the population, a new premature index is put forward. Then an improved adaptive genetic algorithm is presented. The simulation shows our new method has faster evolution speed and robustness, and reaches a general optimal solution.

Key words: adaptive genetic algorithm; multimodal function; mutation probability; crossover probability; convergence property

责任编辑:代晓红