

文章编号: 1672 - 058X(2009)01 - 0070 - 06

避雷针电场与地面电场的相关性及其科学价值

王代新, 江孟蜀

(重庆工商大学 计算机科学与信息工程学院, 重庆 400067)

摘 要:以雷雨云与大地组成的场强为 E_0 的均匀场为参照系, 求解避雷针尖端附近的电场 E , 首次得到避雷针电场与地面电场的相关性 —— $E = 1 \times 10^3 E_0$ 。据此导出避雷针通过电晕放电可将地面场强控制于空气击穿场强的 0.1% 以下, 从而为避雷针保护范围内被雷击中概率小于 0.1% 的实际观测结果提供了理论解释, 从场的角度、量的方面拓展了人类对避雷针作用机理的认识。

关键词: 避雷针; 场强; 相关性

中图分类号: O 44

文献标识码: A

1 富兰克林避雷针

1752 年美国科学家富兰克林冒着被雷击的危险, 在费城进行了著名的风筝探测雷电的实验。他通过湿风筝线将雷雨云中的电荷收集到莱顿瓶中, 观测到了来自雷雨云的电所产生的电火花, 证实了自然闪电中的电和人工摩擦产生的电在本质上的一致性。1753 年, 他又根据尖端放电现象与电分布和带电体形状的关系, 把一根几米长的尖端铁杆固定在屋顶, 杆上紧拴一根粗导线接地, 做成了第一支避雷针。自此以后, 开始了闪电和避雷针在电学基础上的近代研究, 弄清了富克林是利用避雷针的尖端电晕放电, 使云 - 地放电所需的地面强电场建立不起来, 从而避免雷击, 保护建筑物; 即使雷击仍然发生, 强大电流也是从避雷针的导线入地, 而不走电阻大得多的建筑物本身, 也保护了建筑物。现在前人工作的基础上, 特以雷雨云与大地形成的均匀场为参照系, 探求避雷针尖端附近的场强与地面场强的相关性, 从场的观点、量的方面拓展了人类对避雷针作用机理的认识。

2 雷雨云与大地形成场强为 E_0 的均匀场

雷雨云是产生云 - 地闪电的母体。雷电云通常下部荷负电, 上部荷正电。因为地球是导体, 所以当下部荷负电云层接近地面时, 由于静电感应, 地面上感应正电荷。带负电的底部云层与带正电的大地表面形成的电场可被粗略简化为尺寸很大的平行板电容器的均匀电场, 其场强为 E_0 , E_0 的方向垂直于地面向上, 如图 1 所示, 其中 E_0 的大小与地面感应电荷面密度 σ_0 成正比:

$$E_0 = \sigma_0 / \epsilon_0 \quad (1)$$

显然, 在这一均匀场模型中, E_0 表示的是包括地面在内的云 - 地空间各点处的场强。文中要大量用到的“地面场强 E_0 ”(简称“地 E_0 ”)则系专指这一均匀电场中的地面处的场强, 除所在的定域处所系被专指定域于地面外, 其大小和方向均与 E_0 相同。因而, 在此均匀场 E_0 中, E_0 、地面场强、地面场强 E_0 和地 E_0 , 这 4 者在

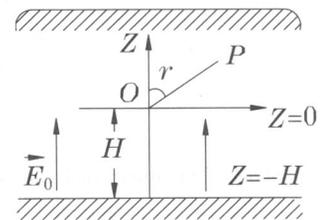


图 1 雷雨云与大地形成的均匀场 E_0

收稿日期: 2008 - 12 - 01; 修回日期: 2009 - 01 - 05。

作者简介: 王代新 (1970 -), 男, 重庆巴南区人, 实验师, 主要从事物理研究。

大小方向上均相同,故:

$$\text{地面场强} = E_0 = \text{地面场强 } E_0 = \text{地 } E_0 \tag{2}$$

为用电势描述云-地间均匀场,特在图 1 建立球坐标系:选距地面垂直高度为 H 的 O 点为坐标原点,使极轴沿 E_0 方向,则地面处的坐标就为 $\theta = \pi$ 。用 ϕ_0 表示均匀场 E_0 的电势,并选地面 $\theta = \pi$ 处为电势参考点,则:在任一点 $P(r, \theta)$ 处, $\phi_0 = -E_0 r \cos \theta - E_0 H$,而在电势参考点 $\theta = \pi$ 处,则:

$$\phi_0 = 0 \tag{3}$$

在 $r = 0, \theta = \pi/2$ 的平面上,

$$\phi_0 = -E_0 H \tag{4}$$

式 (3)、(4) 是均场中 ϕ_0 的边界条件。

3 求解避雷针尖端附近电场

目前通用的避雷针一般采用镀锌圆钢或扁钢制成,镀锌圆钢制成的避雷针,其长度在 1 m 以下的,圆钢直径应不小于 12 mm。当长度在 1~2 m 时,直径应不小于 16 mm;长度在 3 m 以上时,直径一般为 20 mm。针顶端均车削成圆锥形。避雷针接地,就是指将针用引下线焊接于建筑物顶层的钢筋混凝土平台,与大地形成电势同为零的等电势面。

现将一长度为 H ,直径为 $2R$ (半径为 R),针顶端圆锥体顶角为 $2\theta_0$ (斜角为 θ_0) 的圆钢避雷针,置入如图 1 所示的原均匀场 E_0 中,并接地。求避雷针尖端附近的电场分布。

为求解本问题,以该避雷针为参照物,对照图 1 重建球坐标系,如图 2 所示:选避雷针顶点 O 为坐标原点,使针轴为极轴沿 E_0 方向,则 O 点离地面的高度就是针的长度 H ,地面的坐标 $\theta = \pi$ 。现用 ϕ 表示由原均匀场 E_0 与接地避雷针共同产生的叠加场的电势,并和图 1 情况相同,仍选地面为电势参考点,则接地避雷针就为一电势为 $\phi = 0$ 的等势体,故:在 $\theta = 0, \phi = 0 = -E_0 r \cos \theta - E_0 H$ 的圆锥面上,有:

$$\phi = 0 \tag{5}$$

式 (5) 是问题的第一边值条件,现讨论第二边值条件。

由式 (4) 已知,在未置入避雷针前,原均匀场 E_0 在 $r = 0, \theta = \pi/2$ 的平面上的电势 $\phi_0 = -E_0 H$ 。现置入了避雷针,由于静电感应而在针的圆锥面上新产生的感应正电荷,将激发新的场,使 ϕ_0 变成为 $\phi = \phi_0 + \phi'$ 。但圆锥面上的感应电荷较之产生均匀场 E_0 的云层负电荷和地面感应的正电荷,却极其有限,对原已存在于 $r = 0, \theta = \pi/2$ 平面处的均匀场 E_0 的影响趋近于零,即 $\phi' \approx 0$ 。故在 $r = 0, \theta = \pi/2$ 的平面上,

$$\phi = \phi_0 = -E_0 H \tag{6}$$

式 (6) 即为问题的第二边值条件。

由于在所考察的区域内不存在自由电荷,自由电荷只以面电荷形式出现,故在尖端附近的电势 ϕ 满足拉普拉斯方程 $\nabla^2 \phi = 0$;又如图 2 中的极轴已取为外场 E_0 的方向, E_0 为均匀场,故电势 ϕ 具有轴对称性,与方位角无关,所以 $\phi = \phi(r, \theta)$;而第一边界条件式 (4) 还要求在 $\theta = 0, \phi = 0$ 这一圆锥面上,离顶点距离 r 不同的各点,都有同一电势值 $\phi = 0$,所以 ϕ 还与 r 无关,否则就不能满足第一边界条件式 (4)。故所求电势 ϕ 仅仅是 θ 的函数 $\phi = \phi(\theta)$,所以:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r^2} \frac{d}{d\theta} \left[\sin^2 \theta \frac{d}{d\theta} \left(\frac{d\phi}{d\theta} \right) \right] = 0, \frac{d}{d\theta} \left[\sin^2 \theta \frac{d\phi}{d\theta} \right] = 0$$

积分两次,并应用积分公式:

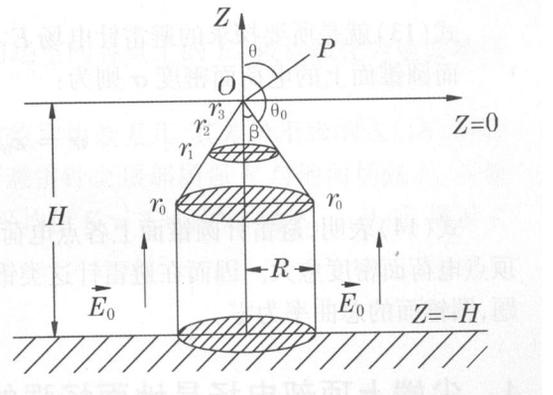


图 2 置于均匀场 E_0 中的接地避雷针

$$\frac{dx}{\sin x} = \ln\left(\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right) + c$$

便得: $() = A \ln\left(\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right) + B$ (7)

下面由边界条件式 (5)、(6) 定积分常数 A 和 B。将第一边界条件式 (5) 带入式 (7) 得:

$$A \ln\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}\right) + B = 0$$

即: $A \ln(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}) + B = 0$ (8)

将第二边界条件式 (6) 带入式 (7) 得:

$$A \ln\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\right) + B = -E_0 H$$
 (9)

由式 (8)、(9) 两式解得:

$$A = \frac{E_0 H}{\ln(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2})}$$
 (10)

$$B = -E_0 H$$
 (11)

于是所求电势 $()$ 为:

$$() = \frac{E_0 H}{\ln(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2})} \ln\left(\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right) - E_0 H$$
 (12)

因避雷针圆锥面处的电场必垂直于导体表面,故电场在此只有一个分量,于是在 $= 0 = -$ 这一尖端圆锥面处的场强为:

$$E = E = -\frac{d}{rd} = -\frac{1}{\ln(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}) \cdot \sin} \frac{H}{r} E_0$$
 (13)

式 (13) 就是所要探求的避雷针电场与地面电场 E_0 的相关性。

而圆锥面上的电荷面密度 σ 则为:

$$\sigma = \sigma = \frac{0}{\ln(\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}) \cdot \sin} \frac{H}{r} E_0$$
 (14)

式 (14) 表明,避雷针圆锥面上各点电荷面密度 σ 在 \sin 一定时,与该点离顶点的距离 r 成反比,愈靠近顶点电荷面密度愈大。因而在避雷针这类锥面问题中,不存在什么电荷面密度还与曲率存有什么关系的问题,圆锥面的总曲率为零。

4 尖端上顶部电场是地面场强的千倍增强区

式 (13) 表明,避雷针圆锥面上各点场强 E 与该点离顶点的距离 r 成反比,当 $r \rightarrow 0$ 时, $E \rightarrow \infty$ 。因而,避雷针尖端圆锥面为一强电场区,离顶点距离 r 越小的点,场强越强。现具体探究距避雷针圆锥顶点最近的上顶部,即其离顶点的距离 r 均在:

$$0 < r \leq r_0/4$$
 (15)

这一区域内各点的场强 E 与地面场强 E_0 是相互的数值关系。如图 2 所示,式 (15) 中的 r_0 是避雷针圆锥体的母线长:

$$r_0 = \frac{R}{\sin} \quad (16)$$

根据建筑屋顶常用避雷针的实际情况,取圆钢避雷针长度 $H = 5 \text{ m}$,半径 $R = 10 \text{ mm} = 0.010 \text{ m}$,斜角 $= 15^\circ$,则该尖端圆锥体的母线长:

$$r_0 = \frac{R}{\sin \theta} = \frac{0.010 \text{ m}}{\sin 15^\circ} = 0.039 \text{ m} \quad 0.040 \text{ m}$$

于是,如图 2 所示的位于如式 (15) 所定义的尖端上顶部 r_1 、 r_2 和 r_3 这 3 点处的场强 E_1 、 E_2 、 E_3 由式 (13) 可分别求得:

$$\left. \begin{aligned} &\text{在 } r = r_1 = r_0/4 = 0.010 \text{ m 处, } E_1 = 954.5 E_0 = 1 \times 10^3 E_0, \\ &\text{在 } r = r_2 = r_0/8 = 0.005 \text{ m 处, } E_2 = 1909 E_0 = 2 \times 10^3 E_0, \\ &\text{在 } r = r_3 = r_0/10 = 0.001 \text{ m 处, } E_3 = 9545 E_0 = 10 \times 10^3 E_0, \\ &\text{在 } 0 < r < r_0/4 \text{ 的尖端上顶部:} \end{aligned} \right\} \text{综合 3 式得:}$$

$$E = 1 \times 10^3 E_0 \quad (17)$$

进而求场强在该上顶部的平均值 \bar{E} , 按平均值定义, $\bar{E} = \frac{\int_0^{\theta/4} E ds}{\int_0^{\theta/4} ds}$, 将其中的 E 由式 (12) 代入, 其中 $ds =$

$2 r \sin \theta dr$, 并用 $r_0 = 0.039 \text{ m}$ 、 $\theta = 15^\circ$ 具体代入, 则得:

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\theta/4} E ds}{\int_0^{\theta/4} ds} = 1909 E_0 = 2 \times 10^3 E_0 \quad (18)$$

再将式 (17)、(18) 综合得: 在避雷针 $0 < r < r_0$ 的尖端上顶部,

$$\left. \begin{aligned} &E = 1 \times 10^3 E_0 \\ &\bar{E} = 2 \times 10^3 E_0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

由于 $E_0 = E_{\text{地}}$ [见式 (2)], 用地 E_0 代替式 (19) 中的 E_0 , 便得: 在避雷针 $0 < r < \frac{r_0}{4}$ 的尖端上顶部,

$$\left. \begin{aligned} &E = 1 \times 10^3 E_{\text{地}} \\ &\bar{E} = 2 \times 10^3 E_{\text{地}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

显然式 (20) 的含义与式 (19) 相同, 只是式 (19) 中广义的均匀场空间各点上的 E_0 被局域化为地面场强 $E_{\text{地}}$ 。

由于实际常用的圆钢避雷针长度 H , 半径 R , 斜角 θ 等参数数值均相差无几, 其差异不影响式 (18) 的数量级, 故对一般常用避雷针, 式 (18) 均可适用。这样, 就首找出了避雷针上顶部场强 E 与地面场强 E_0 在数量上的相关性, E 较 E_0 在数量级上大过 1 000 倍, 且在该区域的平均值 $\bar{E} = 2 \times 10^3 E_{\text{地}}$ 。从而, 揭示了避雷针尖端上顶部电场是地面场强 E_0 的千倍增强区。

5 探究实测 $P < 0.1\%$ 的理论解释

避雷针的保护范围可根据模拟实验及经验公式确定。由于云-地间放电途径受很多随机因素的影响, 要想保证被保护地域、被保护物绝对不受雷击是很困难的。以“实测 P ”表示经由实际观测所得到的避雷针保护范围内被雷击的概率, 根据实际观测结果,

$$\text{实测 } P |_{\text{避雷针保护地域}} < 0.1\% \quad (21)$$

即, 避雷针保护地域内被雷击概率 P 的实际观测值实测为: $P < 0.1\%$ 。

现探究如何从场的理论方面得到这一实测不等式, 给出实测 $P < 0.1\%$ 的理论解释。

在大气电学里, 整个闪电过程中每一次完整的放电称为闪击。闪击一般包含先导和回击两个过程。由于雷雨云底部通常荷负电, 所以通常的云地闪电是云层负电荷对地面感应正电荷的放电。当云的下部某处的负电荷大量积累到一定值时, 产生一支向下的闪电先导(负电离通道), 紧接着地面的相应处, 产生一支去与其相会合的向上闪电回击(正电离通道), 完成一次完整的云地放电, 于是, 该处被雷击。这是已被普遍认为的地闪结构。关键是由地面产生一支向上闪电回击的前提条件是, 该处的空气必须被击穿电离。而空气

被击穿电离的前提条件又是该处的局域场强 E_0 必须超过该处空气的击穿场强 E_{Ab} (Air breakdown intensity), 即:

地面空气被击穿电离条件: 地 E_0 空气击穿场强 E_{Ab} ; 干燥空气的 $E_{Ab} = 3 \times 10^6$ v/m, 潮湿空气的要低些。因此, 从大气电学的场理论看来, 地面某处的被雷击, 就是该处产生了一支由地向上去与向下闪电先导相会合的闪电回击, 就是该处的空气被击穿电离, 就是该处的地面局域场强 E_0 。由地 $E_0 < E_{Ab}$ 变成了地 $E_0 = E_{Ab}$, 由 $\frac{E_0}{E_{Ab}} < 1$ 变成了 $\frac{E_0}{E_{Ab}} = 1$ 。基于被雷击和该地域的局域场强 E_0 与该处空气击穿场强 E_{Ab}

的比值 $\frac{E_0}{E_{Ab}}$ 存有这样的关系, 设定 $\frac{E_0}{E_{Ab}}$ 为该地域被雷击的概率, 并用符号“场论 / 地面场强 = 地 E_0 地域”表示之, 则地面场强 = 地 E_0 地域被雷击的概率的场论定义为:

$$\text{场论} / \text{地面场强} = \text{地 } E_0 \text{ 地域} = \frac{\text{地 } E_0}{E_{Ab}} \tag{22}$$

则: 地 $E_0 = E_{Ab}$ 处, 被雷击概率。

$$\text{场论} / \text{地面场强} = \text{地 } E_0 \text{ 地域} = \frac{\text{地 } E_0}{E_{Ab}} = \frac{E_{Ab}}{E_{Ab}} = 1; \text{地 } E_0 = \frac{E_{Ab}}{1000} \text{ 处被雷击中概率。}$$

$$\text{场论} / \text{地面场强} = \text{地 } E_0 \text{ 地域} = \frac{\text{地 } E_0}{E_{Ab}} = \frac{1000}{E_{Ab}} = 0.1\%; \text{于是地 } E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000} \text{ 处被雷击概率。}$$

$$\text{场论} / \text{地 } E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000} \text{ 地域} < 0.1\% \tag{23}$$

现讨论式 (23) 中的下标“地 $E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$ 地域”与式 (21) 中的下标“避雷针保护地域”, 两者之间是否为同一事物。

从场的理论看来, 在雷雨云底部不断累积的负电荷的静电感应下, 地面感应正电荷也相应不断地增多。当地面感应电荷面密度 σ_0 随雷雨云底部电荷的增长由 $\sigma_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$ 增长至 $\sigma_0 = \frac{E_{Ab}}{1000}$ 时, 地面场强 E_0 就按式 (1) 也由地 $E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$ 增长到地 $E_0 = \frac{E_{Ab}}{1000}$, 于是避雷针尖端上顶部场强 E 即按式 (19) 尖端 1000 地 E_0 增长到尖端 E_{Ab} 。由于场强 $E = E_{Ab}$, 其附近的空气迅即被击穿电离产生电晕放电, 泄放地面感应电荷, 直至地面感应电荷面密度 $\sigma_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$, 地面场强 $E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$, 尖端 E_{Ab} , 从而尖端不再电晕放电不再泄放地面电荷方止。如地面感应电荷再行增长, 则当增长至 $\sigma_0 = \frac{E_{Ab}}{1000}$ 、地 $E_0 = \frac{E_{Ab}}{1000}$ 时, 又再次引发尖端电晕放电, 再次将地面场强 E_0 拉回至地 $E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$ 方止。

正是由于避雷针能如此这般地将该地域的 E_0 控制于地 $E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$, 才得以使该地域无从产生空气的击穿电离, 无从产生向上的闪电回击, 从而无从产生云 - 地放电, 得以免遭雷击。因此, 凡因避雷针的安置而被控制于地 $E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$ 的地域, 就是可免遭雷击、为避雷针之保护地域, 即:

$$\text{地 } E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000} \text{ 地域} = \text{避雷针保护地域} \tag{24}$$

也即, “地 $E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000}$ 地域”与“避雷针保护地域”为同一事物, 于是利用式 (24) 就可将式 (23) 扩展为:

$$\text{场论} / \text{地 } E_0 < \frac{E_{Ab}}{1000} \text{ 地域} = \text{场论} / \text{避雷针保护地域} < 0.1\% \tag{25}$$

再由式 (21), 便得:

$$\text{场论} / \text{避雷针保护地域} = \text{实测} / \text{避雷针保护地域} < 0.1\% \tag{26}$$

这表明“场论”与“实测”都同为“ $<0.1\%$ ”。这样,就从场理论导出了实测结果式(21),从而也就探求到了实测 $<0.1\%$ 的理论解释。所以有实测 $<0.1\%$,是由于避雷针尖端电场与地面电场地 E_0 存有 $1/1000$ 地 E_0 的相关性,通过尖端 E_0 时的电晕放电,使电面场强地 E_0 得以被控制于空气击穿场强 E_b 的 0.1% 以下,地 $E_0 < \frac{E_b}{1000}$,从而导致实测 $<0.1\%$ 。因为这一解释与实际观测结果相符,所以式(20)就是避雷针相关情况的如实反映,表明了由式(13)及由其导出的式(20)所表述的尖端电场与地面电场的相关性,并非仅只是理论的结果,而是真实的客观存在。

6 科学价值的讨论

(1) 对未知的探求。从避雷针电学原理的研究文献中,均可知避雷针尖端上顶部为一强电场区,但迄今未能查找到该区域的场强与地面场强 E_0 的相关性研究。因此式(13)及由其导出的式(20),是对一项未知的成功探求。

(2) 对认识的拓展。迄今已被普遍认为的避雷针的作用机理是: 避雷针尖端部为强电场区; 在此局部强电场作用下的尖端电晕放电可及时泄放地面电荷,阻断为云-地放电所需强电场地 $E_0 > E_b$ 的建立,从而免遭雷击。缺点是,据此认识还不能从量的方面解释避雷针为何能使保护区的被雷击概率 $<0.1\%$ 。现由式(20)出发,对实测 $<0.1\%$ 作出了理论解释。据此,就可对上述已被普遍认为的避雷针机理补充完善: 避雷尖端部为地面场强 E_0 的千倍场强区(尖端 $1/1000$ 地 E_0); 在此局部强电场作用下的尖端电晕放电可及时泄放地面电荷,及时使地 $E_0 < \frac{E_b}{1000}$,从而使保护地域被雷击概率 $<0.1\%$ 。

参考文献:

- [1] 邱金恒,陈洪滨. 大气物理与大气探测学[M]. 北京:北京气象出版社,2006
- [2] 蔡圣善,朱耕. 经典电动力学[M]. 上海:上海复旦大学出版社,1985
- [3] 劳动部职业安全监察局. 安全用电[M]. 北京:北京劳动人事出版社,1990
- [4] JACKSON J.D. Classical Electro dynamics[M]. USA: John Wiley&sons, 1976

The relativity between lightning rod and electric field of earth surface and its scientific value

JIANG Meng - shu

(School of Science, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract: Let uniform electric field, whose electric intensity is E_0 which is composed of thunder, rain and earth, as reference system to solve electric field E around the top of lightning rod, the relativity between electric field of lightning rod and electric field of earth surface is firstly arrived at $E = 1 \times 10^3 E_0$. According to this equation, lightning rod through corona discharge can control electric intensity of earth surface as under 0.1 percent of air disruptive field intensity, which provides theoretical explanation for that probability, whose scope which is protected by lightning rod is hit by thunder, is less than 0.1 percent. This explanation broadens the human recognition of the acting mechanism of lightning rod from the angle of electric field and intensity.

Keywords: lightning rod; electric intensity; relativity.

责任编辑:田 静