doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2021.0004.004

# 欠驱动无人船的运动控制设计\*

## 李欧雪,周宇生\*\*

(贵州大学 数学与统计学院,贵阳 550025)

摘 要:针对欠驱动无人船在受到非完整约束和模型不精确时对精确轨迹跟踪控制设计困难,提出了曲率跟踪和逆动力学自适应控制设计方法;首先建立欠驱动无人船水平面的运动学和动力学模型,充分利用其非完整约束下的运动规律基础上引入目标轨迹曲线的相对曲率设计动态跟踪目标,从而将原问题转化为一个简单轨迹跟踪控制问题;然后基于滑模控制和逆动力学自适应控制设计力矩控制实现给定的运动任务;仿真结果表明,方法不但可以使欠驱动无人船精确地沿着给定目标轨迹运动,并且具有很强的鲁棒性;由于方法本质上跟踪的是目标轨迹的相对曲率,可以从根本上解决了欠驱动无人船的轨迹跟踪精确性问题,这为一般的欠驱动非完整机械结构的精确运动控制设计提供了一种新的思路。

关键词:逆动力学自适应控制;滑模控制;轨迹跟踪控制;动态跟踪目标

中图分类号:TP13 文献标志码:A 文章编号:1672-058X(2021)04-0023-07

## 0 引 言

无人船技术及其产品具有广阔的市场前景<sup>[1]</sup>, 如在海面污染状况检测、清污作业、水面远程医疗服 务和特殊海洋环境作业等领域具有不可替代的作 用。无人船系统是一种典型的二阶非完整约束动力 系统,其输入控制量为前向推力和旋转力矩。为了 使三自由度欠驱动无人船在复杂的环境中具有灵活 的航行能力,则需要解决欠驱动无人船的精确轨迹 跟踪控制问题。然而,由于非完整约束和欠驱动因 素的影响,导致其轨迹跟踪问题变得困难。关于欠 驱动无人船的轨迹跟踪控制问题,国内外已经积累 了大量的控制方法,如 PID 控制、反馈线性化控制、 模糊控制、神经网络控制、自适应控制、滑模控制和 Backstepping 控制等。但这些方法在欠驱动和非完

整约束下控制精度难以满足需求。例如:文献[2-3]为实现欠驱动船舶在模型参数不确定和外界风 浪流干扰情况下水平面的航迹跟踪控制,提出了滑 模鲁棒控制方法,实现欠驱动船舶在模型参数不确 定和外界风浪流干扰情况下水平面的航迹跟踪控 制。文献[4]针对船舶航向非线性系统,提出了一 种基于神经网络方法的鲁棒跟踪控制器,仿真结果表 明其具有较好的控制性能。文献[5-6]主要设计 Backstepping 控制律,利用李雅普诺夫稳定性理论证 明船舶位置信息的全局指数稳定,对船舶进行轨迹跟 踪控制。文献[7-8]研究了船舶控制的 PID 控制算 法,通过仿真计算结果说明了 PID 控制算法的有效 性。文献[9]为了实现船舶航迹控制,提出了一种鲁 棒自适应控制算法,并通过仿真验证了所提出的控制 器的有效性。然而,这些文献中的控制方法有些仅仅 考虑了运动学方程;有些虽然同时考虑了运动学方程

收稿日期:2020-07-15;修回日期:2020-09-03.

<sup>\*</sup> 基金项目:国家自然科学基金资助项目(11802065);贵州省科技计划项目([2018]1047)和黔科合人才项目([2018] 5781).

作者简介:李欧雪(1994—),女,四川眉山人,硕士,从事控制理论研究.

<sup>\*\*</sup> 通讯作者:周宇生(1984—),男,江西吉水人,副教授,博士,从事机器人运动控制研究. Email: yszhou@ gzu. edu. cn.

和动力学方程,但需要建立精确的动力学模型才能获 得较高的控制精度,而欠驱动无人船的动力学模型复 杂,难以精确建模。因此,为了从根本上解决轨迹跟 踪精确性问题,必须深入理解无人船运动规律,将其 运动学方程和动力学方程有机结合起来设计控制器。

主要针对三自由度欠驱动无人船的轨迹跟踪控制问题进行研究。通过从理论上分析欠驱动无人船 在非完整约束下的运动规律<sup>[10]</sup>,设计曲率跟踪目标。将其与欠驱动无人船的数学模型相结合设计基 于逆动力学的自适应轨迹跟踪控制器。所提出的控 制方法充分利用了欠驱动无人船在非完整约束下的 运动规律,从根本上解决了轨迹跟踪的精确性问题。

## 1 欠驱动无人船运动学方程

欠驱动无人船的状态由其重心 O 在惯性坐标 系的位置(x,y)及偏航角 $\varphi$ 来表示。

 $\boldsymbol{p} = (x, y, \varphi)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{q} = (v, \omega)^{\mathrm{T}}$ 

由于欠驱动无人船只有控制输入前向推力  $T_v$ 和旋转力矩  $T_{\omega}$ ,所以欠驱动无人船的运动状态依靠 前向速度 v 和偏航转速  $\omega$ 。





若重心 *O* 的轨迹曲线连续光滑,则 *Y<sub>b</sub>* 方向上的速 度为 0。反之,若在某时刻 *t*<sub>0</sub>,*Y<sub>b</sub>* 方向上的速度不为 0, 则该时刻会产生不可导点,导致轨迹曲线不光滑。因 此欠驱动无人船做光滑轨迹运动时需要满足条件

$$-x\sin\varphi + Y\cos\varphi = 0$$

由点 *O* 的轨迹切向量 
$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{Y}^2}$$
,得到  

$$\begin{cases} -\dot{x}\sin\varphi + \dot{Y}\cos\varphi = 0\\ v = \dot{x}\cos\varphi + \dot{Y}\sin\varphi \end{cases}$$
(1)

由式(1)可知,点 O 的轨迹切向量 v 就是前向 速度。将式(1)转化可以得到



## 2 欠驱动无人船动力学方程

利用文<sup>[11]</sup>介绍的小型 SUV 三自由度 MMG 模型,文献[12-15]介绍的相关模型系数,得到欠驱动 无人船的动力学方程为

$$\dot{v} = \frac{-\frac{1}{2}\rho C_{f}Sv^{2} + \rho n^{2}D^{4}K_{F} - \frac{1}{2}\rho v_{R}^{2}f_{R}A_{R}}{m + m_{bx}}$$
$$\dot{\omega} = \frac{\left(m + m_{bx} - \frac{1}{2}\rho L^{2}d\lambda \pi \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \frac{\tau}{d}\right)\right)x_{R}v\omega}{I + I_{bz}} - \frac{\frac{1}{2}\rho L^{2}d(0.54\lambda - \lambda^{2})(1 + 0.3\tau)v\omega}{I + I_{bz}} + \frac{\rho n^{2}D^{4}K_{R}}{I + I_{bz}}$$

对附加质量 *m*<sub>bx</sub>和附加惯性矩 *I*<sub>bz</sub>的图谱多元回 归分析,得到:

$$m_{bx} = \frac{m}{100} \left[ 0.398 + 11.97C_{B} \left( 1 + 3.73 \frac{d}{B} \right) \right] - \frac{m}{100} \times \frac{L}{B} \left[ -2.89C_{B} \left( 1 + 11.3 \frac{d}{B} \right) \right] - 1.107 \frac{m}{100} \times \frac{L}{B} \frac{d}{B} + 0.175 \frac{m}{100} \times C_{B} \times \left( \frac{L}{B} \right)^{2} \left( 1 + 0.54 \frac{d}{B} \right) \right]$$

$$I_{bz} = m \left( \frac{L}{100} \right)^{2} 33^{2} + m \left( \frac{L}{100} 76.85C_{B} \right)^{2} \times (1 - 0.784C_{B})^{2} - 66 \times 76.85mC_{B} \left( \frac{L}{100} \right)^{2} (1 - 0.784C_{B}) + m \left( \frac{L}{100} \right)^{2} \left[ 3.43 \times \frac{L}{B} (1 - 0.63C_{B}) \right]^{2} + \left( \frac{L}{100} \right)^{2} (1 - 0.784C_{B}) + m \left( \frac{L}{100} \right)^{2} \left[ 3.43 \times \frac{L}{B} (1 - 0.63C_{B}) \right]^{2} + \left( \frac{L}{100} \right)^{2} (1 - 0.784C_{B}) + m \left( \frac{L}{100} \right)^{2} \left[ 3.43 \times \frac{L}{B} (1 - 0.63C_{B}) \right]^{2} + \left( \frac{L}{100} \right)^{2} (1 - 0.784C_{B}) + m \left( \frac{L}{100} \right)^{2} \left[ 3.43 \times \frac{L}{B} (1 - 0.63C_{B}) \right]^{2} + \left( \frac{L}{100} \right)^{2} (1 - 0.784C_{B}) + 1 = m \times \left[ 0.35 \times B \right]^{2}$$

其中: $C_B$  为方形系数,m 为质量,L 为船长,B 为船 宽,d 为设计吃水,S 为船体湿面积, $\rho$  为水密度, $\tau$  为 纵倾值, $\lambda$  为展比弦,n 为转速,D 为桨直径, $K_F$  为推 力系数, $K_R$  为转矩系数, $A_R$  为单侧浸水面积, $v_R$  为 舵速,s 为螺旋桨的滑失,a,b,c 为系数,升力系数为  $f_R, C_f$  为摩擦阻力系数, $x_R \approx \frac{L}{2}$ 。 因此欠驱动无人船的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{-\Delta_2 v^2 + u_2}{\Delta_1} \\ \dot{\omega} = \frac{-\Delta_4 v \omega + u_1}{\Delta_3} \end{cases}$$
(2)

其中,
$$\Delta_1 = m + m_{bx}$$
, $\Delta_3 = I + I_{bz}$ , $\Delta_2 = \frac{1}{2}\rho C_f S$ , $u_2 =$ 

 $\rho n^2 D^4 K_{R\,\circ}$ 

$$\Delta_{4} = \left(m + m_{bx} + \frac{1}{2}\rho L^{2}d\left(\frac{1}{4}\pi k + \frac{1}{5}\pi k\frac{\tau}{d}\right)\right)x_{R} + \frac{1}{2}\rho L^{2}d(0.54k - k^{2})(1 + 0.3\tau)$$
$$u_{1} = \rho n^{2}D^{4}K_{F} - \frac{1}{2}\rho v_{R}^{2}f_{R}A_{R}$$

## 3 轨迹跟踪控制系统设计

### 3.1 动态跟踪目标设计

假设欠驱动无人船重心 O 的目标轨迹位姿为  $\tilde{p} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{\varphi})^{\mathrm{T}},$ 可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{v}\cos\tilde{\varphi} \\ \dot{\tilde{y}} = \tilde{v}\sin\tilde{\varphi} \\ \dot{\tilde{\varphi}} = \tilde{\omega} \end{cases}$$
(3)

对式(3)关于 t 求导得

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{v} (\ddot{x} \ddot{\ddot{x}} + \ddot{y} \ddot{y}) \cos \tilde{\varphi} - \tilde{v} \sin \tilde{\varphi} \dot{\tilde{\varphi}} \\ \ddot{y} = \frac{1}{v} (\ddot{x} \ddot{\ddot{x}} + \dot{y} \ddot{\ddot{y}}) \sin \tilde{\varphi} + \tilde{v} \cos \tilde{\varphi} \dot{\tilde{\varphi}} \\ \ddot{\varphi} = \dot{\omega} \end{cases}$$

前两式交叉相乘并相减得到

$$\dot{\tilde{x}}\,\ddot{\tilde{y}}-\ddot{\tilde{x}}\,\dot{\tilde{y}}=(\,\dot{\tilde{x}}^2+\dot{\tilde{y}}^2\,)\,\dot{\tilde{\varphi}}$$

则点 0 的速度和轨迹位姿的关系为

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{v}} = \sqrt{\dot{\tilde{x}}^2 + \dot{\tilde{y}}^2} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{\varphi}}} = \frac{\dot{\tilde{x}} \ddot{\tilde{y}} - \ddot{\tilde{x}} \dot{\tilde{y}}}{\dot{\tilde{x}}^2 + \dot{\tilde{y}}^2} = k(t) \tilde{\boldsymbol{v}} \end{cases}$$
(4)

由式(3)和式(4)可知,通过目标轨迹位姿可得 前向速度  $\tilde{v}$  和偏航转速  $\tilde{\omega}$ ;反之给定前向速度  $\tilde{v}$  和 偏航转速  $\tilde{\omega}$ ,可得目标轨迹位姿。欠驱动无人船的 动力学方程是关于  $\tilde{v}$  和  $\tilde{\omega}$ ,因此当目标轨迹位姿用 速度形式表示时,原问题就转化为一个简单的轨迹 跟踪控制问题。引入新变量  $\eta, \varphi$  是一一对应的光 滑函数, $t=\varphi(\eta)$ 新的目标轨迹位姿为

$$\tilde{\boldsymbol{p}} = (\tilde{x}(\eta), \tilde{y}(\eta), \tilde{\varphi}(\eta))^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbb{E} \frac{\mathrm{d}\tilde{x}}{\mathrm{d}\eta} = \frac{\mathrm{d}\tilde{x}}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\eta}, \frac{\mathrm{d}\tilde{y}}{\mathrm{d}\eta} = \frac{\mathrm{d}\tilde{y}}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\eta}, \mathbb{M}$$

$$\begin{cases} \tilde{v}_{\eta} = \dot{\varphi}(\eta) \sqrt{\dot{\tilde{x}}^{2} + \dot{\tilde{y}}^{2}} \\ \tilde{\omega}_{\eta} = \dot{\tilde{\varphi}}_{\eta} = \frac{\dot{\tilde{x}} \ddot{\tilde{y}} - \ddot{\tilde{x}} \dot{\tilde{y}}}{\dot{\tilde{x}}^{2} + \dot{\tilde{y}}^{2}} = k(\eta)v(\eta) \end{cases}$$

欠驱动无人船在开始时刻和结束时刻的速度一般为0。为了减少速度误差,设计 $\varphi(\eta)$ 满足: $\lim_{\eta \to \infty} \dot{\varphi}(\eta)$ =

$$0,\dot{\varphi}(0) = 0_{\circ}$$

取
$$\dot{\varphi}(\eta) = \alpha \eta e^{-\beta \eta}$$
,则有  
 $\varphi(\eta) = -\frac{(\beta \eta + 1) \alpha e^{-\beta \eta} + r\beta^2}{\beta^2}$ 

其中 α>0,β>0,r>0。

$$\begin{cases} \int_{0}^{+\infty} \dot{\varphi}(\eta) \, \mathrm{d}\eta = l \\ \dot{\varphi}(0) = 0 \end{cases}$$
(5)

由式(5)可知 $\alpha = l^2\beta, r = l_{\circ}$ 

$$\varphi(\eta) = -(\beta \eta + 1) l e^{-\beta \eta} + l$$
  
其中 *l* 为轨迹长度,若以 *s* 为新变量可得到  
$$\begin{cases} \tilde{v} = \dot{\varphi}(t) \\ \tilde{v} = \dot{\phi}(t) \\ \tilde{v} = \dot{h}(t) y \end{cases}$$
(6)

$$(\omega = \varphi = \kappa(t) v$$
  
其中  $v$  是实际前向速度。

$$\varphi(t) = -(\beta t + 1)le^{-\beta t} + l, s = \int_{-\infty}^{t} v(\xi)d\xi$$

称式(6)为动态跟踪目标,由式(6)可知,其前 向速度目标可减小开始时刻的速度误差,提高动态 轨迹跟踪控制效果。

#### 3.2 偏航转速控制系统

由动力学方程式(2)可知

$$\underline{\Delta}_{3}\omega + \underline{\Delta}_{4}\upsilon\omega = \mathbf{Y}_{11}\mathbf{D}_{1}\mathbf{Y}_{12} = u_{10}$$

$$\underline{\mathbb{R}} \oplus \mathbf{D}_{1} = \begin{pmatrix} \Delta_{3} & 0 \\ 0 & \Delta_{4} \end{pmatrix}, \mathbf{Y}_{12} = \begin{pmatrix} 1 \\ \upsilon\omega \end{pmatrix}, \mathbf{Y}_{11} = (\dot{\omega}, 1),$$

设计基于逆动力学的自适应控制律

$$\begin{cases} u_{10} = \Delta_3 s_1 + \Delta_4 \upsilon \omega \\ s_1 = (\dot{\tilde{\omega}} - k_1 (\omega - \tilde{\omega})) \end{cases}$$
(7)

式(7)中 $e_1 = \omega - \tilde{\omega}$ 是偏航转速跟踪误差, $\hat{D}_1$ ,  $\hat{\Delta}_3$ , $\hat{\Delta}_4$ 分 别为 $D_1$ , $\Delta_3$ , $\Delta_4$ 估计值,结合动力学方程式(2)可知

### $\hat{\Delta}_3 \dot{\boldsymbol{\omega}} + \hat{\Delta}_4 \boldsymbol{\upsilon} \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{Y}_{11} \hat{\boldsymbol{D}}_1 \boldsymbol{Y}_{12}$

由式(7)可知, $\hat{\Delta}_3$ 和 $\Delta_3$ , $\hat{\Delta}_4$ 和 $\Delta_4$ 的误差过大, 会使轨迹跟踪性能变差,调整 $k_1$ 克服其影响。为更 新 $\hat{\Delta}_3$ 和 $\hat{\Delta}_4$ ,将式(7)代入得到

 $\hat{\Delta}_{3}(\dot{e}_{1}+k_{1}e_{1}) = \Delta_{3e}\dot{\omega}+\Delta_{4e}\upsilon\omega = Y_{11}D_{1e}Y_{12}$   $\Delta_{3e} = \hat{\Delta}_{3}-\Delta_{3}, \Delta_{4e} = \hat{\Delta}_{4}-\Delta_{4}, D_{1e} = \hat{D}_{1}-D_{1}$ 假设  $\hat{\Delta}_{3}$  是可逆的,则上式可写为  $\dot{e}_{1}+k_{1}e_{1}=\hat{\Delta}_{3}^{-1}Y_{11}D_{1e}Y_{12}$ 为调整系数  $k_{1}$  使系统稳定,上式写为

为更新参数 $\hat{D}_1$ ,选择正定对称矩阵 $Q_1$ 满足方程 $A_1^T D_1 + D_1 A_1 + Q_1 = 0, D_1$ 为方程唯一正定解。选择 Lyapunov 函数:

$$V = X_{1}^{T} D_{1} X_{1} + Y_{12}^{T} D_{1e}^{T} \Gamma_{1} D_{1e} Y_{12}$$
(8)  
其中  $\Gamma_{1}$  为正定对称矩阵, 对 V 关于  $t$  求导  
$$\dot{V} = 2Y_{12}^{T} D_{1e}^{T} Y_{11}^{T} \hat{\Delta}_{3}^{-1} B_{1}^{T} D_{1} X_{1} - X_{1}^{T} Q_{1} X_{1} + 2Y_{12}^{T} D_{1e}^{T} (\Gamma_{1} \dot{D}_{1e} Y_{12} + \Gamma_{1} D_{1e} \dot{Y}_{12})$$

由于 $\dot{D}_{1e} = \dot{D}_1$ ,于是用更新 $D_1$ 为

$$\hat{D}_{1} = -\Gamma_{1}^{-1} (Y_{11}^{T} \hat{\Delta}_{3}^{-1} B_{1}^{T} D_{1} X_{1} + \Gamma_{1} D_{1e} \dot{Y}_{12}) Y_{12}^{-1}$$

$$\square \hat{T}$$

$$\dot{V} = -\boldsymbol{X}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{1}\boldsymbol{X}_{1} \leq 0 \tag{9}$$

由式(8)和式(9)可知,V非增,以0为下界,故 $X_1$ ,  $D_{1e}$ 都有界。表明,控制律 $u_{10}$ 可跟踪理想偏航转速 $\tilde{\omega}$ , 系统的所有信号均为有界,系统在 Lyapunov 意义下是 稳定的。

为了提高偏航转速系统鲁棒性,设计控制系统 基础部分 *u*<sub>10</sub>和切换控制部分 *u*<sub>11</sub>为

$$u_{10} = \hat{\Delta}_3(\tilde{\omega} - k_1 e_1) + \hat{\Delta}_4 \upsilon \omega$$
$$u_{11} = (-\mu G_1^{-1} - \varepsilon ||e_1||) \operatorname{sgn}(S_1(\omega(t)))$$

其中  $S_1(\omega(0)) = 0, G_1$  是合适的常数,  $\varepsilon$  是外部 扰动最大幅度,  $\mu$  是滑模控制参数。

$$S_1(\boldsymbol{\omega}(t)) = G_1[\boldsymbol{\omega}(t) - \boldsymbol{\omega}(0)] - G_1 \int_0^t \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}(\xi) d\xi$$

因此,可以得到 $u_1 = u_{10} + u_{11\circ}$ 

3.3 前向速度控制系统

$$\Delta_1 \dot{\boldsymbol{v}} + \Delta_2 \boldsymbol{v}^2 = \boldsymbol{Y}_{21} \boldsymbol{D}_2 \boldsymbol{Y}_{22} = \boldsymbol{u}_{20}$$
  

$$\boldsymbol{\Xi} \stackrel{\text{tr}}{=} \boldsymbol{D}_2 = \begin{pmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{Y}_{22} = \begin{pmatrix} 1 \\ \boldsymbol{v}^2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{Y}_{21} = (\dot{\boldsymbol{v}}, 1)_{\circ}$$

设计基于逆动力学的自适应控制律

$$\begin{cases} u_{20} = \hat{\Delta}_1 s_2 + \hat{\Delta}_2 v^2 \\ s_2 = (\dot{\tilde{v}} - k_2 (v - \tilde{v})) \end{cases}$$
(10)

式(10)中 $e_2 = v - \tilde{v}$ 是前向速度跟踪误差, $\hat{D}_2$ , $\hat{\Delta}_1$ , $\hat{\Delta}_2$ 分 别为 $D_2$ , $\Delta_1$ , $\Delta_2$ 估计值,结合动力学方程式(2)可知

$$\dot{\Delta}_1 \dot{\boldsymbol{v}} + \dot{\Delta}_2 \boldsymbol{v}^2 = \boldsymbol{Y}_{21} \boldsymbol{D}_2 \boldsymbol{Y}_{22}$$

由式(10)可知, $\hat{\Delta}_1$ 和 $\Delta_1$ , $\hat{\Delta}_2$ 和 $\Delta_2$ 的误差过 大,会使轨迹跟踪性能变差,调整 $k_2$ 克服其影响。 为更新 $\hat{\Delta}_1$ 和 $\hat{\Delta}_2$ ,将(10)代入

 $\hat{\Delta}_1(\dot{e}_2 + k_2 e_2) = \Delta_{1e} \dot{\upsilon} + \Delta_{2e} \upsilon^2 = Y_{21} D_{2e} Y_{22}$  $\Delta_{1e} = \hat{\Delta}_1 - \Delta_1, \quad \Delta_{2e} = \hat{\Delta}_2 - \Delta_2, \quad D_{2e} = \hat{D}_2 - D_2$ 

假设 $\hat{\Delta}_1$ 是可逆的,则上式可写为

 $\dot{e}_2 + k_2 e_2 = \Delta_1^{-1} Y_{21} D_{2e} Y_{22}$ 为调整系数  $k_2$  使系统稳定,上式写为

为更新参数 $\hat{D}_2$ ,选择正定对称矩阵 $Q_2$ 满足方程 $A_2^T D_2 + D_2 A_2 + Q_2 = 0, D_2$ 为方程唯一正定解。选择 Lyapunov 函数:

$$V = X_{2}^{-1} D_{2} X_{2} + Y_{22}^{-1} D_{2e}^{-1} \Gamma_{2} D_{2e} Y_{22}$$
(11)  
其中  $\Gamma_{2}$  为正定对称矩阵, 对  $V$ 关于  $t$  求导  
 $\dot{V} = 2Y_{22}^{-T} D_{2e}^{-T} Y_{21}^{-T} \dot{\Delta}_{1}^{-1} B_{2}^{-T} D_{2} X_{2} - X_{2}^{-T} Q_{2} X_{2} + 2Y_{22}^{-T} D_{2e}^{-T} (\Gamma_{2} \dot{D}_{2e} Y_{22} + \Gamma_{2} D_{2e} \dot{Y}_{22})$   
由于  $\dot{D}_{2e} = \dot{D}_{2}^{-1}$ , 于是用更新  $\hat{D}_{2}$  为  
 $\dot{D}_{2} = -\Gamma_{2}^{-1} (Y_{21}^{-T} \dot{\Delta}_{1}^{-1} B_{2}^{-T} D_{2} X_{2} + \Gamma_{2} D_{2e} \dot{Y}_{22}) Y_{22}^{-1}$ 

则有

$$\dot{V} = -\boldsymbol{X}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{2}\boldsymbol{X}_{2} \leq 0 \tag{12}$$

由式(11)和式(12)可知,V非增,以0为下界, 故 $X_2$ , $D_{2e}$ 都有界。表明,控制律 $u_{20}$ 可跟踪理想前向 速度 $\tilde{v}$ ,系统的所有信号均为有界,系统在 Lyapunov 意义下是稳定的。

类似地,控制系统基础部分 u<sub>20</sub>和切换控制部分 u<sub>21</sub>设计为

$$u_{20} = \hat{\Delta}_{1}(\dot{\tilde{v}} - k_{2}e_{2}) + \hat{\Delta}_{2}v^{2}$$
$$u_{21} = (-\mu G_{2}^{-1} - \varepsilon ||e_{2}||) sgn(S_{2}(v(t)))$$

.. .

其中 
$$S_2(v(0)) = 0, G_2$$
 是合适的常数,  
 $S_2(v(t)) = G_2[v(t) - v(0)] - G_2 \int_0^t \dot{\tilde{v}}(\xi) d\xi$   
则可以设计  $u_2 = u_{20} + u_{210}$ 

## 4 仿真实现

在仿真应用中,假设欠驱动无人船的目标轨迹 位姿为 $\tilde{\boldsymbol{p}} = (\tilde{\boldsymbol{x}}(t), \tilde{\boldsymbol{y}}(t), \tilde{\boldsymbol{\varphi}}(t))^{\mathrm{T}}$ 

$$\tilde{x} = \sin\left(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{t}{2} - \frac{\pi}{2}, t \in [0, \pi]$$
$$\tilde{y}(t) = 1 - \cos\left(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{2}\right), l = s(\pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$k(t) = \frac{1}{4\cos\left(\frac{t}{4} - \frac{\pi}{4}\right)}, \dot{\varphi}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}te^{-t}$$
由式(4)设计静态速度目标

$$\begin{cases} \tilde{\upsilon} = \cos\left(\frac{t}{4} - \frac{\pi}{4}\right) \\ \tilde{\omega} = \frac{1}{4} \end{cases}$$
(13)

由式(6)设计动态跟踪目标为

$$\tilde{\boldsymbol{v}} - \dot{\boldsymbol{\varphi}}(t)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = k(t) \tilde{\boldsymbol{v}}$$
(14)

假设参数<sup>[16]</sup>:  $K_R = 0.35$ ,  $A_R = 1.14$  m<sup>2</sup>, D = 0.18m,  $\lambda = 1.3$ , L = 2.6 m,  $C_B = 0.765$ ,  $\tau = 0.25$ , S = 3.3 m<sup>2</sup>,  $K_F = 0.6$ , B = 1.2 m, d = 0.1 m,  $\rho = 1$  000 kg/m<sup>3</sup>.

如图 2,图 3 所示,采用静态跟踪目标式(13)时 累积速度误差远远大于采用动态轨迹跟踪目标式 (14)时的累积速度误差。而累积速度误差会影响 累积位姿误差,使得实际轨迹位姿和目标轨迹位姿 产生误差。





unmanned ship

如图 4 所示,采用静态目标式(13)时,累积位 姿误差越来越大,其原因在于开始时刻的速度误差 值很大,又不能调节其累积位姿误差。但是采用动 态轨迹跟踪目标式(14),其前行速度目标是根据实 际需求来设计的,在开始时刻的速度误差为0,而且 能调节累积速度速度误差,从而避免累积位姿误差 较大,因此,采用动态轨迹跟踪目标可以使欠驱动无 人船更加精确地沿着目标轨迹运动。



## 5 小 结

先从运动学和动力学两方面推导了欠驱动无人 船的数学模型,分析欠驱动无人船在非完整约束下 的运动规律。然后,将欠驱动无人船的目标轨迹转 化为由相对曲率设计与欠驱动无人船动力学方程匹 配的动态轨迹跟踪目标,这样原问题就可以转化为 一个简单的轨迹跟踪控制问题。该方法能够减少了 误差系统在初始时刻的速度误差,并且能动态地调 整了误差系统的累积速度误差,使整个运动过程中 累积位姿误差尽量小。最后设计基于逆动力学的自 适应轨迹跟踪控制器,将动态跟踪目标设计为积分 滑模面,增加积分滑模切换控制部分,使得最终设计 的力矩控制器具有很强的鲁棒性。从仿真结果可以 看出采用本文方法能够极大地减少速度误差,并且 使得实际运动轨迹与目标轨迹基本能够重合。

本文所提出的方法能够从根本上解决欠驱动无 人船轨迹跟踪的精确性问题,并具有很强的鲁棒性, 对解决其他欠驱动非完整机械结构的精确运动控制 问题具有一定的启发和参考价值。

#### 参考文献(References):

- [1] 蒲进菁,刘涵,江云华,等. 无人船现状及发展趋势综述[J]. 海洋信息,2020,35(1):6—11
  PU J J, LIU H, JIANG Y H, et al. Overview of Unmanned Ship Status and Development Trend [J]. Ocean Information, 2020,35(1):6—11(in Chinese)
- [2] 廖煜雷,庄佳园,李晔,等. 欠驱动无人艇轨迹跟踪的滑 模控制方法[J]. 应用科学学报,2011,29(4):428—434
  LIAO Y L, ZHUANG J Y, LI Y, et al. A Sliding Mode Control Method for Track of Underactuated Unmanned Craft[J]. Journal of Applied Science, 2011,29(4): 428—434(in Chinese)
- [3] 王岩,朱齐丹,孟浩,等. 欠驱动船舶航迹跟踪指令滤 波滑模鲁棒控制[J]. 电机与控制学报, 2013,17(5): 110—118

WANG Y, ZHU Q D, MENG H, et al. Underactuated Ship Trajectory Tracking Commanned Filter Sliding Mode Robust Control[J]. Journal of Motor and Control, 2013, 17(5):110—118(in Chinese)

- [4] 罗伟林,邹早建,李铁山. 船舶航向非线性系统鲁棒跟踪控制[J]. 控制理论与应用,2009,26(8):893—895
  LUO W L, ZOU Z J, LI T S. Robust Tracking Control of Ship Heading Nonlinear System[J]. Control Theory and Application, 2009,26(8):893—895(in Chinese)
- [5] 关海滨,艾矫燕. Backstepping 法在欠驱动无人船轨迹 跟踪上的仿真研究[J]. 中国科技信息,2018(12): 107—111
  GUAN H B, AI J Y. Simulation Study of Backstepping on Trajectory Tracking of Unmanned Ship with Underdrive [J]. Chinese Science and Technology Information, 2018 (12):107—111(in Chinese)
- [6] 余亚磊,苏荣彬,冯旭,等. 基于速变 LOS 的无人船反步自适应路径跟踪控制[J]. 中国舰船研究,2019, 14(3):163—171
  YU Y L, SU R B, FENG X, et al. Retro-step Adaptive

Path Tracking Control for Unmanned Ship Based on FastchangingLOS[J]. Chinese Ship Research, 2019,14(3): 163—171(in Chinese)

- [7] 刘金琨. 先进 PID 控制及其 MATLAB 仿真[M]. 北京:电子工业出版社, 2003
  LIU J K. Advanced PID Control and MATLAB Simulation
  [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2003 (in Chinese)
- [8] 丁杭成. 船舶航向智能 PID 控制算法研究[D]. 辽宁 大连:大连海事大学,2010
   DING H C. Research on Intelligent PID Control Algorithm of Ship Heading[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2010(in Chinese)
- [9] 李铁山,杨盐生,洪碧光. 船舶直线航迹控制的鲁棒自适应非线性设计[J]. 大连海事大学学报,2004,30 (4):2—6
  LI T S, YANG Y S, HONG B G. Robust Adaptive Nonlinear Design for Ship Linear Trackcontrol [J]. Journal of Dalian Maritime University, 2004,30(4):2—6(in Chinese)
- [10] 庄宇飞. 带有非完整约束的欠驱动航天器控制方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2012
  ZHUANG Y F. Research on Control Method of Underactuated Spacecraft with NONHOLONOMIC Constraint[D]. Harbin:Harbin Institute of Technology, 2012(in Chinese)
- [11] 王亮.小型无人水面船运动控制系统的设计与实现
  [D].长沙:长沙理工大学,2018
  WANG L. Design and Implementation of Motion Control System of Small Unmannedsurface Ship[D]. Changsha: Changsha University of Science and Technology, 2018(in Chinese)
- [12] 吴兴亚,高霄鹏. 全回转双桨船舶操纵性预报[J]. 中国舰船研究,2017,12(1):27—31
  WU X Y, GAO X P. Prediction of Maneuverability of Full Rotary Twin Oarship [J]. Research on Chinese Ship, 2017,12(1):27—31(in Chinese)
- [13] 刘杨. 欠驱动水面船舶的非线性自适应控制研究
  [D]. 大连:大连海事大学,2010
  LIU Y. Nonlinear Adaptive Control of Underactuated
  Surface Ship[D]. Dalian: Dalian Maritime University,
  2020(in Chinese)
- [14] 石祥,许哲,何青义,等. 基于 PCI8602 的无人水面艇 控制系统设计[J]. 测控技术,2014,33(12):77—80
  SHI X, XU Z, HE Q Y, et al. Design of Unmanned Surface Boat Control System Based on PCI8602 [J].

Measurement and Control Technology, 2014, 33 (12): 77-80(in Chinese)

- [15] 柳晨光. 基于预测控制的无人船运动控制方法研究
  [D]. 武汉:武汉理工大学,2017
  LIU C G. Research on Predictive Control-Based Motion Control Method for Unmanned Ship[D]. Wuhan; Wuhan University of Technology, 2017(in Chinese)
- [16] 周岗,陈永冰,陈阳,等. 一种船舶直线航迹控制算法 及控制参数的设计[J]. 仪器仪表学报,2013,34(5): 1043—1048
  ZHOU G, CHEN Y B, CHEN Y, et al. Design of a Ship Linear Track Control Algorithm and Controlparameters
  [J]. Journal of Instrument and Instrument, 2013,34
  (5):1043—1048(in Chinese)

## Motion Control Design of the Underactuated Unmanned Ship

## LI Ou-xue, ZHOU Yu-sheng

(School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: Curvature tracking and inverse dynamics adaptive control method are proposed to solve the problem of that the precise trajectory tracking control of underactuated unmanned ship becomes difficult due to the influence of nonholonomic constraint and model imprecision. In the first place, we establish the kinematics and dynamics models on the horizontal plane. Then, the original problem is transformed into a simple tracking control problem by making full use of the motion law under the nonholonomic constraint and introducing the relative curvature of the target curve to construct a dynamical tracking target. After that, the torque controller is designed to realize a given motion task based on sliding mode control and inverse dynamic adaptive control method. Simulation results show that the curvature tracking method can not only make the underactuated unmanned ship follow a given target trajectory accurately, but also lead to high robustness. Since the proposed method essentially tracks the relative curvature of the target trajectory, it can fundamentally solve the problem of trajectory tracking accuracy of underactuated unmanned ship, which provides a new idea for the precise motion control design of general underactuated nonholonomic mechanical structures.

Key words: inverse dynamics adaptive control; sliding mode control; trajectory tracking control; dynamical tracking target

责任编辑:田 静

引用本文/Cite this paper:

李欧雪,周宇生. 欠驱动无人船的运动控制设计[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2021,38(4):23-29

LI O X, ZHOU Y S. Motion Control Design of the Underactuated Unmanned Ship [J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2021, 38(4):23-29