

# 马尔可夫调制的双分数布朗运动模型下亚式期权定价\*

宋瑞丽, 李旭\*\*, 王伟

(南京财经大学 应用数学学院, 南京 210023)

**摘要:** 针对一种新的增量随机过程——马尔可夫调制的双分数布朗运动, 基于可靠性数学思想, 利用测度变换技巧将实际概率测度变换成等价鞅测度, 研究了在此模型下连续时间的固定价格亚式期权定价问题; 通过亚式期权所满足的概率密度转移函数, 将经典的测度变换方法与拟鞅相结合, 并推广到受双分数布朗运动驱动的 B-S 市场环境中, 利用风险中性定价方法分别得到具有固定执行价格的几何平均亚式看涨和看跌期权的定价公式; 双分数布朗运动不具有独立性和平稳增量性, 更符合显示情形, 且与基于分数布朗运动的期权定价公式进行比较分析, 可知分数布朗运动只是双分数布朗运动的一种特殊情形, 可基于双分数布朗运动对分数布朗运动的亚式期权期权定价模型进行推广。

**关键词:** 马尔可夫调制; 双分数布朗运动; 亚式期权; 等价鞅测度

**中图分类号:** F830.9; O211.6; O213.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-058X(2019)01-0073-05

## 0 引言

随着经济的发展和水平的提高, 人们有越来越高的经济能力用于投资, 由此衍生出来的各种各样的期权定价也越来越受众多投资者和学者的关注。学者研究发现分数布朗运动可以取代标准布朗运动, 而双分数布朗运动是比分数布朗运动更一般的高斯过程, 适用范围更加广泛。文献[1]利用保险精算的方法给出了双分数布朗运动环境下最值期权的定价。亚式期权又被称为平均价格期权, 是一种新型路径依赖型期权, 它在到期日的损益依赖于合同期内某段时间标的资产的平均价格, 这种路径依赖型期权不仅减少期权到期时市场上的人为操控, 也可以准确地反映股票价格变化的趋

势, 相对欧式期权而言, 风险更小。因此研究亚式期权具有较大的现实意义。文献[2]利用拟条件期望的方法, 得到了受分数布朗运动驱动的条件下, 针对浮动执行价格的几何平均亚式期权定价公式。文献[3]通过 Itô 公式推导出亚式期权所满足的概率密度转移函数, 用无套利定价方法给出了分数布朗运动环境下几何平均亚式看涨期权定价公式。文献[4]利用了正态分布的性质, 采用保险精算的方法对连续型几何平均亚式期权进行定价。

本文利用马尔可夫调制的双分数布朗运动来描述 B-S 市场中风险资产的价格动态, 利用马尔可夫链刻画经济周期中的结构变化, 通过亚式期权所满足的概率密度转移函数, 采用测度变换技巧将实际概率测度变换成等价鞅测度, 利用风险中性定价原理分别得到具有固定执行价格的亚式看涨和看

收稿日期: 2018-07-06; 修回日期: 2018-09-20.

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11201221), 江苏省自然科学基金(BK2012468), 江苏省研究生科研与实践创新项目(KYCX17\_1205).

作者简介: 宋瑞丽(1979—), 女, 山东临沂人, 副教授, 博士, 从事马尔可夫过程及其应用研究.

\*\* 通讯作者: 李旭(1992—), 女, 山西晋中人, 硕士研究生, 从事马尔可夫过程及其应用研究. E-mail: xuli102866@163.com.

跌期权的定价公式,且可基于双分数布朗运动亚式期权定价模型对分数布朗运动的几何平均亚式期权定价模型进行推广。

## 1 模型假设

设 $(\Omega, F, P)$ 为一概率空间, $0 < H < 1, 0 < K \leq 1$ ,参数为 $H, K$ 的双分数布朗运动为一个连续 Guassion 过程 $(W_t^{H,K}, t \geq 0)$ ,满足如下条件:

$$\textcircled{1} E[W_t^{H,K}] = W_0^{H,K} = 0, \text{对任意的 } t \geq 0;$$

$$\textcircled{2} E[W_t^{H,K} W_s^{H,K}] = \frac{1}{2^k} ((t^{2H} + s^{2H})^K - |t-s|^{2HK}).$$

当 $K=1$ 时, $\{W_t^{H,K}\}$ 退化为含有 $H$ 的分数布朗运动;若 $K=1, H=\frac{1}{2}$ , $\{W_t^{H,K}\}$ 退化为标准布朗运动。

假定 $(\Omega, F, P)$ 是完备概率空间,其中 $P$ 是原始概率,记时间参数 $\Gamma \in [0, T]$ , $\{W_t^{H,K}\}_{t \in \Gamma}$ 表示 $(\Omega, F, P)$ 上的双分数布朗运动。假定市场的经济状态由连续时间的时齐 Markov 链 $\{X_t\}_{t \in \Gamma}$ 来描述,有限的状态空间 $X := (X_1, X_2, \dots, X_N)$ 。不失一般性,假设 $\{X_t\}_{t \in \Gamma}$ 只取有限个值 $(e_1, e_2, \dots, e_N)$ ,其中 $e_i = (0, \dots, 1, \dots, 0)$ 。

假定在无套利金融市场中有一种债券和一种股票,它们的价格过程分别满足如下随机微分方程:

$$\begin{cases} dB_t = r_t B_t dt, B_0 = 1, 0 \leq t \leq T \\ dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dW_t^{H,K}, S_0 = s \end{cases}$$

其中, $r := (r_1, r_2, \dots, r_N) \in R^N, r_t := [r, X_t]$ 表示市场的利率; $\sigma := (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N) \in R^N, \sigma_t := [\sigma, X_t]$ 表示股票的波动率; $\mu := (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N) \in R^N, \mu_t := \langle \mu, X_t \rangle$ 表示股票的平均回报率; $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示内积均依赖于 $\{X_t\}_{t \in \Gamma}$ 的状态; $\{W_t^{H,K}\}$ 是具有 Markov 调制的双分数布朗运动,存在新的等价-鞅测度 $Q$ 和 $F_s = \sigma(W_s^{H,K}) = \sigma(S_s) (0 \leq s \leq t)$ ,满足

$$\bar{W}_t^{H,K} = W_t^{H,K} - \int_0^t \frac{r_s - \mu_s}{\sigma_s} ds$$

是概率测度 $Q$ 下的双分数布朗运动,并且有

$$\begin{cases} dB_t = r_t B_t dt, B_0 = 1 \\ dS_t = r_t S_t dt + \sigma_t S_t d\bar{W}_t^{H,K} \end{cases} \quad (1)$$

由文献[4]可得 $B_t = e^{\int_0^t r_s ds}$ ,且随机微分方程式(1)存在唯一解为

$$S_t = S_0 e^{\int_0^t r_s ds - \int_0^t \frac{1}{2} \sigma_s^2 ds^{2HK} + \int_0^t \sigma_s d\bar{W}_s^{H,K}}$$

对任意 $0 < t < T$ ,有

$$S_T = S_t e^{\int_t^T r_s ds - \int_t^T \frac{1}{2} \sigma_s^2 ds^{2HK} + \int_t^T \sigma_s d\bar{W}_s^{H,K}} \quad (2)$$

## 2 具有固定执行价格的亚式看涨、看跌期权定价公式

对于固定执行价格的几何平均亚式看涨期权,它的损益为

$$\xi_1 = \left( \exp \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \ln S_u du \right\} - K \right)^+ \quad (3)$$

令 $I_t = \int_0^t \ln S_u du$ ,则

$$\xi_1 = \left( e^{\frac{I_t}{T} + \frac{1}{T} \int_t^T \ln S_u S_t^{-1} du + \frac{T-t}{T} \ln S_t} - K \right)^+ = (X_t Y_t - K)^+ \quad (4)$$

其中, $X_t = e^{\frac{1}{T} \int_0^t \ln S_u du} S_t^{\frac{T-t}{T}}, Y_t = e^{\frac{1}{T} \int_t^T \ln S_u S_t^{-1} du}$ 。

注意到当前时刻是 $t$ 时刻,则 $X_t$ 是已知的,由式(2)可得:

$$\begin{aligned} Y_t &= e^{\frac{1}{T} \int_t^T \ln \frac{S_u}{S_t} du} = e^{\frac{1}{T} \left[ \int_t^T r_s ds - \int_t^T \frac{1}{2} \sigma_s^2 ds^{2HK} + \int_t^T \sigma_s d\bar{W}_s^{H,K} \right]} = \\ &= e^{\frac{1}{T} \left( \int_t^T r_s ds - \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_s^2 ds^{2HK} \right)} \times e^{\frac{1}{T} \int_t^T \sigma_s d\bar{W}_s^{H,K}} = \\ &= e^{\frac{1}{T} (r_s(T-s) ds - \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_s^2 (T-s) ds^{2HK})} \times e^{\left( \frac{1}{T} \int_t^T \sigma_s (T-s) d\bar{W}_s^{H,K} \right)} = \\ &= e^{(r^*(t) + Z_t)} \end{aligned} \quad (5)$$

其中,

$$r^*(t) = \frac{1}{T} \left( \int_t^T r_s (T-s) ds - \frac{1}{2} \int_t^T \sigma_s^2 (T-s) ds^{2HK} \right)$$

$$Z_t = \frac{1}{T} \int_t^T \sigma_s (T-s) d\bar{W}_s^{H,K}$$

根据双分数布朗运动的定义及性质可得:

$$E_Q[Z_t | F_T^X] = 0$$

由分数型等距公式<sup>[12]</sup>可得:

$$\begin{aligned} D_Q[Z_t | F_T^X] &= \\ \frac{\int_t^T \int_t^T (T-u)(T-v) \sigma_u \sigma_v dudv}{T^2} &= \frac{\sigma^{*2}}{T^2} \end{aligned}$$

其中,

$$\sigma^{*2} = \int_t^T \int_t^T (T-u)(T-v) \sigma_u \sigma_v \Phi(u, v) dudv$$

那么

$$Z_t | F_T^X \sim N\left(0, \frac{\sigma^{*2}}{T^2}\right) \quad (6)$$

令 $u_t$ 表示几何平均亚式看涨期权的损益在当

前时刻的贴现值,则由式(3)(4)可得:

$$u_t = e^{-\int_t^T r_s ds} \xi_1 = e^{-\int_t^T r_s ds} (e^{\frac{1}{T} \int_0^T \ln S_u du} - K)^+ = e^{-\int_t^T r_s ds} (X_t Y_t - K)^+ \quad (7)$$

令  $a = X_t e^{r^*(t)}$ ,  $b = \frac{\sigma^{*2}}{T^2}$ , 将式(5)代入式(7), 则

$$u_t = e^{-\int_t^T r_s ds} (ae^{Z_t} - K)^+ \quad (8)$$

根据风险中性定价原则, 期权的现值就是到期收益的折现值关于等价鞅测度的数学期望, 则期权在时刻  $t$  的价格可以表示为  $C_t = E[u_t | G_{t,T}]$ ,  $G_{t,T} = F_t^S \vee F_t^X$ , 由此可得如下定理。

### 2.1 具有固定执行价格的亚式看涨期权定价公式

**定理1** 具有固定执行价格的几何平均亚式看涨期权价格为

$$C_t = S_t e^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) - X_t e^{r^*(t) + \frac{\sigma^{*2}}{2T^2} - \int_t^T r_s ds} \Phi(d_1)$$

其中,

$$d_1 = \frac{T[\ln X_t - \ln K + r^*(t)] + \frac{\sigma^{*2}}{T}}{\sigma^*} = d_2 + \sqrt{b}$$

$$d_2 = \frac{T[\ln X_t - \ln K + r^*(t)]}{\sigma^*}$$

**证明** 根据式(6)中  $Z_t$  的分布和式(8)确定  $u_t$  的分布:

$$F_t(x) = Q(u_t \leq x | G_{t,T}) = Q(\xi_1 \leq x e^{\int_t^T r_s ds} | G_{t,T}) = Q(ae^{Z_t} - K \leq x e^{\int_t^T r_s ds} | G_{t,T}) = Q(Z_t \leq \ln(K + x e^{\int_t^T r_s ds}) - \ln a | G_{t,T}) = \Phi\left\{\frac{\ln(K + x e^{\int_t^T r_s ds}) - \ln a}{\sqrt{b}}\right\}$$

随机变量  $u_t$  的期望为

$$E_Q[u_t | G_{t,T}] = \int_0^{+\infty} x dF_t(x) = \int_0^{+\infty} x d\Phi\left\{\frac{\ln(K + x e^{\int_t^T r_s ds}) - \ln a}{\sqrt{b}}\right\} \quad (9)$$

令  $y = \frac{\ln(K + x e^{\int_t^T r_s ds}) - \ln a}{\sqrt{b}}$ , 则

$$x = e^{(\sqrt{b}y + \ln a - \int_t^T r_s ds)} - Ke^{-\int_t^T r_s ds} \quad (10)$$

把式(10)代入式(9)可得:

$$E_Q[u_t | G_{t,T}] = \int_{-d_2}^{+\infty} e^{\sqrt{b}y + \ln a - \int_t^T r_s ds} d\Phi(y) - \int_{-d_2}^{+\infty} Ke^{-\int_t^T r_s ds} d\Phi(y) =$$

$$ae^{-\int_t^T r_s ds} \int_{-d_2}^{+\infty} e^{\sqrt{b}y} d\Phi(y) - \int_{-d_2}^{+\infty} Ke^{-\int_t^T r_s ds} d\Phi(y) = ae^{-\int_t^T r_s ds} \int_{-d_2}^{+\infty} e^{\sqrt{b}y} d\Phi(y) - Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) = ae^{-\int_t^T r_s ds} \int_{-d_2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(y-\sqrt{b})^2 + \frac{b}{2}} dy - Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) = ae^{\frac{b}{2} - \int_t^T r_s ds} \Phi(d_2 + \sqrt{b}) - Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) = ae^{\frac{b}{2} - \int_t^T r_s ds} \Phi(d_1) - Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) \quad (11)$$

将  $a = X_t e^{r^*(t)}$ ,  $b = \frac{\sigma^{*2}}{T^2}$  代入式(11) 即可得:

$$C_t = E[u_t | G_{t,T}] = X_t e^{r^*(t) + \frac{\sigma^{*2}}{2T^2} - \int_t^T r_s ds} \Phi(d_1) - Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2)$$

### 2.2 具有固定执行价格的亚式看跌期权定价公式

几何平均亚式看跌期权的损益为

$$\xi_2 = (K - e^{\frac{1}{T} \int_0^T \ln S_u du})^+ \quad (12)$$

令  $a = X_t e^{r^*(t)}$ ,  $b = \frac{\sigma^{*2}}{T^2}$ , 将式(5)代入式(11), 则它

的损益在当前时刻的贴现值为  $v_t = e^{-\int_t^T r_s ds} (K - ae^{Z_t})^+$  其看跌期权在时刻  $t$  的价格可以表示为  $P_t = E[v_t | G_{t,T}]$ ,  $G_{t,T} = F_t^S \vee F_t^X$ , 由此可得如下定理。

**定理2** 具有固定执行价格的几何平均亚式看跌期权价格为

$$P_t = S_t e^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) - X_t e^{r^*(t) + \frac{\sigma^{*2}}{2T^2} - \int_t^T r_s ds} \Phi(d_1)$$

其中,

$$d_1 = \frac{T[\ln X_t - \ln K + r^*(t)] + \frac{\sigma^{*2}}{T}}{\sigma^*}$$

$$d_2 = \frac{T[\ln X_t - \ln K + r^*(t)]}{\sigma^*}$$

**证明** 同理, 由式(6)中  $Z_t$  的分布和式(8)可得损益  $v_t$  的条件分布:

$$F_t(x) = Q(v_t \leq x | G_{t,T}) = Q(\xi_2 \leq x e^{\int_t^T r_s ds} | G_{t,T}) = Q(Z_t \geq \ln(K - x e^{\int_t^T r_s ds}) - \ln a | G_{t,T}) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(K - x e^{\int_t^T r_s ds}) - \ln a}{\sqrt{b}}\right)$$

随机变量  $v_t$  的期望为

$$E_Q[v_t | G_{t,T}] = \int_0^{+\infty} x dF_t(x) = \int_0^{+\infty} x d\Phi\left\{\frac{\ln(K - x e^{\int_t^T r_s ds}) - \ln a}{\sqrt{b}}\right\}$$

令  $\omega = \frac{\ln(K - xe^{\int_t^T r_s ds}) - \ln a}{\sqrt{b}}$  可得:

$$x = Ke^{-\int_t^T r_s ds} - e^{(\sqrt{b}\omega + \ln a - \int_t^T r_s ds)} \quad (13)$$

所以将式(13)代入看跌期权的价格公式, 可得:

$$\begin{aligned} E_Q[v_t | G_{t,T}] &= \int_{-d_2}^{+\infty} Ke^{-\int_t^T r_s ds} d\Phi(\omega) - \\ &\int_{-d_2}^{+\infty} e^{\sqrt{b}\omega + \ln a - \int_t^T r_s ds} d\Phi(\omega) = \\ &\int_{-d_2}^{+\infty} Ke^{-\int_t^T r_s ds} d\Phi(\omega) - ae^{-\int_t^T r_s ds} \int_{-d_2}^{+\infty} e^{\sqrt{b}\omega} d\Phi(\omega) = \\ &Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) - ae^{-\int_t^T r_s ds} \int_{-d_2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\omega - \sqrt{b})^2 + \frac{b}{2}} d\omega = \\ &Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) - ae^{\frac{b}{2} - \int_t^T r_s ds} \Phi(d_2 + \sqrt{b}) = \\ &Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) - ae^{\frac{b}{2} - \int_t^T r_s ds} \Phi(d_1) \end{aligned} \quad (14)$$

将  $a = X_t e^{r^*(t)}$ ,  $b = \frac{\sigma^{*2}}{T^2}$  代入式(14), 即可得:

$$\begin{aligned} P_t &= E[v_t | G_{t,T}] = \\ &Ke^{-\int_t^T r_s ds} \Phi(d_2) - X_t e^{r^*(t) + \frac{\sigma^{*2}}{2T^2} - \int_t^T r_s ds} \Phi(d_1) \end{aligned}$$

### 3 结 论

通过等价-拟鞅测度变换, 在市场利率、股票波动率和股票回报率均受 Markov 链调制的情形下得到了双分数 B-S 市场的固定价格几何平均亚式期权定价公式, 将经典的测度变换方法与拟鞅相结合, 并推广到双分数布朗运动市场环境。在一定程度上, 相对多数只研究分数布朗运动或市场利率、股票波动率和股票回报率均为常数的模型有所改进。对于 Markov 链调制的受双分数布朗运动驱动浮动执行价格的亚式期权定价公式有待进一步研究。

#### 参考文献 (References):

- [1] 姜礼尚. 期权定价的数学模型和方法(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008  
JIANG L S. Mathematical Models and Methods of Option Pricing [M]. 2nd edn. Beijing: Higher Education Press, 2008
- [2] 李丹, 薛红. 双分数布朗运动环境下的最值期权的定价[J]. 宁夏大学学报(自然科学版), 2017, 38(1): 23—26  
LI D, XUE H. Pricing Minimum or Maximum Option in Bi

- fractional Brownian Motion Environment[J]. Journal of Ningxia University (Natural Science Edition), 2017, 38(1): 23—26
- [3] 沈明轩, 何朝林. 分数布朗运动环境中几何平均亚式期权的定价[J]. 山东大学学报(理学版), 2013, 48(3): 48—52  
SHEN M X, HE C L. Pricing of Geometric Average Asian Option in Fractional Brown Motion Environment [J]. Journal of Shandong University (Natural Science Edition), 2013, 48(3): 48—52
- [4] 肖艳清, 邹捷中. 分数布朗运动驱动下一致连续的 BSDE 解的存在性与唯一性[J]. 应用数学学报, 2012, 35(2): 245—251  
XIAO Y Q, ZOU J Z. Existence and Uniqueness of the Solution to BSDE Driven by Fractional Brownian Motion with the Generator is Uniformly Continuous in  $z$  [J]. Chinese Journal of Applied Mathematics, 2012, 35(2): 245—251
- [5] 肖艳清, 邹捷中. 分数布朗运动环境下的期权定价与测度变换[J]. 数学的实践与认识, 2008, 38(20): 58—62  
XIAO Y Q, ZOU J Z. Measure Transformation and Option Pricing in Fractional Brownian Motion Environment [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2008, 38(20): 58—62
- [6] MISHURA Y. Stochastic Calculus for Fractional Brownian Motions and Related Processes [M]. Berlin: Springer, 2008
- [7] 孙玉东, 师义民, 谭伟. 分数布朗运动环境下亚式期权定价的新方法[J]. 工程数学学报, 2012, 2(2): 173—178  
SUN Y D, SHI Y M, TAN W. A New Method for Asian Option Pricing under Fractional Brown Motion Environment [J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2012, 2(2): 173—178
- [8] XUE H, SUN Y D. Asian Option Pricing Model in Fractional Jump - diffusion Environment [J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2010, 27(6): 1009—1014
- [9] 王国强, 马德全, 宋华. 亚式期权的一种定价方法[J]. 数学理论与应用, 2007, 27(3): 410—413  
WANG G Q, MA D Q, SONG H. One Method of Asian Option Pricing [J]. Mathematical Theory and Applications, 2007, 27(3): 410—413
- [10] 薛红, 孙玉东. 分数-跳扩散过程下亚式期权定价模型[J]. 工程数学学报, 2010, 27(6): 1009—1014

- XUE H, SUN Y D. Asian Option Pricing Model in Fractional Jump - diffusion Environment [ J ]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2010, 27 ( 6 ): 1009—1014
- [ 11 ] 曹晋华,程侃. 可靠性数学引论(修订版)[M]. 北京:高等教育出版社,2006
- CAO J H, CHENG K. Introduction to Reliability Mathematics[M]. Revised Edition. Beijing: Higher Education Press, 2006
- [ 12 ] GUASONI P. No Arbitrage Under Transaction Costs with Fraction Brownian Motion and Beyond[J]. Mathematical Finance, 2006, 16(3): 569—582
- [ 13 ] 陈超. 标的资产价格服从跳-扩散模型的脆弱期权定价模型[J]. 工程数学学报, 2008, 25(6): 1129—1132
- CHEN C. Vulnerable European Option Pricing Models when Underlying Asset Returns are Jump-diffusion Processes[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2008, 25 (6): 1129—1132
- [ 14 ] BIAGINI F, HU Y. Stochastic Calculus for Fractional Brownian Motion and Applications [ M ]. New York: Springer, 2008

## Asian Option Pricing in Double Fractional Brownian Model with Markovian Switching

SONG Rui-li, LI Xu, WANG Wei

(Nanjing University of Finance & Economics, School of Applied Mathematics, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** Aiming at a new incremental stochastic process in double - fractional Brownian motion with Markovian switching, based on the idea of reliability mathematics, the real probability measure is transformed into the equivalent martingale measure by using the measure transformation technique, and the pricing problem of fixed-price Asian option with continuous time under this model is studied. By using the probability density transfer function satisfied by Asian options, the classical measure transformation method is combined with quasi-martingale method, which is extended to the B-S market driven by double-fractional Brownian motion. The pricing formulas of geometrically average Asian call and put options with fixed execution price are obtained by using risk-neutral pricing method. The double fractional Brown motion is independent and stable incrementally, which is more consistent with the display situation. Compared with the option pricing formula based on fractional Brownian motion, fractional Brownian motion is only a special case of double - fractional Brownian motion, which can be extended to Asian option pricing model based on double-fractional Brownian motion.

**Keywords:** Markovian switching; double fractional Brownian motion; Asian option pricing; equivalent martingale measure

责任编辑:李翠薇

引用本文/Cite this paper:

宋瑞丽,李旭,王伟. 马尔可夫调制的双分数布朗运动模型下亚式期权定价[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2019, 36(1): 73—77

SONG R L, LI X, WANG W. Asian Option Pricing in Double Fractional Brownian Model with Markovian Switching[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University(Natural Science Edition), 2019, 36(1): 73—77