

doi:10.16055/j.issn.1672-058X.2019.0001.007

基于新语言尺度函数的犹豫 Z-number 群决策模型*

姚爱婷^a, 梅孔椿^a, 毛军军^{a,b}, 姚登宝^c

(安徽大学 a. 数学科学学院; b. 计算机智能与信号处理教育部重点实验室;
c. 经济学院, 合肥 230601)

摘要:针对犹豫语言型 Z-numbers (HLZ-numbers) 的群决策问题, 提出了在未知专家属性权重时以犹豫语言型 Z-numbers 为信息环境下的群决策方法; 首先在 Z-number 理论和语言型语集的基础上提出了两类新的语言尺度函数 (LSF) 以及相关性质, 并用新的语言尺度函数来度量语言型信息; 其次结合两类新的语言尺度函数提出了犹豫语言型 Z-numbers 之间的距离公式, 并建立了基于新的语言尺度函数的犹豫 Z-numbers 群决策模型; 该模型结合集成算子理论, 利用区间数算术平均将决策矩阵集成为综合矩阵, 通过建立二维的可能度比较可能度矩阵, 然后利用排序向量法进行排序; 最后, 通过一个实例分析验证了该方法的有效性和可行性。

关键词: Z-number 理论; 语言尺度函数; 犹豫语言型 Z-number; 可能度; 群决策问题

中图分类号: C934

文献标志码: A

文章编号: 1672-058X(2019)01-0038-07

1 基本理论

群决策就是给定一组方案, 对于每个方案有不同的属性, 有多个专家对每种方案的属性做出评价。所做出的评价有很多类型, 近年来有直观数字型、区间数型、语言型等, 对不同类型的评价应用不同的决策模型从而选出最优方案^[1]。1965 年 Zadeh 提出模糊集 (Fuzzy sets) 理论^[2], 模糊集在过去的几十年间已被广泛应用于统计决策、系统工程, 模式识别等领域, 现在被认为是决策问题、模糊推理和模式识别的有用工具^[3-5]。Z-number 是 Zadeh^[6] 在 2011 年提出的概念, Z-number 的构造试图把自然

语言的客观信息显示和主观理解成分并列表达在一起, 以便增强对自然语言的理解。

自 Zadeh 提出模糊集和 Z-number 的概念后, 很多研究者以不同的角度对 Z-number 进行了研究, 同时还提出了犹豫模糊集的相关理论。Torra and Narukawa^[7] 引入了犹豫模糊集 (HFSs), 它允许元素的隶属度在 $[0, 1]$ 中成为一组可能的值, 主要目的是在获取信息时对人类怀疑产生的不确定性进行建模。可是 HFSs 有一个不足之处就是这些经典模糊集合所提供的决策信息的可靠性并没有被充分考虑^[8]; 文献^[9] 分别从区间和单值两个角度研究直觉模糊集的多属性决策问题, 并用规划模型解决了如何获取专家权重的问题; 文献^[10] 利用偏好关

收稿日期: 2018-05-13; 修回日期: 2018-07-20.

* 基金项目: 国家自然科学基金 (61673020), 安徽省高校自然科学基金研究重点项目 (KJ2017A945), 安徽省高校优秀青年人才支持计划重点项目 (GXYQZD2016453).

作者简介: 姚爱婷 (1993—), 女, 安徽铜陵人, 硕士研究生, 从事智能计算与统计决策研究.

系矩阵,从比较的观点研究了区间直觉模糊集的排序问题。

本文先介绍了语言型语集和语言型 Z-number^[11],随后在三角函数的基础上引出两类语言尺度函数并证明了语言尺度函数的相关性质。在多属性群决策中,权重信息通常是不确定的,又由于决策者具有不同背景和个人偏好,因此不能直接赋予他们任意权重或相等权重,而由于时间的压力、问题的复杂性和缺乏知识的局限性,标准的权重也不应该根据经验值或主观的判断而分配。因此,对于一个实际的群决策问题,决策者的标准权重被认为是未知的并且要确定。本文的决策模型是在未知决策者属性权重的情形下建立模型确定合理的权重后进行决策排序的,由最后的实例分析可充分看出该方法的可行性和有效性。

2 基础知识

2.1 语言尺度函数

定义 1^[11] 假设 $\tilde{s} = [s_m, s_n]$, $s_m, s_n \in \tilde{S}$, $0 \leq m \leq n$, s_m, s_n 分别是 \tilde{s} 的下界和上界,称 \tilde{s} 为一个不确定语言变量,其中 \tilde{S} 是离散语言项设置为连续形式,可以表示为 $\tilde{S} = (s_i, i \in k)$, k 是一个较大的正实数。

定义 2^[11] 假设 $s_i \in S$ 是一个语言型语集,即 $S = \{s_i | i = 0, 1, 2, \dots, 2t\}$,假设现有一个数值变量 $\theta_i \in [0, 1]$,设 H 是语言型语集 s_i 到 θ_i 的一个映射,即

$$H: s_i \rightarrow \theta_i (i = 0, 1, 2, \dots, 2t)$$

其中 $\theta_i \in [0, 1]$, $0 \leq \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_{2t} \leq 1$,即 θ_i 是严格单调递增的,则称 H 为语言尺度函数,记为 $\tilde{H}(i)$ 。通常把 θ_i 看做是决策者对 s_i 的一种偏好, s_i 越优则 θ_i 越大,评价越好。

下面提出两类语言尺度函数(LSF):

第 I 类:

$$\text{LSF1: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{2} \tan\left(\frac{i}{4t} \pi - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$$

$$\text{LSF2: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{i}{2t} \pi - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\text{LSF3: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{i}{2t} \pi - \pi\right) + \frac{1}{2}$$

其中 $i = 0, 1, 2, \dots, 2t$ 。

语言尺度函数 LSF1 具有以下性质:

性质 1 $\tilde{H}(0) = \theta_0 = 0$; $\tilde{H}(t) = \theta_t = 0.5$; $\tilde{H}(2t) = \theta_{2t} = 1$ 。

证明 当 $i = 0$ 时, $\tilde{H}(0) = \frac{1}{2} \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} = 0$;

当 $i = t$ 时, $\tilde{H}(t) = \frac{1}{2} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$;

当 $i = 2t$ 时, $\tilde{H}(2t) = \frac{1}{2} \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} = 1$ 。

性质 2 语言尺度函数 LSF1 的值 $\tilde{H}(i)$ 随着 i 的增加而增大。

证明

$$\tilde{H}'(i) = \frac{1}{2} \sec^2\left(\frac{i}{4t} \pi - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \frac{\pi}{4t} > 0 (i \in [0, 2t])$$

故 $\tilde{H}(i)$ 在 $i \in [0, 2t]$ 上单调递增,即 $\tilde{H}(i)$ 随着 i 的增加而增大。

性质 3 对 $\forall i, j \in [0, 2t]$, 当 $i + j = 2t$ 时,有

$$\tilde{H}(i) + \tilde{H}(j) = 1。$$

证明 当 $i + j = 2t$ 时,有

$$\tilde{H}(j) = \frac{1}{2} \tan\left(\frac{j}{4t} \pi - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{2} \tan\left(\frac{2t-i}{4t} \pi - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{i}{4t} \pi\right) + \frac{1}{2} =$$

$$-\frac{1}{2} \tan\left(\frac{i}{4t} \pi - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} = -\left[\tilde{H}(i) - \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\tilde{H}(i) + \tilde{H}(j) = 1$$

语言尺度函数 LSF2 同理可证性质 1、性质 2 和性质 3。

第 II 类:

$$\text{LSF4: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{i}{t} - 1\right) + \frac{1}{2}$$

$$\text{LSF5: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{i}{t} - 1\right) + \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{LSF6: } \tilde{H}(i) = \theta_i = \frac{1}{\pi} \arccos\left(1 - \frac{i}{t}\right)$$

其中 $i=0,1,2,\dots,2t$ 。

同第 I 类语言尺度函数一样,也可以得到第 II 类语言尺度函数同样有性质 1、性质 2、性质 3。

语言尺度函数 LSF1, LSF2, LSF3, LSF4, LSF5, LSF6 的图形如图 1 所示:

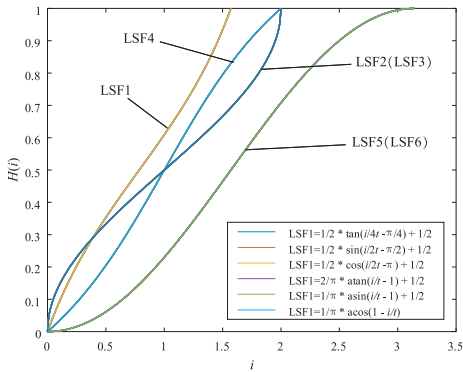


图 1 LSF1-6 的函数图形

Fig. 1 Function graph of LSF1-6

2.2 语言型 Z-number

定义 3^[6] Z-number 是有序的一对模糊数,表示为 $Z=(A,R)$,第一个元素 A 是不确定变量 X 的实值函数,是对 X 在值上的约束;第二个元素 R 是对第一个元素 A 的可靠性的度量。当 A,R 都是语言型术语时, $Z=(A,R)$ 便是一个语言型 Z-number。

定义 4^[11] (犹豫语言型 Z-number) 设 X 是一个论域, $S=\{s_0, s_1, \dots, s_{2m}\}$ 和 $S'=\{s'_0, s'_1, \dots, s'_{2m}\}$ 是两个有限的包含奇数个离散有序语言型术语的集合,其中 S 和 S' 表示不同的语义环境, $m, n \in \mathbf{N}$ 。一个犹豫语言型 Z-number 在论语 X 上被定义为 $Z=\{(x, A_z(x), B_z(x)) \mid x \in X\}$, 其中 $A_z(x)=[a^l(x), a^u(x)] \subseteq [s_0, s_{2m}]$ 是不确定语言型变量, $a^l(x)$ 是隶属度的下界, $a^u(x)$ 是隶属度的上界,且满足 $a^l(x) \leq a^u(x)$, $B_z(x)=\phi_{B(x)}=\bigcup_{b(x) \in \phi_{B(x)}} \{b(x)\}$ 是 S' 中若干个语言型语集组成的集合。

第一个元素 $A_z(x)$ 是 X 能够取值的一种模糊限制,第二个元素 $B_z(x)$ 是对第一个元素 $A_z(x)$ 的一种可靠性的度量。一般来说, S 和 S' 这两个语言型语集是不相同的,但它们都有明显的语言偏好信息。

3 犹豫语言型 Z-number 的距离公式

定义 5 假设 $z_i=(\phi_{B_i}^l, \phi_{B_i}^u)$ 和 $z_j=(\phi_{B_j}^l, \phi_{B_j}^u)$ 是两个任意的犹豫语言型 Z-number, \tilde{f} 和 \tilde{g} 是两个不同的语言尺度函数,对 $\forall \lambda > 0$, 可定义两个犹豫不确定语言型 Z-number 的距离公式如下:

$$d(z_i, z_j) = \frac{1}{2} \left[\left| \frac{\sum_{b_i \in \phi_{B_i}^l} \tilde{g}(b_i)}{l_{\phi_{B_i}^l}} \cdot \tilde{f}(a_i^l) - \frac{\sum_{b_j \in \phi_{B_j}^l} \tilde{g}(b_j)}{l_{\phi_{B_j}^l}} \cdot \tilde{f}(a_j^l) \right| + \left| \frac{\sum_{b_i \in \phi_{B_i}^u} \tilde{g}(b_i)}{l_{\phi_{B_i}^u}} \cdot \tilde{f}(a_i^u) - \frac{\sum_{b_j \in \phi_{B_j}^u} \tilde{g}(b_j)}{l_{\phi_{B_j}^u}} \cdot \tilde{f}(a_j^u) \right| \right] \quad (3)$$

其中 $l_{\phi_{B_i}^l}$ 和 $l_{\phi_{B_j}^l}$ 分别是 ϕ_{B_i} 和 ϕ_{B_j} 的元素个数。

该距离公式充分考虑了两个语言型 Z-number 的不确定性,分别取两个语言型 Z-number 限制值的平均值,并对两语言型 Z-number 的区间上下界运算进行 λ 次方后开方,有效地缩小了语言型 Z-number 在反应数据信息过程中的犹豫不确定性。

4 基于犹豫语言型 Z-number 多属性群决策模型

第 1 步 令 $E=\{E_1, E_2, \dots, E_p\}$ 为多个决策专家集合, $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为方案集合, $C=\{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ 为属性集合, $W=\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ 为已知属性权重集合。

第 2 步 将获得的多位决策专家对各方案属性的决策矩阵用两个不同的语言尺度函数 \tilde{f} 和 \tilde{g} 数字化后得到语言尺度值矩阵 $E_k=(e_{ij})_{n \times m}$ 。

第 3 步 由距离公式(3)计算每两位决策专家对同一方案属性的决策距离,并写出决策距离矩阵。

第 4 步 计算专家权重,即 p 个专家在方案 x_i 属性 a_j 的专家权重向量,设为 $\tilde{w}_{ij}=(w_{ij}^{(1)}, w_{ij}^{(2)}, \dots, w_{ij}^{(p)})$,基于专家权重确定的准则,可以构建如下非线性规划模型:

$$\max F = \sum_{j=1}^m d_{ij}^{(s,t)} \cdot w_{ij}^{(s)} \cdot w_{ij}^{(t)}$$

$$\text{s. t. } \sum_{k=1}^p w_{ij}^{(k)} = 1; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

用 LINGO 软件可求解出各专家在方案 x_i 属性 a_j 的专家权重 $w_{ij}^{(k)}$ 。

第 5 步 得到专家方案属性权重之后便可用 IWAA 算子将决策矩阵数字化后的语言尺度矩阵中的区间数集成综合矩阵 $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{n \times m}$, 其中,

$$\tilde{a}_{ij} = \sum_{k=1}^p \tilde{a}_{ij}^{(k)} \cdot w_{ij}^{(k)} = \left[\sum_{k=1}^p a_{ij}^l \cdot w_{ij}^{(k)}, \sum_{k=1}^p a_{ij}^u \cdot w_{ij}^{(k)} \right]$$

第 6 步 计算可能度。先利用 IWAA 算子对综合矩阵的每个方案 x_i 属性 a_j 计算得到综合属性值:

$$\tilde{a} = \{a_i\} = \left\{ \left[\sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij}^l \cdot w_j, \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij}^u \cdot w_j \right] \right\}$$

若有 $z_1 = [z_1^l, z_1^u]$ 和 $z_2 = [z_2^l, z_2^u]$ 为两个区间数, 用 $P(z_1 \geq z_2)$ 表示 z_1 优于 z_2 的可能度, 则有:

- ① 当 $z_1^l \geq z_2^u$ 时, $P(z_1 \geq z_2) = 1$;
- ② 当 $z_2^l \geq z_1^u$ 时, $P(z_1 \geq z_2) = 0$;
- ③ 当 $z_1^l \leq z_2^l \leq z_1^u \leq z_2^u$ 时, $P(z_1 \geq z_2) = \frac{|z_1^u - z_2^l|^2}{2(z_1^u - z_1^l)(z_2^u - z_2^l)}$;
- ④ 当 $z_1^l \leq z_2^l < z_1^u < z_2^u$ 时, $P(z_1 \geq z_2) = \frac{|2z_1^u - z_2^l - z_1^u| \times |z_2^u - z_2^l|}{2(z_1^u - z_1^l)(z_2^u - z_2^l)}$;
- ⑤ 当 $z_2^l < z_1^l < z_1^u < z_2^u$ 时, $P(z_1 \geq z_2) = \frac{|z_1^u + z_1^l - 2z_2^l| \times |z_1^u - z_1^l|}{2(z_1^u - z_1^l)(z_2^u - z_2^l)}$;
- ⑥ 当 $z_2^l < z_1^l < z_2^u < z_1^u$ 时, $P(z_1 \geq z_2) = 1 - \frac{|z_2^u - z_1^l|}{2(z_1^u - z_1^l)(z_2^u - z_2^l)}$ 。

第 7 步 由第 5 步得到的可能度矩阵是一个模糊互判矩阵, 根据模糊互判矩阵排序理论的排序公式:

$$v_i = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_j p_{ij} + \frac{m}{2} - 1 \right) \quad (5)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

得到可能度矩阵的排序向量 $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, 并按其分量的大小进行排序得到最优决策方案。

5 实例分析

本文以一个实例分析来展示模型应用, 现有决

策者 E_1, E_2, E_3 , 某供应链核心企业拟选择一个伙伴企业进行合作, 共有 4 个备选伙伴企业(方案) $x_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 可供选择, 决策者利用语言评估标度 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_8\} = \{\text{很差, 差, 较差, 一般, 稍好, 较好, 好, 很好}\}$ 对备选伙伴的 4 个关键因素(供应时间与能力、质量与技术水平、价格与成本、服务水平) $c_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 做出决策。

第 1 步 令 $E = \{E_1, E_2, E_3\}$ 为 3 个决策专家集合, $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 为方案集合, $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ 为属性集合, $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$ 为已知属性权重集合, 表 1, 2, 3 为专家 E_1, E_2, E_3 的决策矩阵。

第 2 步 将表 1, 2, 3 的决策矩阵用式(1)和式(2)两个不同的语言尺度函数数字化后得到语言尺度值矩阵 $E_k = (e_{ij})_{n \times m}$, 以专家 E_1 为例(表 4)。

$$\tilde{f}(i) = \theta_i = \frac{1}{2} \tan\left(\frac{i}{4t} \pi - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} \tilde{g}(i) = \theta_i =$$

$$\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{i}{t} - 1\right) + \frac{1}{2} (i = 0, 1, 2, \dots, 2t)$$

第 3 步 由距离公式(3)计算每两位决策专家对同一方案属性的决策距离, 有以下决策距离矩阵:

$$D(E_1, E_2) = D(E_2, E_1) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.1217 & 0.2885 & 0.073 & 0.1446 \\ 0.1950 & 0.1339 & 0.1538 & 0.0559 \\ 0.0588 & 0.1626 & 0.4306 & 0.1679 \\ 0.0589 & 0 & 0.0767 & 0.0767 \end{bmatrix}$$

$$D(E_1, E_3) = D(E_3, E_1) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.1418 & 0.1644 & 0.2738 & 0.0663 \\ 0.0716 & 0.0534 & 0.0748 & 0.1189 \\ 0.2723 & 0.0706 & 0.1933 & 0.1823 \\ 0.0798 & 0.3847 & 0.0856 & 0.2362 \end{bmatrix}$$

$$D(E_2, E_3) = D(E_3, E_2) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.2989 & 0.1282 & 0.2782 & 0.1255 \\ 0.1346 & 0.1203 & 0.1209 & 0.1170 \\ 0.2622 & 0.1822 & 0.2174 & 0.3613 \\ 0.5338 & 0.3847 & 0.0734 & 0.1624 \end{bmatrix}$$

表 1 专家 E_1 的语言型决策矩阵Table 1 Language type decision matrix of expert E_1

	c_1	c_2	c_3	c_4
x_1	$([s_5, s_6], \{s'_4, s'_5, s'_6\})$	$([s_5, s_5], \{s'_5, s'_7\})$	$([s_5, s_5], \{s'_7\})$	$([s_5, s_6], \{s'_5, s'_6\})$
x_2	$([s_6, s_7], \{s'_6\})$	$([s_6, s_6], \{s'_6, s'_7\})$	$([s_5, s_6], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_4, s_6], \{s'_4, s'_5, s'_6\})$
x_3	$([s_3, s_5], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_5, s_6], \{s'_6\})$	$([s_4, s_6], \{s'_4, s'_5, s'_6\})$	$([s_6, s_6], \{s'_4, s'_6\})$
x_4	$([s_5, s_7], \{s'_4, s'_5\})$	$([s_4, s_5], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_6, s_6], \{s'_6\})$	$([s_5, s_7], \{s'_6\})$

表 2 专家 E_2 的语言型决策矩阵Table 2 Language type decision matrix of expert E_2

	c_1	c_2	c_3	c_4
x_1	$([s_5, s_5], \{s'_4, s'_5\})$	$([s_5, s_5], \{s'_6\})$	$([s_5, s_6], \{s'_6, s'_7\})$	$([s_5, s_6], \{s'_4, s'_5\})$
x_2	$([s_6, s_6], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_5, s_6], \{s'_5, s'_6, s'_7\})$	$([s_6, s_6], \{s'_6\})$	$([s_4, s_5], \{s'_5, s'_6\})$
x_3	$([s_4, s_5], \{s'_4, s'_5, s'_6\})$	$([s_5, s_7], \{s'_6, s'_7\})$	$([s_7, s_7], \{s'_5, s'_7\})$	$([s_6, s_7], \{s'_5, s'_6\})$
x_4	$([s_6, s_7], \{s'_7\})$	$([s_4, s_5], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_6, s_7], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_5, s_6], \{s'_6, s'_7\})$

表 3 专家 E_3 的语言型决策矩阵Table 3 Language type decision matrix of expert E_3

	c_1	c_2	c_3	c_4
x_1	$([s_5, s_7], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_6, s_6], \{s'_5, s'_7\})$	$([s_4, s_5], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_6, s_6], \{s'_4, s'_5, s'_6\})$
x_2	$([s_6, s_6], \{s'_6, s'_7\})$	$([s_5, s_6], \{s'_7\})$	$([s_5, s_6], \{s'_5, s'_7\})$	$([s_5, s_6], \{s'_5, s'_6\})$
x_3	$([s_5, s_7], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_6, s_6], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_6, s_6], \{s'_5, s'_6\})$	$([s_4, s_5], \{s'_4, s'_5\})$
x_4	$([s_5, s_5], \{s'_4, s'_5, s'_6\})$	$([s_5, s_7], \{s'_6, s'_7\})$	$([s_5, s_6], \{s'_6\})$	$([s_6, s_6], \{s'_4, s'_6\})$

表 4 专家 E_1 的语言尺度值矩阵Table 4 Language scale value matrix of expert E_1

	c_1	c_2	c_3	c_4
x_1	$\left(\begin{array}{l} [0.599\ 5, 0.707\ 1], \\ \{0.500\ 0, 0.656\ 0, \\ 0.795\ 2\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.599\ 5, 0.599\ 5], \\ \{0.656\ 0, 0.909\ 7\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.599\ 5, 0.599\ 5], \\ \{0.909\ 7\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.599\ 5, 0.707\ 1], \\ \{0.656\ 0, 0.795\ 2\} \end{array} \right)$
x_2	$\left(\begin{array}{l} [0.707\ 1, 0.834\ 1], \\ \{0.795\ 2\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.707\ 1, 0.707\ 1], \\ \{0.795\ 2, 0.909\ 7\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.599\ 5, 0.707\ 1], \\ \{0.656\ 0, 0.795\ 2\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.500\ 0, 0.707\ 1], \\ \{0.500\ 0, 0.656\ 0, \\ 0.795\ 2\} \end{array} \right)$
x_3	$\left(\begin{array}{l} [0.400\ 5, 0.599\ 5], \\ \{0.656\ 0, 0.795\ 2\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.599\ 5, 0.707\ 1], \\ \{0.795\ 2\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.500\ 0, 0.707\ 1], \\ \{0.500\ 0, 0.656\ 0, \\ 0.795\ 2\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.707\ 1, 0.707\ 1], \\ \{0.500\ 0, 0.795\ 2\} \end{array} \right)$
x_4	$\left(\begin{array}{l} [0.599\ 5, 0.707\ 1], \\ \{0.500\ 0, 0.656\ 0, \} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.500\ 0, 0.599\ 5], \\ \{0.656\ 0, 0.795\ 2\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.707\ 1, 0.707\ 1], \\ \{0.795\ 2\} \end{array} \right)$	$\left(\begin{array}{l} [0.599\ 5, 0.834\ 1], \\ \{0.795\ 2\} \end{array} \right)$

第 4 步 由式(4)计算专家权重 $\tilde{w}_{ij} = (w_{ij}^{(1)}, w_{ij}^{(2)}, w_{ij}^{(3)})$, 有以下非线性规划模型:

$$\min F_i = \sum_{j=1}^m (d_{ij}^{(1,2)} w_{ij}^{(1)} \cdot w_{ij}^{(2)} + d_{ij}^{(1,3)} w_{ij}^{(1)} \cdot w_{ij}^{(3)} + d_{ij}^{(2,3)} w_{ij}^{(2)} \cdot w_{ij}^{(3)})$$

$$i = 1, 2, 3, 4; \text{s. t. } \sum_k w_{ij}^{(k)} = 1$$

得到专家在不同方案不同属性下的权重:

$$w^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.439 0 & 0 & 0 \\ 0.462 4 & 0.334 3 & 0.378 3 & 0.290 9 \\ 0.300 3 & 0.214 5 & 0.500 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.355 4 & 0.490 6 \end{bmatrix}$$

$$w^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.500 0 & 0.492 1 & 1 & 0 \\ 0.480 8 & 0.444 7 & 0.434 4 & 0.276 2 \\ 0.228 1 & 0.446 9 & 0.500 0 & 0.500 0 \\ 0.500 0 & 0.500 0 & 0.300 7 & 0.013 8 \end{bmatrix}$$

$$w^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.500 0 & 0.014 & 0 & 1 \\ 0.056 8 & 0.221 0 & 0.187 2 & 0.432 9 \\ 0.471 6 & 0.338 6 & 0 & 0.500 0 \\ 0.500 0 & 0.500 0 & 0.343 8 & 0.495 6 \end{bmatrix}$$

第 5 步 综合矩阵

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} [0.599 5, 0.716 8] & [0.601 0, 0.601 0] & [0.599 5, 0.707 1] & [0.707 1, 0.707 1] \\ [0.707 1, 0.765 8] & [0.635 5, 0.707 1] & [0.646 2, 0.707 1] & [0.543 1, 0.674 4] \\ [0.517 0, 0.707 1] & [0.635 9, 0.763 9] & [0.667 1, 0.770 6] & [0.603 6, 0.770 6] \\ [0.653 3, 0.716 8] & [0.549 8, 0.716 8] & [0.670 1, 0.745 3] & [0.652 8, 0.769 4] \end{bmatrix}$$

第 6 步 对已知属性权重 $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\} = \{0.3, 0.4, 0.1, 0.2\}$ 计算出综合属性值 \tilde{a} 和可能度 P 矩阵:

$$\tilde{a} = \left\{ \begin{bmatrix} [0.621 6, 0.667 6], [0.639 6, 0.718 8] \\ [0.596 9, 0.749 8], [0.613 5, 0.730 2] \end{bmatrix} \right\}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.384 5 & 1.000 0 & 0.686 3 & 0 \\ 0 & 0.592 9 & 0.626 8 & 0.869 \\ 0.671 2 & 0.339 1 & 0.202 8 & 0.408 7 \\ 0.034 5 & 0.773 6 & 0.550 7 & 0.220 6 \end{bmatrix}$$

第 7 步 由式(5)得可能度 P 矩阵的排序向量 $v = \{0.255 9, 0.257 4, 0.218 9, 0.215 0\}$

所以这 4 个方案的排序为 $x_2 > x_1 > x_3 > x_4$, 即第 2 个企业为最优选择。

6 结束语

本篇论文结合 Z-number 理论和语言型语集提出了两类新的语言尺度函数并定义两个不同的犹豫语言型 Z-number 之间的距离。利用新的语言尺度函数和距离公式,结合集成算子理论建立了未知专家属性权重的群决策模型,从理论方面计算出了合理的专家属性权重后,结合集成算子理论利用区间数的算术平均将决策矩阵集成为综合矩阵,通过建立二维的可能度比较可能度矩阵,然后利用排序

向量法进行决策排序得到最优方案。该模型充分考虑了多位专家不同背景和个人偏好等因素在群决策中的不确定性,减小了数据信息不确定性造成的影响,从而提供了更直观、准确的信息。

参考文献(References):

- [1] QINAN Y H LIANG J DANG Y. Interval Ordered Information Systems[J]. Computers and Mathematics with Applications,2008,56(8):1994—2009
- [2] ZADEH L A. Fuzzy Sets[C]// New York: Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, & Fuzzy Systems,1996
- [3] YAGER R R. Multiple Objective Decision-making Using Fuzzy Sets[J]. Man Mach Stud,1977,9(4):375—382
- [4] KHATIBI V, MONTAZER G A. Intuitionistic Fuzzy Set vs. Fuzzy Set Application In Medical Pattern Recognition [J]. Artif Intell Med,2009,47(1):43—52
- [5] CATENI S, VANNUCCI M, COLLA V. Industrial Multiple Criteria Decision Making Problems Handled by Means of Fuzzy Inference Based on Decision Support Systems[C]// Bangkok (Thailand): International Conference on Intelligent Systems. Modelling and Simulation, ISMS,2013
- [6] ZADEH L A. A Note on Z-numbers[J]. Inf Sci,2011,181:2923—2932
- [7] TORRA V, NARUKAWA Y. On Hesitant Fuzzy Sets and Decision[C]// Jeju Island: The 18th IEEE International Conference on Fuzzy Systems. 2009

- [8] KANG B Y, WEI D J, LI Y, et al. Decision Making Using Z-numbers under Uncertain Environment [J]. *Comput Inf Syst*, 2012, 8(7): 2807—2814
- [9] BAKWADK M, PATTNAIK S S, SOHI B S, et al. Hybrid Bacterial Foraging with Parameter Free PSO [C]// Piscataway. NJ: IEEE Press, 2009
- [10] MORJ K, TSUKIYAMA M, FUKUDA T. Immune Algorithm with Searching Diversity and Its Application to Resource Allocation Problem [J]. *Transaction—Institute of Electrical Engineers of Japan*, 1993, 113C(10): 872—878
- [11] PENG H G, WANG J Q. Hesitant Uncertain Linguistic Z-Numbers and Their Application in Multicriteria Group Decision-making Problems [J]. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2016, 19(5): 1300—1316

Hesitant Z-number Group Decision Model Based on New Language Scale Function

YAO Ai-ting^a, MEI Kong-chun^a, MAO Jun-jun^{a,b}, YAO Deng-bao^c

(a. School of Mathematical Sciences;

b. Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing, Ministry of Education;

c. School of Economics, Anhui University, Hefei 230601, China)

Abstract: In order to solve the problem of group decision making of hesitant language type Z-numbers (HLZ-numbers), a group decision method is proposed under the information environment of hesitant language type Z-numbers in the unknown expert attribute weight. First, two kinds of new language scale functions (LSF) and related properties are proposed on the basis of Z-number theory and language type set, and a new language scale function is used to measure language information. Secondly, the distance formula between hesitant language type Z-numbers is proposed by combining the two new language scale functions, and a new method is established based on the new language scale function. The linguistic scale function of hesitant Z-numbers group decision making model is set up. The model combines the integration operator theory and uses the interval number arithmetic average to make the decision matrix set into a comprehensive matrix, by establishing a two-dimensional possibility degree comparison possibility matrix, and then sorting by the sort vector method. Finally, an example is given to illustrate the effectiveness and feasibility of the method.

Key words: Z-number theory; linguistic scaling function; hesitant language Z-number; possibility degree; group decision problem

责任编辑:李翠薇

引用本文/Cite this paper:

姚爱婷,梅孔椿,毛军军,姚登宝. 基于新语言尺度函数的犹豫 Z-number 群决策模型[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2019, 36(1): 38—44

YAO A T, MEI K C, MAO J J, YAO D B. Hesitant Z-number Group Decision Model Based on New Language Scale Functions [J]. *Journal of Chongqing Technology and Business University(Natural Science Edition)*, 2019, 36(1): 38—44