doi:10. 16055/j. issn. 1672-058X. 2019. 0001. 001

带 Markov 切换的随机微分系统的输入状态稳定性*

王　刚,吴小太

(安徽工程大学 数理学院,安徽 芜湖 241000)

摘　要:针对一类具有外部输入的非线性随机微分系统,研究了带 Markov 切换的随机微分系统的输入状态稳定性问题;首先,引入了一种马氏链遍历性定义,基于该定义提出了一类分析带 Markov 切换的随机微分系统输入状态稳定性的新方法;然后,借助 Lyapunov-Krasovskii 函数方法,将随机微分系统的状态划分为两种情况,针对这两种不同的情况,分别讨论了在外部输入量影响下系统状态的有界性,进而得出该非线性带 Markov 切换随机微分系统输入状态的稳定性。

关键词:Markov 切换;随机微分系统;输入状态稳定

中图分类号:O231. 3　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1672-058X(2019)01-0001-05

0　前　言

稳定性问题一直以来都是系统控制理论研究的热点问题,输入状态稳定作为一类重要的稳定性,受到了学者们的广泛关注。输入状态稳定(Input-to-state stability)理论由 Sontag 教授于 1989 年在文献[1]中提出,它表明:无论系统初始状态的大小如何,系统最终状态将趋近其初值的某一邻域且与外部输入的大小成比例。近来,关于系统输入状态稳定的相关研究受到很多学者的重视,并得到了丰富的研究结果。Wang 等在文献[2]中基于分段 Lyapunov-Krasovskii 函数方法,研究了非线性脉冲系统的输入状态稳定性问题;文献[3]研究了非线性脉冲混合随机系统的输入状态稳定性问题;通过建立一个有效引理,Ai 等[4]构造了一类广义 KL 函数,研究了带脉冲切换的随机非线性脉冲系统有限时间随机输入状态稳定性;Wu 等[5]利用 Lyapunov-Krasovskii 函数和平均脉冲间隔法,分别推导出了基于线性假设的稳定和不稳定脉冲随机时滞系统的输入状态稳定性条件;Kuang 等在文献[6]中提出了一种用于研究随机时滞控制系统的均方指数输入状态稳定性 Euler-Maruyama 法;文献[7]利用多 Lyapunov 函数方法,研究了带切换的离散时间非线性系统的全局渐近稳定性和输入状态稳定性。

随机切换系统是由随机微分系统与切换规则构成的动态系统[8-10]。Markov 切换系统是由连续时间的马氏链驱动的一类重要的随机切换系统,在相关的理论研究中运用最为广泛,并已被应用于许多结构和参数可能会突然改变的实际系统模型中,如电力系统、太阳能系统和战斗管理指挥、控制和通信系统等[11]。Wu X 等在文献[12]中利用 Razumikhi 型方法,获得了一些稳定性判据,从而进一步发展了带 Markov 切换的脉冲随机时滞微分系统的 p 阶矩稳定性;文献[13]利用切换过程的跳转时间来细分"时间",讨论了带 Markov 切换的非线

收稿日期:2018-05-26;**修回日期**:2018-07-10.

* **基金项目**:国家自然科学基金(11401005),安徽省自然科学基金(1408085QA09).

作者简介:王刚(1994—),男,安徽广德人,硕士研究生,从事随机控制理论及应用研究.

性随机微分方程的渐近稳定性;通过 M 矩阵方法,文献[14]研究了带 Markov 切换的随机变时滞神经网络系统的均方指数稳定性;针对状态切换跳扩散系统,宗小峰[15]利用文中结果结合马氏链的遍历性,给出了 p 阶矩指数稳定性的条件。

本文借助文献[15]中关于马氏链遍历性的新定义,研究了带 Markov 切换的随机微分系统的输入状态稳定性。值得注意的是,当文中外部输入为零时,输入状态稳定性即为渐近稳定性,故本文的研究结果能包含文献[15]中的定理 4.12。

相关记号:

令 $\|\cdot\|$ 为 R^n 的欧几里得范数,若 $\boldsymbol{A}$ 为一个向量或矩阵,其转置为 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$。令 $C^{2,1}(R^n\times[t_0,+\infty])$ 表示一个函数族 $\upsilon(x,t):R^n\times R^+\rightarrow R^+$,其关于 x 连续二阶可微,关于 t 一阶可微,$\forall\theta>0$,$C[-\theta,0]$,R^n 表示一族连续函数 $\phi:[-\theta,0]\rightarrow R^n$,范数 $\|\phi\|=\sup\limits_{-\theta\leqslant v\leqslant 0}|\phi(v)|$,对于 $p>0$,$t\geqslant t_0$,令 $\xi\in L^p_{F_t}([-\theta,0];R^n)$ 为关于 F_t 可测,取值在 $C([-\theta,0];R^n)$ 的连续随机泛函族:

$$\xi=\{\xi(v):-\theta\leqslant v\leqslant 0\}$$

使得

$$\|\xi\|_{L^p}=\sup_{-\theta\leqslant v\leqslant 0}E|\xi(v)|^p<+\infty$$

E 表示期望算子,令 K 为一族连续严格增长的函数 $k:R^+\rightarrow R^+$,$k(0)=0$,K_∞ 为 K 函数的无界子集,函数 $\beta:R^+\times R^+\rightarrow R^+$ 属于集合 KL。

1 相关定义与引理

令 $(\Omega,F,F_{t\geqslant 0},P)$ 为一个完备的概率空间,域流 $F_{t\geqslant 0}$ 满足一般情况(其为右连续增长的,且 F_0 包含所有不可测集)。令 $B(t)$,$t\geqslant 0$ 为定义在概率空间上的 m-维布朗运动,$r(t)$,$t\geqslant 0$ 为一个取值在有限状态空间 $S=1,2,\cdots,N$ 上的右连续,且定义在概率空间的 Markov 链,其生成元 $\Gamma=(\gamma_{ij})_{N\times N}$ 由

$$P\left\{r(t+\Delta)=j\,|\,r(t)=i\right\}=\begin{cases}\gamma_{ij}\Delta+o(\Delta),i\neq j\\1+\gamma_{ij}\Delta+o(\Delta),i=j\end{cases}$$

$\Delta>0$ 所给定,$\gamma_{ij}\geqslant 0$ 为从状态 i 到状态 j 的状态转移概率,当 $i\neq j$ 时,$\gamma_{ii}=-\sum\limits_{j\neq i}\gamma_{ij}$。本文假设布朗运动 $B(t)$ 与 Markov 链 $r(t)$ 是相互独立的,且关于域流 F_t 是适应的。Markov 链的几乎每条路径都是在 $R_+:=[0,\infty)$ 中任意的有限区间中有限次跳跃的右连续阶梯函数。作为一个常设假设,假设 Markov 链是不可约的,等同于任意状态 $i,j\in S$,使得 γ_{i,i_1},$\gamma_{i_1,i_2},\cdots,\gamma_{i_k,j}>0$。$\Gamma$ 通常有一个特征值 0,不可约性的代数表达为秩$(\Gamma)=N-1$,在此种情况下,Markov 链有唯一的平稳(概率)分布 $\boldsymbol{\pi}=(\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_N)\in R^{1\times N}$,且其可以由求解线性方程组 $\boldsymbol{\pi}\Gamma=0$ 得到:

$$\sum_{j=1}^{N}\pi_j=1,\pi_j>0,j\in S$$

本文将考虑如下带 Markov 切换的非线性随机微分系统:

$$\mathrm{d}x(t)=f\Big(x_t,u(t),r(t)\Big)\mathrm{d}t+g\Big(x_t,u(t),r(t)\Big)\mathrm{d}B(t),t\geqslant t_0 \tag{1}$$

初值 $\xi\in L^p_{F_{t_0}}\Big([-\theta,0];R^n\Big)$,$x_t$ 由 $x_t=x\Big(t-\theta(t)\Big)$,$0\leqslant\theta(t)\leqslant\theta$ 给定,x_t 是在 $C([-\theta,0];R^n)$ 取值的随机过程,$u(t)\in R^n$ 是一个外部输入值,映射 $f:R^n\times R^n\times S\rightarrow R^n$ 与 $g:R^n\times R^n\times S\rightarrow R^{n\times m}$ 为 Borel 可测函数。

若 f 与 g 都服从局部 Lipschitz 条件以及线性增长条件,则在该条件下系统式(1)拥有唯一解 $x(t)$[9]。本文为了研究系统的稳定性,假设 $f(0,0,i)\equiv 0$,$g(0,0,i)\equiv 0$,系统式(1)有平凡解 $x(t)\equiv 0$。

给定任意 $V\in C^{2,1}(R^n\times[t_0,+R)$,定义下述映射 LV,以下有 $R^n\times R^+\times S\rightarrow R$。

$$LV(x,t,i)=V_t(x,t)+V_x(x,t)f(x,t,i)+\frac{1}{2}\mathrm{trace}[g^{\mathrm{T}}(x,t,i)V_{xx}(x,t)g(x,t,i)]$$

$$V_t(x,t)=\frac{\partial V(x,t)}{\partial t},V_{xx}(x,t,i)=\left(\frac{\partial^2V(x,t)}{\partial x_i\partial x_j}\right)_{n\times n}$$

$$V_x(x,t)=\left(\frac{\partial V(x,t)}{\partial x_1},\cdots,\frac{\partial V(x,t)}{\partial x_n}\right)$$

为了得到本文中所研究的主要结果,需要给出一些必要的定义与引理。

定义 1[5] 系统式(1)为输入状态稳定(ISS)的,则存在函数 $\beta\in KL$ 与 $\gamma\in K_\infty$ 使得

$$E|x(t)|\leqslant\beta(|x(t_0)|,t-t_0)+\gamma(\|u\|_{[t_0,t]}),t\geqslant t_0$$

定义 2[15]　令 P 为状态空间 S 的概率测度集,马氏链 $r(t)$ 拥有式(2)给定的概率函数:

$$I(p)=-\inf_{u_1,\cdots,u_m>0}\sum_{i,j\in S}\frac{p_i\gamma_{ij}u_j}{u_i} \tag{2}$$

$p=(p_1,\cdots,p_m)\in P$ 为一个概率向量,$u=(u_1,\cdots,u_m)\in R^m$,易得 $I(p)\geqslant 0$ 为弱半连续的,当且仅当 $p=\pi$ 时,$I(p)=0$,则

$$\Lambda(a):=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\log s\left\{E\exp\left[\int_0^t a_{r(s)}s\mathrm{d}s\right]\right\}=$$

$$\sup_{p\in P}\left\{\sum_{i\in S}a_ip_i-I(p)\right\}$$

$$a=(a_1,\cdots,a_m)\in R^m$$

假设 1　对于系统(1),函数 $V(x,t)\in C^{2,1}(R^n\times[t_0,+R);R^+)$ 称为输入状态稳定的 Lyapunov 函数,如果存在函数 $\overline{\alpha},\underline{\alpha}\in K_\infty$ 与 $\chi\in K$,使得对于 $x\in R^n,u\in R^m$ 与 $t\geqslant t_0$,有

(H1) $\underline{\alpha}(|x|)\leqslant V(x,t)\leqslant\overline{\alpha}(|x|)$;

(H2) 当 $|x|\geqslant\chi(u)$ 时,有 $LV(x,t)\leqslant\alpha_iV(x,t)$。

引理 1[15]　存在一个非负函数 $V(\cdot)$,在 $U_R^C=\left\{x:|x|>R\right\}$ 上二阶连续可微,对一些 $R>0$ 足够大,使得存在 $\gamma_0>0$ 满足 $LV(x,i)\leqslant\gamma_0V(x)$,当 $R\to\infty$ 时,$\inf_{|x|>R}V(x)\to\infty$,过程 $\left(x(t),r(t)\right)$ 是正则的。

2　主要结论

这里将研究带 Markov 切换的非线性随机微分系统的输入状态稳定性。

定理 1　假设带 Markov 切换的非线性随机微分系统式(1)存在一个输入状态稳定的 Lyapunov 函数 $V(x,t)$,使得

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}E(\mathrm{e}^{\int_{t_0}^t\alpha_{r(s)}ds})=\Lambda(\alpha)<0 \tag{3}$$

则系统式(1)满足输入状态稳定性。

证明　由系统状态 $x(t)$ 的右连续性,可以将区间 $[t_0,\infty)$ 划分为 $[0,\infty)=\cup_{l=0}^{\infty}([\check{t}_l,\hat{t}_l)\cup[\hat{t}_l,\check{t}_{l+1}))$,并使得其满足对 $\forall l\in\mathbf{N}$,有

$$|x(t)|\geqslant\phi(\|u\|_{[0,t]}),t\in[\hat{t}_l,\check{t}_{l+1})$$

$$|x(t)|\leqslant\phi(\|u\|_{[0,t]}),t\in[\check{t}_l,\hat{t}_{l+1})$$

如果 l 取有限值,则这一个区间的长度是无限的,此时可以采用文献[15]中的方法进行类似地处理,下面将分两种情况

① $\Lambda_1=\{t\,|\,|x(t)|\geqslant\phi(\|u\|_{[0,t]}),t\geqslant 0\}$;

② $\Lambda_2=\{t\,|\,|x(t)|\leqslant\phi(\|u\|_{[0,t]}),t\geqslant 0\}$。

来研究系统式(1)的输入状态稳定性。

情况 1　当 $[0,\check{t}_1)\subseteq\Lambda_1$ 且 $[0,\check{t}_1)\neq\varnothing$ 时,由假设 1 知,对于 $t\in[0,\check{t}_1)$,有 $LV(x,t)\leqslant\alpha_iV(x,t)$。

下面,将采用文献[15]中的方法,给出 $E|x(t)|$ 在区间 $[0,\check{t}_1)$ 上的上界估计。存在充分大的正常数 n_0,使得 $|x_0|<n_0$,对每个 $n>n_0$,令 $\{\rho_n\}_{n\geqslant 0}$ 为一个停时序列,由(H1)以及引理 1 可得系统式(1)的解 $x(t)$ 是正则的,表明当 $n\to\infty$ 时,$\rho_n\to\infty$,同时,取停时序列 $\{\tau_k\}_{k\geqslant 0}$,$0=\tau_0<\tau_1<\cdots<\tau_k\to\infty$,使得 $r(t)=\sum_{k=0}^{\infty}r(\tau_k)I_{[\tau_k,\tau_{k+1})}(t),t\geqslant 0$。

对任意 $t\in[\tau_k,\tau_{k+1})$,由 Itô 公式可得

$$\begin{aligned}&\mathrm{e}^{-\alpha_{r(\tau_k\wedge\rho_n)}(t\wedge\rho_n)}V(x(t\wedge\rho_n))=\\&\mathrm{e}^{-\alpha_{r(\tau_k\wedge\rho_n)}(\tau_k\wedge\rho_n)}V(x(\tau_k\wedge\rho_n))+\\&\int_{\tau_k\wedge\rho_n}^{t\wedge\rho_n}\mathrm{e}^{-\alpha_{r(\tau_k\wedge\rho_n)}s}[-\alpha_{r(\tau_k\wedge\rho_n)}V(x(s))+\\&LV(x(s),r(s))]\mathrm{d}s+\\&\int_{\tau_k\wedge\rho_n}^{t\wedge\rho_n}\mathrm{e}^{-\alpha_{r(\tau_k\wedge\rho_n)}s}V_x(x(s))g(x(s),r(s))\mathrm{d}B(s)\end{aligned}$$

定义 $l^1_{\tau_k\wedge\rho_n}(s)=\mathrm{e}^{-\alpha_{r(\tau_k\wedge\rho_n)}s}V_x(x(s))g(x(s),r(s))$,当 $s\in[\tau_k\wedge\rho_n,\tau_{k+1}\wedge\rho_n)$,令 $r(s)=r(\tau_k\wedge\rho_n)$,由(H2)可得

$$\begin{aligned}&\mathrm{e}^{-\alpha_{r(\tau_k\wedge\rho_n)}(t\wedge\rho_n)}V(x(t\wedge\rho_n))\leqslant\\&\mathrm{e}^{-\alpha_{r(\tau_k\wedge\rho_n)}(\tau_k\wedge\rho_n)}V(x(\tau_k\wedge\rho_n))+M^1_{\tau_k\wedge\rho_n}(t\wedge\rho_n)\end{aligned} \tag{4}$$

$$M^1_{\tau_k\wedge\rho_n}(t)=\int_0^tI_{[\tau_k\wedge\rho_n,\infty)}(s)\,l^1_{\tau_k\wedge\rho_n}(s)\mathrm{d}B(s)$$

令 $F_t=\sigma\{r(u)_{u\geqslant 0},\{B(s)\}_{s\geqslant t}\}$ 为随机变量 $\{r(u)_{u\geqslant 0}\}$,$\{B(s)\}_{s\leqslant t}$ 生成的右连续 σ 域流,这里定义的 σ 域流 F_t 满足一般性,系统式(1)的解 $x(t)$ 关于域流 F_t 适应,由于 ρ_n 是一个 F_t 停时,以及解 $x(t)$ 的右连续性,因此,其是一个关于 F_t 适应的过程。

$$P\left\{\int_0^t I_{[\tau_k\wedge\rho_n,\infty)}(s)\,|l^1_{\tau_k\wedge\rho_n}(s)|^2\mathrm{d}s<\infty\right\}=1$$

然而,$M^1_{\tau_k\wedge\rho_n}(t)$ 是关于域流F_t 的局部鞅,$\tau_k\wedge\rho_n$ 为一个F_t 停时,由 Doob 可选停时定理可得 $E\{M^1_{\tau_k\wedge\rho_n}(t\wedge\rho_n)\,|\,F_{\tau_k\wedge\rho_n}\}=0$,令$n\to\infty$,可由式(3)得出:

$$E[\mathrm{e}^{-\eta_{r(\tau_k)}t}V(x(t))\,|\,F_{\tau_k}]\leqslant \mathrm{e}^{-\eta_{r(\tau_k)}\tau_k}V(x(\tau_k))$$

表示 $E[V(x(t))\,|\,F_{\tau_k}]\leqslant \mathrm{e}^{\alpha_{r(\tau_k)}(t-\tau_k)}V(x(\tau_k))$,接下来,得到:

$$E\left[V(x(t))\middle|F_{\tau_{k-1}}\right]\leqslant \mathrm{e}^{\alpha_{r(\tau_k)}(t-\tau_k)}E\left[V(x(\tau_k))\middle|F_{\tau_{k-1}}\right]\leqslant \mathrm{e}^{\int_{\tau_{k-1}}^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s}V(x(\tau_{k-1}))$$

重复这一过程,可得$EV(x(t))\leqslant E[\mathrm{e}^{\int_0^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s}V(x(0))]$,得到 $E\left[V(x(t))\middle|F_0\right]\leqslant \mathrm{e}^{\int_0^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s}V(x(0))$,再由(H1)得到:

$$EV(x(t))\leqslant\bar{\alpha}(|x_0|)E\mathrm{e}^{\int_0^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s},t\in[0,\check{t}_1)\tag{5}$$

注意到

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}E(\mathrm{e}S^{\int_{t_0}^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s})=\Lambda(\alpha)<0$$

存在正常数ϑ,使得对 $\forall 0\leqslant s<t$,都有$E(\mathrm{e}^{\int_s^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s})\leqslant\vartheta$,下面将证明,对 $\forall t\geqslant 0$,都有

$$EV(x(t))\leqslant \bar{\alpha}(|x_0|)E\mathrm{e}^{\int_0^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s}+\vartheta\phi(\|u\|_{[0,t]})\tag{6}$$

事实上,若$\check{t}_1=+\infty$,则式(6)显然成立,故只需要证明当$\check{t}_1<+\infty$ 时式(6)成立。此时,可以参见文献[15]中的证明,可得对 $\forall t>\check{t}_1$,有

$$EV(x(t))\leqslant\vartheta\phi(\|u\|_{[0,t]})\tag{7}$$

故由式(5)与式(7)知,式(6)成立。

情况 2 若$[0,\check{t}_1)\subseteq\Lambda_2$ 且$[0,\check{t}_1)\neq\varnothing$,由情况1中式(6)的证明知,对 $\forall t\geqslant 0$,$EV(x(t))\leqslant\vartheta\phi(\|u\|_{[0,t]})$,因此,式(6)仍然成立。

根据(H1)与式(6),有

$$\underline{\alpha}(E|x(t)|)\leqslant EV(x(t))\leqslant \bar{\alpha}(|x_0|)E\mathrm{e}^{\int_0^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s}+\phi(\|u\|_{[0,t]})$$

即有

$$E|x(t)|\leqslant\underline{\alpha}^-(2\bar{\alpha}(|x_0|)E\mathrm{e}^{\int_0^t\alpha_{r(s)}\mathrm{d}s}+\underline{\alpha}^-(2\phi(\|u\|_{[0,t]}))\leqslant \beta(|x_0|,t)+\gamma(\phi(\|u\|_{[0,t]}))$$

这里,

$$\beta(x,t)=\underline{\alpha}^-(2\bar{\alpha}(x)E\,e^{\int_0^t\alpha_{r(s)}ds}),\gamma(y)=\underline{\alpha}^-(2y)$$

由式(2)知,$\beta(x,t)\in KL$,于是,随机微分系统式(1)满足输入状态稳定性。

参考文献(References):

[1] SONTAG E D. Smooth Stabilization Implies Coprime Factorization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1989,34(4):435—443

[2] WANG Y E,WANG R,ZHAO J. Brief Paper-Input-to-state Stability of Non-linear Impulsive and Switched Delay Systems[J]. Iet Control Theory & Applications,2013,7(8):1179—1185

[3] CHEN L,MA Z,DUAN S. The Exponential ISS Stability for Nonlinear Impulsive Hybrid Systems[C]. International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation. IEEE Computer Society,2010:807—810

[4] AI Z, ZONG G. Finite-time Stochastic Input-to-state Stability of Impulsive Switched Stochastic Nonlinear Systems[J]. Applied Mathematics & Computation,2014,245:462—473

[5] WU X,TANG Y,ZHANG W. Input-to-state Stability of Impulsive Stochastic Delayed Systems under Linear Assumptions[J]. Automatica,2016,66(C):195—204

[6] KUANG S,DENG F,PENG Y. Input-to-state Stability of Euler-Maruyama Method for Stochastic Delay Control Systems[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics,2013,24(2):309—317

[7] LI G,ZHAO P. Input-to-state Stability of Discrete-time Switched Nonlinear Systems[C]. Control and Decision Conference. IEEE,2017

[8] LIBERZON D. Switching in Systems and Control[M]. Boston:Birkhauser Boston,2003

[9] MAO X,YUAN C. Stochastic Differential Equations with Markovian Switching[M]. Imperial College Press,2006

[10] ZHANG W, TANG Y, MIAO Q, et al. Exponential Synchronization of Coupled Switched Neural Networks with Mode-dependent Impulsive Effects[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems,2013,24(8):1316—1320

[11] WU Z G, SHI P, SU H, et al. Asynchronous $L_2 \cup L_\infty$ Filtering for Discrete-time Stochastic Markov Jump Systems with Randomly Occurred Sensor Nonlinearities [J]. Automatica,2014,50(1):180—186

[12] WU X, ZHANG W, TANG Y. *p*th Moment Stability of Impulsive Stochastic Delay Differential Systems with Markovian Switching [J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation,2013,18(7):1870—1879

[13] ZHUF, HAN Z, ZHANG J. Stability Analysis of Stochastic Differential Equations with Markovian Switching [J]. Systems & Control Letters,2012,61(12):1209—1214

[14] 马小康,印凡成. 基于马氏切换随机变时滞神经网络的稳定性研究[J]. 中国科技论文,2016,11(17):1957—1960

MA X K, YIN F C. Study on Stability of Stochastic Neural Networks With Time-varying Delays and Markovian Switching [J]. China Sciencepaper, 2016, 11(17):1957—1960

[15] ZONGX, WU F, YIN G G, et al. Almost Sure and *p*th Moment Stability and Stabilization of Regime Switching Jump Diffusion Systems[J]. Siam Journal on Control & Optimization,2014,52(4):2595—2622

[16] 李宁宁,吴小太. 具有时变脉冲的随机时滞微分系统的指数稳定性[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2018,35(1):87—90

LI N N, WU X T, The Exponential Stability of Stochastic Delayed Differential Systems with Time varying Impulses [J]. Journal of Chongqing Technology and Business University (Natural Science Edition), 2018, 35 (1): 87—90

Input-to-state Stability of Stochastic Differential System with Markov Switching

WANG Gang, WU Xiao-tai

(School of Mathematics and Physics, Anhui Polytechnic University, Anhui Wuhu 241000, China)

Abstract: For a class of nonlinear stochastic differential systems with external input, we have studied the problem of input-to-state stability analysis of stochastic differential systems with Markov switching. First of all, we introduced a definition of ergodic property for Markov chain. Based on this definition, a new method to analyze the input-to-state stability of a stochastic differential system with Markov switching is proposed. Then, by using Lyapunov-Krasovskii function method, the state of stochastic differential system is divided into two cases. For these two cases, we discussed the boundedness of system state under the influence of external input. At last, the input-to-state stability of the nonlinear switched stochastic differential system with Markov switching is obtained.

Key words: Markov switching; stochastic differential system; input-to-state stabilization

责任编辑:李翠薇

引用本文/Cite this paper:

王刚,吴小太. 带 Markov 切换的随机微分系统的输入状态稳定性 [J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2019,36(1):1—5

WANG G, WU X T. Input-to-state stability of stochastic differential system with Markov switching[J]. Journal of Chongqing Technology and Business University(Natural Science Edition),2019,36(1):1—5