

doi:10.3969/j.issn.1674-8131.2011.05.016

# 基于 DC-t-MSV 模型的套期保值研究\*

王宜峰, 王春发, 蒋一琛

(浙江财经学院 金融学院, 杭州 310018)

**摘要:**利用多元随机波动率模型确定最优套期保值率:首先建立动态相关系数多元随机波动率模型(DC-MSV),再建立基于t分布的动态相关系数多元随机波动率模型(DC-t-MSV)。以沪深300股指期货数据为样本,利用以上两种模型分别结合方差最小套期保值模型计算最优套期保值率,结果表明,利用DC-t-MSV模型的套期保值效果优于DC-MSV模型。DC-t-MSV模型引入t分布,充分考虑了金融数据尖峰厚尾的特性;同时,参数估计部分采用马尔科夫链蒙特卡罗模拟方法(MCMC),克服了MSV模型参数估计困难的缺点。

**关键词:**最优套期保值率;多元随机波动率模型;DC-t-MSV模型;马尔科夫链蒙特卡罗模拟;t分布  
**中图分类号:**F830.91;F224.0 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-8131(2011)05-0104-05

## Research on Hedging Strategy Based on DC-t-MSV Model

WANG Yi-feng, WANG Chun-fa, JIANG Yi-chen

(School of Finance, Zhejiang University of Finance and Economics, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** This paper studies optimal hedging ratio determination by using multivariate stochastic volatility model. First, build a dynamic correlation multivariate stochastic volatility model (DC-MSV), then introduce the multivariate t-distribution and establish DC-t-MSV model. After that, by taking Shanghai and Shenzhen 300 index futures data as samples, the previous two models are used to calculate optimal hedging ratio by combining minimum-variance hedge model respectively, the results show that the hedging effect by using DC-t-MSV Model is better than the effect by using DC-MSV. After t-distribution is introduced, DC-t-MSV Model sufficiently considers high-peak and fat-tail characteristics of financial data, meanwhile, its parameter estimation partly uses Markov Chain Monte Carlo imitation method, which overcomes the difficulty in parameter estimation by MSV Model.

**Key words:** optimal hedge ratio; Multivariate Stochastic Volatility Model; DC-t-MSV Model; Markov Chain Monte Carlo Imitation; t-distribution

\* 收稿日期:2011-07-15;修回日期:2011-09-02

基金项目:浙江财经学院校级研究生课题

作者简介:王宜峰(1987—),男,江苏人;硕士研究生,在浙江财经学院学习,主要从事金融工程与风险管理研究;Tel:13456747483, E-mail:wyf870403@163.com。

王春发(1957—),男,江西人;教授,博士,在浙江财经学院任教;主要从事金融工程与风险管理、金融计量研究;Tel:13868055884, E-mail:cfwang@zufe.edu.cn。

蒋一琛(1988—),女,浙江人;硕士研究生,在浙江财经学院学习,主要从事金融工程与风险管理研究;Tel:13655712701, E-mail:51071191@qq.com。

## 一、引言

期货市场的重要最要功能就是规避和减少价格风险,这一功能的实现主要依靠套期保值来完成,而套期保值研究的核心问题就是最优套期保值率的确定。目前计算套期保值率的主要方法有完全套期保值模型、OLS 套期保值模型和 GARCH 套期保值模型。完全套期保值模型和 OLS 套期保值模型属于传统的静态套期保值模型,其确定的最优套期保值率为一确定的值。但是,单一的套期保值率显然不是最优选择。GARCH 类套期保值模型属于动态套期保值模型,优点在于计算出来的套期保值率是时变的,能够更好地描绘出金融时间序列的波动性和时变方差效应;其主要不足在于假定现货市场和期货市场的收益率之间的相关系数是恒定的,忽略了价格剧烈变化的局部相关性。

基于以上各模型的研究不足,本文运用 DC-t-MSV 模型来计算套期保值率。MSV 类套期保值模型比 GARCH 类模型更好地刻画了金融时间序列的波动性,因此,更适合用于套期保值率的计算。同时,本文考虑到金融数据之间的局部相关性,建立动态相关系数多元随机波动率模型(DC-MSV),更符合期货与现货收益率之间的动态相关性;并在 DC-MSV 模型的基础上引入  $t$  分布,建立 DC-t-MSV 模型,充分考虑了金融数据尖峰厚尾的特性,也为 MSV 模型增添了新的成员;而且利用 MCMC 方法对多元随机波动率模型进行参数估计,克服了 MSV 模型参数估计困难的缺点。

## 二、MSV 套期保值模型的理论基础

### 1. DC-MSV 模型

DC-MSV 模型是一种能有效刻画现货与期货数据的波动性的模型,它包含时变相关波动率和相关系数,解决了其他类型的波动率模型对时变性估计不足的问题。该模型表达式如下:

$$y_t = \Omega_t \varepsilon_t \quad \Omega_t = \text{diag}(h_t)$$

$$\varepsilon_t | \Omega \sim N(0, \sum_{\varepsilon,t}) \quad (1)$$

$$h_{t+1} = \mu + \text{diag}(\varphi_{11}, \varphi_{22})(h_t - \mu) + \eta_t$$

$$\eta_t \sim N(0, \text{diag}(\sigma_{\eta_1}^2, \sigma_{\eta_2}^2)) \quad h_0 = \mu \quad (2)$$

$$\rho_{sf,t} = \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1} \quad (3)$$

$$q_t = \psi_0 + \psi(q_{t-1} - \psi_0) + \sigma_\rho \xi_t$$

$$q_0 = \psi_0 \quad \xi_t \sim N(0, 1)$$

式(1)为样本对数收益率均值方程。 $y_t = (r_t^s, r_t^f)'$ ,  $r_t^s$  为现货对数收益率,  $r_t^f$  为期货对数收益率,  $t = 1, 2, \dots, T$  表示从  $t-1$  到  $t$  时刻的对数收益率;  $h_t = (h_{1,t}, h_{2,t})'$  是二元标准差向量;  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t})'$  服从均值为 0、方差为  $\sum_{\varepsilon,t}$  的二元正态分布,  $\sum_{\varepsilon,t} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{sf,t} \\ \rho_{sf,t} & 1 \end{pmatrix}$  为时变相关系数矩阵。

式(2)是样本收益率波动率方程。 $\mu = (\mu_1, \mu_2)'$  为  $2 \times 1$  维参数向量;  $\varphi_{11}, \varphi_{22}$  为参数;  $\eta_t = (\eta_{1,t}, \eta_{2,t})'$  服从均值为 0、方差为  $\text{diag}(\sigma_{\eta_1}^2, \sigma_{\eta_2}^2)$  的二元正态分布;  $\sigma_{\eta_1}^2, \sigma_{\eta_2}^2$  是参数。

式(3)是样本收益率的相关系数方程,  $\psi_0, \psi, \sigma_\rho$  为参数;  $\xi_t$  服从标准正太分布。

在 DC-MSV 模型中,  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t})'$  服从二元正态分布,其相关系数矩阵为  $\sum_{\varepsilon,t} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{sf,t} \\ \rho_{sf,t} & 1 \end{pmatrix}$ , 表示现货与期货之间的相关系数为  $\rho_{sf,t}$ , 相关系数与  $t$  密切相关,充分反映了时变相关性。

### 2. DC-t-MSV 模型

由于金融数据存在尖峰厚尾的特征,所以在 DC-MSV 模型的基础上引入  $t$  分布来表示这一特性,建立 DC-t-MSV 模型,该模型如下:

$$y_t = \Omega_t \varepsilon_t \quad \Omega_t = \text{diag}(h_t)$$

$$\varepsilon_t \sim t(0, \sum_{\varepsilon,t}, v)$$

$$h_{t+1} = \mu + \text{diag}(\varphi_{11}, \varphi_{22})(h_t - \mu) + \eta_t$$

$$\eta_t \sim N(0, \text{diag}(\sigma_{\eta_1}^2, \sigma_{\eta_2}^2)) \quad h_0 = \mu$$

$$\rho_{sf,t} = \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1}$$

$$q_t = \psi_0 + \psi(q_{t-1} - \psi_0) + \sigma_\rho \xi_t$$

$$q_0 = \psi_0 \quad \xi_t \sim N(0, 1)$$

其中,  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t})'$  服从自由度为  $v$ 、均值为 0、协方差矩阵为  $\sum_{\varepsilon,t} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{sf,t} \\ \rho_{sf,t} & 1 \end{pmatrix}$  的二元  $t$  分布。因此,与二元正态分布相比,可以更加有效地刻画金融数据的尖峰厚尾的特点。

### 3. 最小方差时变套期保值模型的原理

利用 DC-MSV 模型和 DC-t-MSV 模型计算的套期保值率是时变的,即在不同时期其最优套期保值

率是不同的,但对于每一期套期保值率的计算,采用最小方差套期保值模型。最小方差套期保值模型是应用最广的一类技术,其核心思想是将期货看作是一种投资组合,运用套期保值的最终目的是最小化投资组合风险。在具体实现过程中通过使得资产组合收益率的方差最小,从而达到其风险最小的目的,由此得出的期货对现货的比例即为最优套期保值率。最小方差套期保值模型的精髓在于构造期货与现货的资产组合,使得组合资产的方差最小。

#### 4. MCMC 方法

在利用 DC-t-MSV 模型计算套期保值率时,选择合适的参数估计方法十分重要。经研究表明,在对 MSV 模型中各参数进行估计时,利用马尔科夫链蒙特卡罗模拟(MCMC)进行参数估计比其他参数估计方法更加有效。

MCMC 方法的基本思想是通过建立一个平稳的分布为  $\pi(x)$  的 Markov 链来得到  $\pi(x)$  的样本。目前,最常用于 MCMC 的抽样方法是 Gibbs 抽样。由于 MCMC 方法需要建立平稳分布,所以当我们从先验分布开始抽样时,前  $n$  次不能直接用于参数估计,必须经过多次足够多次的模拟消除初始值对抽样的影响,得到稳定的序列后,才能用于参数估计。

表 1 样本数据统计特征

观测指标	均值	标准差	偏度	峰度	J-B 值	D. W. 值	Q(24)
现货	-0.000 73	0.013 597	-0.193 41	5.183 871	56.977 43	2.002 772	30.091
期货	-0.000 68	0.016 984	-0.565 91	5.681 047	98.099 35	1.985 955	31.453

由表 1 可以得出以下结论:

(1) 样本对数收益率序列不服从正态分布。首先 J-B 统计量服从自由度为 2 的  $\chi^2$ , 大于临界值 5.992, 拒绝对数收益率序列服从正态分布的假设; 其次通过观测期货与现货收益率序列的峰度和偏度的值, 可得出收益率序列存在弱偏性和尖峰厚尾的特点。

(2) 期货和现货样本收益率的 D. W. 统计量的值都接近 2, 表明收益率不存在自相关性。

(3) Q(24) 的值明显大于 0, 所以期货与现货序列存在异方差性。

#### 5. 套期保值效果检验

套期保值的效果的检验是将利用套期保值组合的风险系数与为使用期货进行套期保值的风险系数加以对比, 以方差来度量风险的大小, 方差越大, 风险越大; 方差越小, 风险越小。利用套期保值后的风险表现为组合方差, 记为  $\text{Var}(r_t^p)$ ; 未使用套期保值所面临的风险即为现货价格风险, 记为  $\text{Var}(r_t^s)$ ; 则套期保值效果的测度公式为:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\text{Var}(r_t^s) - \text{Var}(r_t^p)}{\text{Var}(r_t^s)} \times 100\% \\ &= \frac{2h_{t-1}\rho_{sf,t}\sigma_{s,t}\sigma_{f,t} - h_{t-1}^2\sigma_{f,t}^2}{\sigma_{f,t}^2} \times 100\% \end{aligned}$$

$\tau$  值越大, 套期保值效果越好;  $\tau$  值越小, 套期保值效果越差。

### 三、实证分析

#### 1. 样本数据的选取与分析

选取 2010 年 4 月 16 日至 2011 年 6 月 10 日沪深 300 股指期货交易的日数据作为研究对象, 用 2010 年 4 月 16 日至 2011 年 2 月 28 日的数据作为样本期内数据, 主要用于模型的参数估计; 用 2011 年 3 月 1 日至 2011 年 6 月 10 日的数据作为样本期外数据, 主要用作套期保值效果检验和对比分析, 所有样本数据的统计特征如下:

综上可得, 样本收益率存在尖峰厚尾、弱偏性、无自相关、异方差性, 在 DC-MSV 模型中引入  $t$  分布是必要的。

#### 2. 平稳性检验

这里采用 ADF 检验对样本数据的平稳性加以检验。

由表 2 可知, 现货与期货的 ADF 值分别为 -13.347 7、-17.910 6, 明显小于在 1%、5%、10% 的显著性水平下的临界值, 因此可以认为样本收益率序列是平稳的, 可以直接进行套期保值的研究。

表 2 ADF 检验结果

显著性水平	t 值	
	现货	期货
ADF 检验值	-13.347 7	-17.910 6
1%	-3.453 82	-3.453 82
5%	-2.871 77	-2.871 77
10%	-2.572 29	-2.572 29

### 3. 参数估计

本文以 2010 年 4 月 16 日至 2011 年 2 月 28 日的日交易数据为研究对象,利用 Winbugs 软件分别对 DC-MSV 模型和 DC-t-MSV 模型中的参数进行估计,总共抽样 10 000 次,将前 4 000 次抽样结果省略,得到一条平稳的马尔科夫链,利用第 4 001 次到第 10 000 次的抽样结果进行计算。参数估计结果如表 3 所示:

表 3 参数估计结果

参数	DC-MSV 模型			DC-t-MSV 模型		
	均值	标准差	MC 误	均值	标准差	MC 误
$u_1$	-7.444	0.682 8	0.077 16	-4.157	1.238	0.141
$u_2$	-7.024	0.557	0.062 62	-3.622	1.245	0.1418
$\Phi_{11}$	0.867 4	0.138 6	0.01493	0.831 8	0.08793	0.008 321
$\Phi_{22}$	0.904 8	0.070 34	0.007 219	0.792 2	0.1137	0.010 98
$\psi$	0.942 2	0.035 9	0.003 137	0.965 1	0.030 28	0.002 774
$\psi_0$	3.129	0.701 4	0.077 22	-4.911	1.366	0.153 8
$\sigma_\rho$	0.16	0.044 26	0.004 74	0.156	0.062 49	0.006 908
$\sigma_{\eta_1}$	0.105	0.026 2	0.002 736	0.1115	0.031 68	0.003 351
$\sigma_{\eta_2}$	0.103 9	0.021 3	0.002 213	0.11	0.034 15	0.003 562
$v$				14.65	6.429	0.543 3

根据方差最小套期保值模型: $h_{t-1} = \frac{\text{cov}(r_t^s, r_t^f)}{\text{Var}(r_t^f)}$

$= \frac{\rho_{sf,t} \sigma_{s,t} \sigma_{f,t}}{\sigma_{f,t}^2} = \frac{\rho_{sf,t} \sigma_{s,t}}{\sigma_{f,t}}$ ,在计算套期保值率  $h_{t-1}$  时,需

要知道  $\rho_{sf,t}$ 、 $\sigma_{s,t}$ 、 $\sigma_{f,t}$ ,这三组数据。利用 Winbugs 软件进行参数估计时可直接得到这三组数据,并根据方差最小套期保值原理,可以直接计算出最优套期保值率  $h_{t-1}$ ,见表 4 和表 5。

表 4 DC-MSV 模型所得的最优套期保值率

序列	$\rho_{sf,t}$	$\sigma_{s,t}$	$\sigma_{f,t}$	$h_{t-1}$
1	0.892 7	0.026 21	0.031 46	0.743 727
2	0.886 3	0.026 74	0.031 48	0.752 848
3	0.890 9	0.026 68	0.031 44	0.756 018
...	...	...	...	...
276	0.948 0	0.023 34	0.027 56	0.802 842
277	0.945 3	0.023 43	0.027 85	0.795 274
278	0.943 5	0.023 62	0.027 87	0.799 622

表 5 DC-t-MSV 模型所得的最优套期保值率

序列	$\rho_{sf,t}$	$\sigma_{s,t}$	$\sigma_{f,t}$	$h_{t-1}$
1	0.963 0	0.150 2	0.195 2	0.740 997
2	0.965 6	0.150 0	0.194 4	0.745 062
3	0.968 1	0.149 1	0.193 8	0.744 808
...	...	...	...	...
276	0.987 5	0.148 2	0.191 1	0.765 816
277	0.987 4	0.148 0	0.191 8	0.761 914
278	0.987 1	0.148 8	0.191 7	0.766 200

### 4. 套期保值效果对比分析

套期保值效果的检验和对比分析主要用样本本期外的数据进行分析。

根据 DC-MSV 模型和 DC-t-MSV 模型都可以计算出最优套期保值率,但需要对由这两种模型所得到的套期保值效果加以对比分析。由两种模型计算得出套期保值的效果见表 6。

通过计算可得出 DC-t-MSV 模型与 DC-MSV 模

型的每一期的套期保值效果,再取平均数可以得到平均套期保值效果。由表 6 可以地看出 DC-MSV 模型的平均套期保值效果约为 0.883,即 88.3%;DC-t-MSV 模型的平均套期保值效果为 0.974,即

97.4%。可见,采用 DC-t-MSV 模型所比利用 DC-MSV 模型能取得更好的套期保值效果。由此可以看出引入 t 分布后,DC-t-MSV 模型更符合了股指期货数据的性质,更符合现实生活。

表 6 套期保值效果

DC-MSV 模型			DC-t-MSV 模型		
var(U)	var(H)	套期保值效果	var(U)	var(H)	套期保值效果
0.000 515	9.45E -05	0.816 594	0.021 638	0.000 738	0.965 872
0.000 516	9.28E -05	0.820 242	0.021 756	0.000 746	0.965 699
0.000 513	9.00E -05	0.824 444	0.021 845	0.000 762	0.965 107
...	...	...	...	...	...
0.000 545	5.53E -05	0.898 560	0.021 993	0.000 538	0.975 545
0.000 549	5.85E -05	0.893 511	0.021 963	0.000 546	0.975 155
0.000 558	6.13E -05	0.890 166	0.021 904	0.000 549	0.974 933
平均套期保值效果		0.883 008	平均套期保值效果		0.973 953

#### 四、结论

就现实而言,国内的股指期货市场刚刚起步,还不成熟,股指期货市场稳定性较弱,利用股指期货进行套期保值更要谨慎。选择合适的套期保值策略对套期保值的效果具有很大的影响。从上述的实证分析可以看出,DC-t-MSV 模型比 DC-MSV 模型取得可更好的套期保值效果,具有更强的实践指导作用,为金融决策者提供了相应的参考。

本文研究方法的创新在于:(1)致力于研究多元的随机波动率模型,有助于多元随机波动率模型的应用与推广;(2)研究的是动态套期保值策略,更加体现了金融序列的时变相关性;(3)在前人研究的基础上加以改进,引入 t 分布,更加符合金融数据尖峰厚尾的特点,也为 MSV 模型增加了新的一员——DC-t-MSV 模型。

当然,本文研究方法也存在一定缺陷,还值得改进的地方有:(1)利用 t 分布,考虑了尖峰厚尾的特点,但并没有能够充分考虑到股指期货数据的弱偏性,可以利用偏斜 t 分布或者偏斜 Laplace 分布加以改进;(2)国内期货市场容易受到外部环境的影响,在本文中并没有考虑到这一点,在以后的研究中,可以利用马尔科夫转换对这一特点加以研究。

#### 参考文献:

- 徐永坤. 2008. 基于随机波动模型的中国股市波动性实证研究[D]. 复旦大学.
- 张光远. 1996. 关于多元 t 分布的一些讨论[J]. 新疆大学学报(3):33-38.
- 张红喜. 2008. 基于多元随机波动率模型的动态套期保值研究[D]. 大连理工大学.
- 张瑞锋,张世英. 2007. 基于 VS-MSV 模型的金融市场波动溢出分析及实证研究[J]. 系统工程(8):1-6.
- ANDREA B, PAOLO P, FABIO T. 2010. Correlation Risk and Optimal Portfolio Choice [J]. The Journal of Finance; 392-420.
- ANNE G, BIOM N J, NICHOLAS G P. 2011. Optimal Portfolio Choice and Stochastic Volatility [J]. Applied Stochastic models in Business and Industry; 237-256.
- CARMEN B, ESTHER R. 2004. Estimation methods for stochastic volatility models-a survey [J]. Journal of Economic Surveys; 613-649.
- JUN Y. 2006. multivariate stochastic volatility model: Bayesian estimation and model comparison [J]. Econometric Review; 361-384.
- MANABU A, MICHAEL M, JUN Y. 2006. Multivariate Stochastic Volatility: A Review [J]. Econometric Reviews; 145-175.
- MIKE K P S, C Y CHOI. 2009. A threshold factor multivariate stochastic volatility model [J]. Journal of Forecasting; 712-735.

(责任编辑:南 北)