doi: 10. 3969 / j. issn. 1008-6439. 2009. 05. 015

需求确定且时间连续的变质性物品库存策略*
——基于供应链管理的补充策略研究

郑 欢

(重庆工商大学 管理学院,重庆 400067)

摘 要:关于在有限计划期内、需求率函数单调且满足一定条件时的变质性物品库存问题,已有较多的研究成果。但实践中,"需求率函数单调"的条件通常不能得到满足。本文研究了需求率函数连续但不单调、允许缺货的变质性物品库存补充策略问题,提出了一种近似方法,找到了一个可用的补充策略。

关键词:供应链管理;变质性物品;需求连续;不单调;库存策略

中图分类号: F273. 2; F224. 0 **文献标志码**: A **文章编号**: 1008-6439 (2009) 05-0098-05

Inventory Strategy for Demand Definition and Time-continuing Obsolete Commodities
— Complementary Strategy Research Based on Supply Chain Management

ZHENG Huan

(Management School, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract: The research on obsolete commodities stock, in limited plan time and which meets the condition of demand function monotonous, has many achievements. But in practice, the condition of demand function monotonous is usually not met. This paper studies the strategy for demand function continuous but not monotonous and allowing obsolete commodities complementary when they are short of supply and presents an approximate method for finding the inventory replenishment schedule for a deteriorating item with non-monotonous demand rate.

Key words: supply chain management; obsolete commodities; demand continuity; non-monotonous; inventory strategy

引 言

随着全球经济一体化的发展和技术进步,以买方为主导的市场逐渐形成。在此情况下,旧的管理模式已经不能适应这种新的需要,企业必须在快速有效地满足顾客需求的基础上实现低成本运营,企业的竞争也由企业间的竞争发展为供应链间的竞争。从供应链作业的角度来看,库存管理作为企业生产经营过程中不可缺少的重要组成部分,是价值链实现增值的重要环节。库存决策的特点是风险大、影响也大。因此库存管理是供应链中作业的一

* **收稿日期**: 2009-05-26
基金项目:重庆市教委人文社科项目 (08JWSK075);重庆市教委科研项目 (KY080726);重庆工商大学青年基金项目 (0651021)
作者简介:郑欢 (1981—),女,重庆人,讲师,四川大学博士研究生,在重庆工商大学管理学院任教,主要从事管理运筹学、供应链管理研究。

个重要环节。如何制定最优的库存策略已成为管理者必须解决的问题。经典的库存管理模型固然对我们的研究起到了指导作用,但其应用与实际生产管理之间有很大差距。

20世纪 90年代以来,变质性物品订购批量模型受到了学者的广泛重视。[1-2]所谓变质性物品指的是在储存过程中会发生腐烂、性能衰减和分解的变质类物质。在实际生活中,水果和蔬菜的腐烂、汽油的挥发、血液的变质和放射性物质的衰减等都是属于典型的变质现象。

有限时域内, Lakdere Benkherouf[3]提出了需求 $D(t)$为时间减函数且$\frac{D(t)}{D'(t)}$为时间不增函数的条件下允许缺货的变质性物品库存模型,并在补充次数给定的情况下证明了模型存在唯一解;与之对应, Lakdere Benkherouf和 Mohammed G. Mahmoud[4]也在补充次数已知、需求 $D(t)$为时间增函数且$\frac{D(t)}{D'(t)}$为时间不减函数的条件下,建立了允许缺货的变质性物品库存模型和最优补充策略的算法,并用动态规划及改进的 Sachan's方法找出近似解,证明了其解的唯一性。

王圣东与周永务[5]对一类经济批量订购模型作两种进一步扩展,证明了给定补充次数条件下最优策略的存在唯一性及在该策略下费用函数取得最小值。

Patrick S. Chen[6]指出了 Balkhi和 Benkherouf研究中的问题,并重新给出了有限时域内生产率时变、生产率 $P(t)$与需求率 $D(t)$的比值$\frac{P(t)}{D(t)}=A$ (A为一常数且 $A>1$)、$D(t)$与$\frac{D(t)}{D'(t)}$为时间不减函数且不允许缺货的库存模型,在此假设条件下证明了解的唯一性,但未证明唯一的稳定点就是其唯一的最小值点。

古福文[7]则在相同假设条件下讨论了需求、补充带有时变的变质性物品在有限计划期内的库存最优补充策略,并在 Patrick S. Chen的基础上证明了总费用函数的唯一稳定点就是其唯一最小值点。

在以往讨论有限时域内的变质性物品库存模型时,求解最优补充策略均假定补货次数为给定值, Jinn-Tsair Teng等[8]在有限时域内建立了四种不同情况下缺货的库存模型,并指出了期初、期末均允许缺货的情况将使得该策略比其他三种费用小,并且证明了总费用是补货次数的凸函数。这一重要的进步,使得这一领域的发展从局部最优解过渡到全局最优解。

目前的文献均假设在供应链的供需关系中,需求为连续函数,需求率函数单调且满足一定条件。而实际中这一条件不一定满足。如啤酒等饮料在3—7月需求是单调递增的,而 8—11月却是单调递减的,在计划期 [3, 11]内其需求率就不是单调的。对这类需求函数,上述方法就不能用。针对这类问题,本文提出了一种寻找"较好"补充策略的近似方法。本文研究了需求率函数连续但不单调、允许缺货的变质性物品库存补充策略问题,提出了一种近似方法,以便找到一个"较好"的补充策略。

一、模型假设与记号

本文考虑了变质率为常数,在需求率函数不单调情况下的单一变质性物品的库存补充策略问题。假设变质在物品进入库存时就开始发生,并且在整个过程中,对已变质物品没有采取任何替换或修缮措施;补充瞬时完成,允许缺货,缺货量完全回补。本文所用记号及意义如下:

H:有限计划期;

n:计划时间水平上的总补充次数;

c_1:单位货物、单位时间的持有成本;

c_2:货物的单位成本;

c_3 表示单位货物缺单位时间的缺货费;

θ:库存变质率, $0<\theta<1$;

K:每次生产的装配费用;

$I(t)$: t时刻的库存水平, $0\le t\le H$;

$D(t)$表示 t时刻的需求率,它是关于时间 t的可导函数;

T_j:第 j次补充库存的时刻 ($j=0, 1, \cdots, n-1$),令 $T_n=H$, $T_0=0$;

Q_j: T_j时刻的补充量;

t_j:第 j个补充周期中缺货刚发生的时刻;

TC_j:第 j个补充周期中库存为正的长度;

TS_j:第 j个补充周期中库存为负的长度;

$TC(n, \{T_j\}, \{t_j\})$:补充策略 $\pi(n, \{T_j\}, \{t_j\})$所对应的总费用;

$\pi(n, \{T_j\}, \{t_j\})$:计划时间水平上总补充次数为 n,补充时刻分别为 $T_0, T_1, \cdots, T_{n-1}$,补充量分别为 $Q_0, Q_1, \cdots, Q_{n-1}$,缺货发生时刻分别为 $t_1, t_2, \cdots, t_n$

的补充策略。

二、近似方法

图 1表明了在计划水平上库存量的变化状况。

$$Q_j = e^{-T_j\theta}\int_{T_j}^{t_{j+1}} e^{\theta u} D(u)\,du$$

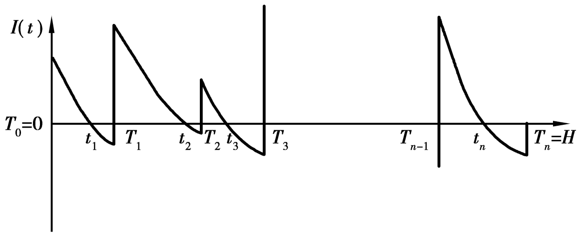

图 1

由 Lakdere Benkherouf[4]知补充策略 $\pi(n, \{T_j\}, \{t_j\})$所对应的总费用为:

$$TC(n, \{T_j\}, \{t_j\}) = nK + \frac{(c_1 + c_2\theta)}{\theta}\sum_{j=1}^{n}\int_{T_{j-1}}^{t_j}\{e^{\theta(u-T_{j-1})} - 1\}D(u)\,du + c_3\sum_{j=1}^{n}\int_{t_j}^{T_j}(T_j - u)\,D(u)\,du + c_2\int_0^H D(u)\,du$$

对于给定的补充次数 n,要求最优的$\{T_j^*(n)\}$、$\{t_j^*(n)\}$,即需求解非线性规划(1):

$$\min TC(n, \{T_j\}, \{t_j\})$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} T_{j-1} \le t_j \le T_j,\ j = 1, 2, \cdots, n \\ T_0 = 0,\ T_n = H \end{cases} \tag{1}$$

设 $TC(n)$表示(1)的最优值。

根据极值原理$\{T_j^*(n)\}$、$\{t_j^*(n)\}$应满足如下一阶必要条件:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial TC(n, \{T_j\}, \{t_j\})}{\partial t_j} = \dfrac{c_1 + c_2\theta}{\theta}\{e^{\theta(t_j - T_{j-1})} - 1\}D(t_j) - c_3(T_j - t_j)D(t_j) = 0 \quad (2) \\ j = 1, 2, \cdots, n \\ \dfrac{\partial TC(n, \{T_j\}, \{t_j\})}{\partial T_j} = -(c_1 + c_2\theta)\times\left\{\displaystyle\int_{T_j}^{t_{j+1}} e^{\theta(u-T_j)}D(u)\,du\right\} + c_3\displaystyle\int_{t_j}^{T_j} D(u)\,du = 0 \quad (3) \\ j = 1, 2, \cdots, n-1 \end{cases}$$

当 $D(t)$单调增且$\frac{D(t)}{D'(t)}$单调不减[4]或 $D(t)$单调减且$\frac{D(t)}{D'(t)}$单调不增[3]时 Lakdere Bewkherouf证明了方程组(2)、(3)存在唯一解$\{T_j^*(n)\}$、$\{t_j^*(n)\}$满足约束条件 $T_{j-1}^*(n) \le t_j^*(n) \le T_j^*(n)$, $j = 1, 2, \cdots, n$,且$\{T_j^*(n)\}$、$\{t_j^*(n)\}$由公式(4)～(7)给出:

$$T_j^*(n) = H - \sum_{k=j+1}^{n}(TC_k + TS_k) \tag{4}$$

$$t_j^*(n) = H - \sum_{k=j+1}^{n}(TC_k + TS_k) - TS_j \tag{5}$$

$$TC_j = \frac{1}{\theta}\ln\left[1 + \frac{c_3\theta}{c_1 + c_3\theta}TS\right] \tag{6}$$

$$\int_{T_j^*(n)-TS_j}^{T^*_j(n)} D(u)\,du = \frac{c_1 + c_2\theta}{c_3}\int_{T_j^*(n)}^{T^*_{j+1}(n)-TS_{j+1}} e^{\theta(u-T_j^*(n))}D(u)\,du \tag{7}$$

Lakdere Benkherouf[3-4]未能证明这个唯一解$\{T_j^*(n)\}$、$\{t_j^*(n)\}$就是(1)的最优解。2005年王圣东、周永务[5]用海参阵方法证明了$\{T_j^*(n)\}$、$\{t_j^*(n)\}$就是(1)的最优解。

1999年 Jinn-Tsair Teng等[8]证明了 $TC(n)$是 n 的凸函数。

因此,当需求率函数 $D(t)$满足 Lakdere Benkherouf[3-4]的条件时,找$[0, H]$上的最优补充策略问题已完全解决。求其最优补充策略$\pi^*(n^*, \{T_j^*(n^*)\}, \{t_j^*(n^*)\})$有如下的两步算法:

一是对给定的 n,由(4) - (7)得到(1)的唯一最优解$\{T_j^*(n)\}$、$\{t_j^*(n)\}$;

二是求出规划 $\min\{TC(n) \mid n = 1, 2, \cdots\}$的最优解 n^*。

后来许多作者(如 Patrick S Chen[6]及古福文[7])在 Lakdere Benkherouf基础上作了不少拓展,如缺货量部分回补、部分丢失等,得到了类似的结果。但他们都假设需求率函数 $D(t)$满足 Lakdere Benkherouf中的条件,而实际中这一条件不一定满足。针对这类问题,本文提出了一种寻找“较好”补充策略的近似方法。[3-4]

设 $[0, H] = [0, H_1] \cup [H_1, H_2] \cup \cdots \cup [H_l, H]$,需求率函数 $D(t)$在$[0, H]$上不单调,但 $D(t)$在每一个子区间上或者单调增且$\frac{D(t)}{D'(t)}$单调不减,或者

单调减且$\frac{D(t)}{D'(t)}$单调不增,对这类需求函数本文提出的近似方法如下:

(1)在每一个单调区间$[H_i, H_{i+1}]$($i=0, 1, \cdots, l$)内用(4) - (7)及两步算法得到$[H_i, H_{i+1}]$内的最优补充时刻($T_{i1} < T_{i2} < \cdots < T_{ir_i}$)、相应的补充量($Q_{i1}, Q_{i2}, \cdots, Q_{ir_i}$)以及相应的费用$TC_i^*$,这就得到了$[0, H]$上的一个补充策略(记为$\pi_1$)。

π_1的补充时刻分别为:$T_{01}, T_{02}, \cdots, T_{0r_0}, T_{11}, T_{12}, \cdots, T_{1r_1}, \cdots, T_{i1}, T_{i2}, \cdots, T_{ir_i}, \cdots, T_{l1}, T_{l2}, \cdots, T_{lr_l}$;

π_1的补充量分别为:$Q_{01}, Q_{02}, \cdots, Q_{0r_0}, Q_{11}, Q_{12}, \cdots, Q_{1r_1}, \cdots, Q_{i1}, Q_{i2}, \cdots, Q_{ir_i}, \cdots, Q_{l1}, Q_{l2}, \cdots, Q_{lr_l}$;

π_1的总费用 $TC(\pi_1) = \sum_{i=0}^{l} TC_i^*$。

(2)由(1)得到$[0, H]$上不允许缺货(缺货情况已在各单调区间内考虑)的一个离散需求问题是$T_{01} < T_{02} < \cdots < T_{0r_0} < T_{11} < T_{12} < \cdots < T_{1r_1} < \cdots < T_{i1} < T_{i2} < \cdots < T_{ir_i} < \cdots < T_{l1} < \cdots < T_{lr_l}$, T_{ij}相应的需求量是Q_{ij}。对于这个不允许缺货的离散需求问题,利用最短路算法[2]来讨论其补充时刻及补充量。所产生的$[0, H]$上的一个补充策略,记为π_2。该补充策略所产生的费用记为$TC(\pi_2)$;

(3)在补充策略π_1、π_2中选一个较好的补充策略π^*,π^*定义为:

$$\pi^* = \begin{cases} \pi_1 \cdots\cdots TC(\pi_1) \leq TC(\pi_2) \\ \pi_2 \cdots\cdots TC(\pi_1) > TC(\pi_2) \end{cases}$$

三、数值算例

下面用一个算例来说明上面的近似方法。

设$H=7.2$,需求率函数$D(t)$定义如下:

$$D(t) = \begin{cases} 40 + 2t \cdots\cdots 0 \leq t \leq 4 \\ 52 - t \cdots\cdots 4 \leq t \leq 7 \\ 38 + t \cdots\cdots 7 \leq t \leq 7.2 \end{cases}$$

$K=65$, $c_1=1$, $c_2=10$, $c_3=6$, $\theta=0.05$。

则$[0, H] = [0, 4] \cup [4, 7] \cup [7, 7.2]$

显然$D(t)$在各单调子区间上满足前述近似方法的条件。

(1)利用(4) - (7)及两步算法找各单调区间上的最优补充策略。

$[0, 4]$上的最优补充时刻及补充量分别为:

$T_{01}=0$, $T_{02}=1.3732$, $T_{03}=2.7051$

$Q_{01}=46.1535$, $Q_{02}=47.6858$, $Q_{03}=49.1163$

其总费用为 $TC_0^* = 2123.622$;

$[4, 7]$上的最优补充时刻及补充量分别为:

$T_{11}=4$, $T_{12}=5.4875$

$Q_{11}=57.77424$, $Q_{12}=56.90376$

其总费用为 $TC_1^* = 1651.9336$;

$[7, 7.2]$上的最优补充时刻及补充量分别为:

$T_{20}=7$, $Q_{20}=8.371496$

其总费用为 $TC_2^* = 170.388$。

因此,得到了$[0, 7.2]$上的一个补充策略π_1,其补充时刻分别为:$T_{01}=0$、$T_{02}=1.3732$、$T_{03}=2.7051$、$T_{11}=4$、$T_{12}=5.4875$、$T_{20}=7$;补充量分别为:$Q_{01}=46.1535$、$Q_{02}=47.6858$、$Q_{03}=49.1163$、$Q_{11}=57.77424$、$Q_{12}=56.90376$、$Q_{20}=8.371496$。

补充策略π_1所对应的总费用为:

$TC(\pi_1) = TC_0^* + TC_1^* + TC_2^* = 2123.622 + 1651.9336 + 170.388 = 3945.9436$

(2)对不允许缺货的离散需求问题(T_{01}、T_{02}、T_{03}、T_{11}、T_{12}、T_{20}、Q_{01}、Q_{02}、Q_{03}、Q_{11}、Q_{12}、Q_{20})用最短路方法求其"最优"补充策略π_2,得到其补充时刻分别为:$T'_{01}=0$、$T'_{02}=1.3732$、$T'_{03}=2.7051$、$T'_{11}=4$、$T'_{12}=5.4875$;其补充量分别为:$Q'_{01}=41.1535$、$Q'_{02}=47.6858$、$Q'_3=49.1163$、$Q'_{11}=57.77424$、$Q'_{12}=63.325$。

这就得到了原问题在$[0, H]$的另一个补充策略π_2。π_2作为原问题的一个补充策略,其对应的总费用:$TC(\pi_2) = TC_0^* + \overline{TC_1^*} + \overline{TC_2^*} = 2123.622 + 1691.29 + 110.248 = 3925.392$。

(3)从$[0, H]$上的补充策略π_1、π_2中选一个较好的补充策略π^*。

因为$TC(\pi_1) > TC(\pi_2)$,所以$\pi^* = \pi_2$。

结束语

本文研究了有限计划期内,需求率函数连续但不单调、允许缺货的变质性物品库存补充策略问题,提出了一种近似方法,找到了一个较好的补充策略。此外,实际中,需求经常是不确定的,可针对已知充分可靠历史数据的情况进行需求随机的进一步研究,或在得不到确切历史数据的情况下进行模糊需求的进一步研究。

参考文献:

[1] S K Goyal, B C Giri Recent trends in modeling of deteriorating inventory [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 134: 1-16.

[2] 郑欢,古福文. 对于需求为离散的变质性物品库存补充策略的优化研究 [J]. 数学的实践与认识, 2006 (12): 198-202.
[3] Lakdere Benkherouf. On an inventory model with deteriorating items and decreasing time-varying demand and shortages[J]. European Journal of Operational Reasearch, 1995, 86: 293-299.
[4] Lakdere Benkherouf, Mohammed G. Mahmoud. On an inventory model for deteriorating items with increasing time-varying demand and shortages [J]. Journal of the Operational Research Society, 1996, 47: 188-200.
[5] 王圣东,周永务. 一类最优 EOQ模型的进一步扩展 [J]. 数学的实践与认识, 2005, 35 (10): 7-16.
[6] Patrick S. Chen. The impact of time-varying demand and production rates on determining inventory policy. Mathematical Methods of Operations Research, 2001, (54): 395-405.
[7] 古福文. 需求、补充带时变的变质性物品最优补充策略 [J]. 运筹学学报.
[8] Jinn-Tsair Teng, Maw-Sheng Chern, Hui-Ling Yang, Yuchung J Wang. Deterministic lot-size inventory models with shortages and deterioration for fluctuating demand[J]. Operations Research Leters, 1999 (24): 65-72.

(编辑:南　北;校对:段文娟)

(上接第 46页)

三、重庆城乡低保财政投入改革的普适性探讨

重庆市具有大城市、大农村、大库区、老工业基地的特殊市情,要在这样的环境下实现低保救助服务的均等化面临更多的难题。重庆市低保财政投入自然应更多地用于库区移民、用于农村,并致力将低保政策与移民安稳致富工程、扶贫工程、就业扶助等政策有机联动,克服环境带来的不利影响。重庆市低保财政投入在救助库区移民等方面的政策效果与政策联动经验值得进一步评估总结。

重庆市低保财政投入机制同样也反映了我国大部分地区城乡二元背景下的保障标准、责任分担、转移支付等若干共通问题。重庆市政府以法规形式明确市、区政府的低保财政责任,确立了城乡低保待遇的联动机制,制定了低保资金转移支付办法,低保财政投入逐步向农村倾斜,这些改革措施都具有积极意义和一定推广价值。但是如何在分税制的框架下合理划分各级政府的低保财政责任,制定科学合理的转移支付办法,做到政府责任均衡与低保待遇均等化,政策仍有待突破和创新。之所以难以突破,原因在于围绕这一问题存在若干理论难点,比如公共财政投入机制尚未真正确立,低保在社会救助和社会保障体系的定位尚不明晰,省级以下的分税制并不彻底,等等。公共财政体制制约着民生财政的总量,低保定位直接影响低保财政在社会救助与社会保障体系中的地位,省级以下的分税制关系到低保救助事权与财政均衡,而责任分担不明确也制约着纵横向转移支付的完善。因此,应加强这些问题的理论探讨和跟踪各地的政策创新,以便在公共财政与城乡统筹框架下健全城乡低保的财政投入增长机制以及责任分担与转移支付机制。

参考文献:

[1] 重庆市民政局. 2008年重庆市城乡社会救助工作执行情况 [R/OL]. 重庆市民政局公众信息网, (2009-02-03). http://jmz.cq.gov.cn/zh/news/show.aspx? id=3458.
[2] 重庆市民政局. 2008年重庆市城乡社会救助工作执行情况. 2009年重庆市政府工作报告 [R/OL]. 重庆市民政局公众信息网, (2009-02-03). http://jmz.cq.gov.cn/zh/news/show.aspx? id=3458.
[3] 冉维. 关于我国财政社会保障支出的分析 [J]. 重庆工商大学学报 (社会科学版), 2007 (4): 45-49.
[4] 重庆市民政局. 重庆市 2007年城乡低保、农村五保资金支出情况 [R].
[5] 重庆市民政局. 重庆市 1997—2007年社会救助情况统计表 [R].
[6] 顾昕,等. 中国城乡社会救助的横向公平性 [J]. 东岳论丛, 2007, 28 (1): 64.

(编辑:夏　东;校对:段文娟)